

부착슬립에 의한 강체변형을 고려한 철근콘크리트 보의 비선형해석

Nonlinear Analysis of RC Beams Considering Fixed-End Rotation due to Bond-Slip

곽 효 경* 김 선 필**
Kwak, Hyo-Gyoung Kim, Sun-Pil

ABSTRACT

An analytical procedure to analyze reinforced concrete (RC) beams subject to monotonic loadings is proposed on the basis of the moment-curvature relations of RC sections. Unlike previous analytical models which result the overestimation of stiffnesses and underestimation of structural deformations induced from ignoring the shear deformation and assuming perfect-bond condition between steel and concrete, the proposed relation considers the rigid-body-motion due to anchorage slip at the fixed end. The advantages of the proposed relation, compared with the previous numerical models, are on the promotion in effectiveness of analysis and reflection of influencing factors which must be considered in nonlinear analysis of RC beam by taking into account the nonlinear effects into the simplifying moment-curvature relation. Finally, correlation studies between analytical and experimental results are conducted to establish the applicability of the proposed model to the nonlinear analysis of RC structures.

1. 서론

철근콘크리트 구조물의 해석은 다양한 영향인자의 변화에 따라 거동특성이 다르게 나타난다. 특히 균열을 유발할 수 있는 하중보다 더 큰 하중이 작용하는 경우 또는 반복하중이나 지진하중이 작용하는 경우 인장측 콘크리트의 균열, 철근의 항복 및 콘크리트의 재료적 특성에 의한 비선형성은 하중단계에 따른 구조물의 비선형 거동에 지배적인 영향을 미치게 되며 이러한 영향인자의 정확한 고려는 구조물의 해석을 복잡하게 한다. 이 논문에서는 철근콘크리트 보 구조물의 단면성질을 나타내고 있는 모멘트-곡률관계에 토대를 둔 해석모델을 제안하고 있다. 특히 모멘트-곡률 관계를 단면 내 철근의 항복점을 기준으로 두 개의 직선으로 간편화 시킴으로써 해석의 효율성을 높이는 한편 고려해야 할 비선형 거동특성을 효과적으로 반영하였다. 해석모델에서는 휨변형 뿐만 아니라 부착슬립현상에 의한 강체변형을 효과적으로 모사할 수 있는 해석방법을 제안하고 있다. 나아가 참고문헌 [3]에서 제안된 등가휨강성 (equivalent flexural stiffness)을 이용하여 부착 슬립에 의한 강체변형을 고려한 철근콘크리트 구조물의 해석을 수행하였다. 마지막으로 실험값과 제안된 해석방법에 의한 결과를 비교, 검토함으로써 제안된 모델의 효율성과 적용성을 검증하였다.

* 한국과학기술원 토목공학과 교수

** 스마트 사회기반시설 연구센터(SISTeC) 연수연구원

2. 정착부의 부착슬립에 의한 강체변형의 영향

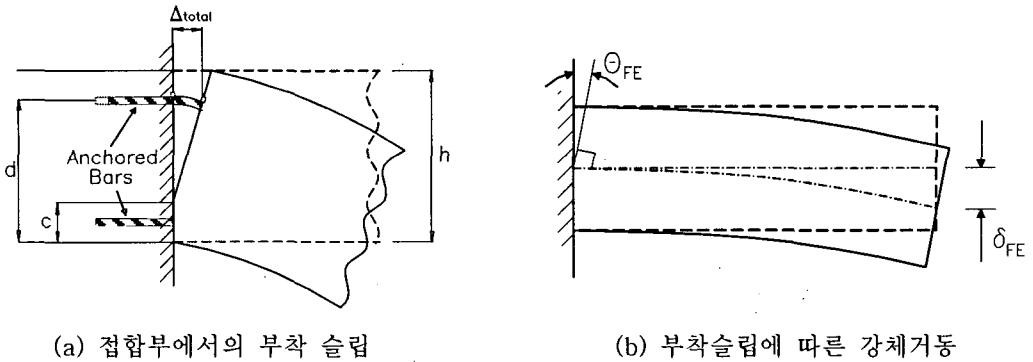


그림 1 정착부에서의 부착슬립에 의한 강체변형

철근콘크리트 구조물의 변형을 유발시키는 중요한 인자 중의 하나로서 정착부에서의 부착슬립(anchorage slip)에 의한 강체변형을 들 수 있다. 그림 1의 (a)에서 볼 수 있는 바와 같이 보와 기둥, 기둥과 기초의 정착부에서 힘을 받을 때 정착부에서 휨균열이 발생하게 되는데 이때 휨균열을 가로지르는 부착슬립(Δ_{total})이 유발된다. 이때 철근의 부착슬립(Δ_{total})은 크게 앵커리지 부분에서의 부착슬립에 의해 인발된 양(Δ_{axial})과 보 또는 기둥과 같은 휨부재에서 균열의 발생에 의해 부재내에서 발생된 부착슬립($\Delta_{bending}$)으로 나누어 볼 수 있다. 이와 같은 메커니즘에 의해 부착슬립이 발생하게 되면, 그림 1의 (b)에서 볼 수 있는 바와 같이 정착부에서의 회전 θ_{fe} 을 유발하게 되고, 이로 인한 강체거동(rigid body motion)에 의해 부재 끝단에서 추가적인 처짐 δ_{fe} 가 발생하게 된다.

3. 정착부의 부착슬립에 의한 강체변형

3.1 앵커에서의 부착슬립량(Δ_{axial}) 산정

구조물에 하중이 재하되면 정착부에서 휨균열이 발생하게 되고 이로 인해 앵커리지에 삽입되어 있는 철근에 인장력이 발생하게 된다. 미소길이 dx 로 표현된 임의의 철근콘크리트 축방향 부재에 대한 자유물체도를 토대로 힘의 균형관계를 구성하고 정착부에서 x 만큼 떨어진 지점에서의 슬립량 Δ_x 를 철근과 콘크리트의 상대변위($\Delta_x = u_{sx} - u_{cx}$)로 정의하면 잘 알려진 부착슬립의 이차미분지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{d^2 \Delta_x}{dx^2} - k^2 \Delta_x = 0 \quad , \quad k^2 = \frac{E_b \Sigma_0}{A_s E_s} (1 + \eta \rho) \quad (1)$$

여기서 E_b = 부착응력과 슬립과의 관계를 나타내는 기울기, Σ_0 = 철근의 원주, Δ = 부착슬립량, A_s = 인장철근의 면적, E_s = 인장철근의 탄성계수, N = 인장철근의 개수, $\eta = E_s / E_c$, $\rho = NA_s / A_c$

를 각각 의미한다.

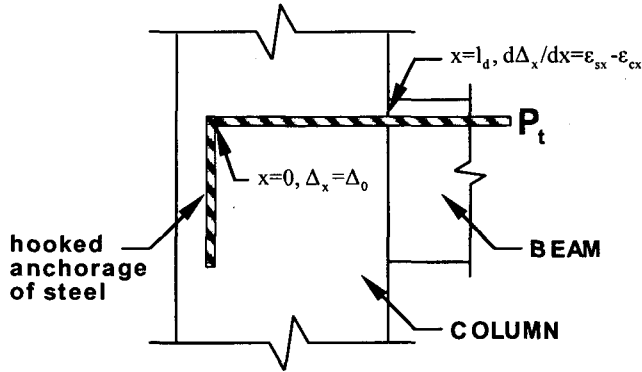


그림 2 훅이 설치되어 있는 외측보에서의 경계조건

이차미분방정식 (1)의 일반해는 $\Delta_x = C_1 \sinh kx + C_2 \cosh kx$ 이며 C_1 과 C_2 는 구속조건에 의해 결정 될 수 있다. 외측접합부나 기초부에 훅(hook)이 설치되어 있는 경우 훅(hook)의 시작점에서의 부착슬립량을 $\Delta_0(x=0)$ 이라고 하고 철근의 총단면적(NA_s)은 콘크리트의 인장력을 받는 면적(A_c)에 비해 무시할 정도로 작기 때문에 철근비(ρ)와 콘크리트의 변형률(ϵ_{cx})는 0(zero)으로 가정하면 이차미분방정식의 일반해 Δ_x 와 훅(hook)의 시작점에서의 철근의 변형률($\epsilon_{sx}(x=0)=\epsilon_{s0}$)은 식(2)와 (3)과 같이 정리될 수 있다.

$$\Delta_x = \frac{\epsilon_{sl}}{k_1 \cosh(k_1 l_d)} \sinh(k_1 x) + \Delta_0 (\cosh(k_1 x) - \tanh(k_1 l_d) \sinh(k_1 x)) \quad (2)$$

$$\epsilon_{s0} = \frac{d\Delta}{dx}(x=0) = \frac{\epsilon_{sl}}{\cosh(k_1 l_d)} - \Delta_0 k_1 \tanh(k_1 l_d) \quad (3)$$

이때 훅(hook)의 시작점에서의 인장력 P_h 와 변위 Δ_0 의 관계는 Soroushian et al.[6]의 제안식에 따라 식(4)과 같이 나타낼 수 있으며, 식(3)과 식(4)을 연립하여 Δ_0 를 구하고 이를 식(2)에 대입하면 식(5)과 같이 훅이 설치된 앵커리지 부분에서의 철근의 항복시 부착슬립에 의한 접합부에서의 부착슬립량을 최종적으로 결정할 수 있다.

$$P_h = E_s \epsilon_{s0} A_s = P_{hu} \left(\frac{\Delta_0}{2.54} \right)^{0.2}, \quad P_{hu} = 271(0.05d_b - 0.25) \quad (4)$$

$$\Delta_{axial} = \frac{\epsilon_{sy}}{k_1} \tanh(k_1 l_d) + \frac{\Delta_0}{\cosh(k_1 l_d)} \quad (5)$$

3.2 휨부재에서의 부착슬립량($\Delta_{bending}$) 산정

앞에서 언급한 바와 같이 앵커리지 슬립은 철근의 축방향 슬립에 기인하는 반면 부재의 끝단에서 유발되는 부착슬립은 부재의 휨거동에 따른 균열에 의해 발생하게 된다. 미소길이 dx 로 표현된 임의의 철근콘크리트 단면의 각 구성요소에 대한 자유물체도를 토대로 힘의 균형관계를 구성하고, 휨부재에서는 앵커리지에서와는 달리 중립축을 중심으로 단면내의 깊이에 따라 힘에 의한 축방향 변형률이 선형으로 분포하므로 평형상태($dP_{cx} + dP'_{sx} = dP_{sx}$)를 이용하면 단면 내의 곡률증분의 변화량($d\phi/dx$)을 식(6)과 같이 나타낼 수 있다. 이때 콘크리트의 인장응력에 의한 영향은 압축응력과 비교해 극히 작은 관계로 이 논문에서는 계산의 간편화를 위해 무시하였다.

$$\frac{d\phi_x}{dx} = \frac{N\Sigma_0 E_b}{E_c b \frac{c^2}{2} + N'A'_s E'_s (c-d')} \Delta_x \quad (6)$$

여기서 ϕ_x 는 휨 부재의 끝단으로부터 x 만큼 떨어져 있는 위치에서의 곡률, c 는 단면 맨 윗단에서 중립축까지의 거리, b 는 휨부재의 폭, N' 는 압축철근의 개수, A'_s 는 압축철근의 면적, E'_s 는 압축철근의 탄성계수, d' 는 부재의 최상단에서부터 압축철근까지의 거리를 나타낸다.

따라서 인장철근에서의 부착응력과 내력증분과의 관계를 이용하면 인장철근의 변형률 변화량을, 식(6)에서 나타낸 단면 내의 곡률변화량을 이용하면 콘크리트의 변형률 변화량을 식(7)와 같이 부착슬립의 양으로 표현할 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_{sx}}{dx} &= \frac{\Sigma_0 f_b}{A_s E_s} = \frac{\Sigma_0 E_b}{A_s E_s} \Delta_x \\ \frac{d\varepsilon_{cx}}{dx} &= (d-c) \frac{d\phi_x}{dx} = (d-c) \frac{N\Sigma_0 E_b}{E_c b \frac{c^2}{2} + N'A'_s E'_s (c-d')} \Delta_x \end{aligned} \quad (7)$$

마지막으로 부재 내의 임의의 지점 x 에 위치한 변형률의 증분관계식으로부터 슬립량에 대한 이차미분지배방정식이 다음과 같이 결정 될 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Delta_x}{dx^2} &= \frac{d\varepsilon_{sx}}{dx} - \frac{d\varepsilon_{cx}}{dx} = \frac{\Sigma_0 E_b}{A_s E_s} \Delta_x - (d-c) \frac{N\Sigma_0 E_b}{E_c b \frac{c^2}{2} + N'A'_s E'_s (c-d')} \Delta_x \\ &= \frac{4E_b}{E_s d_s} \left(1 - \frac{1-\alpha}{\frac{\alpha^2}{2\eta\rho} + \beta(\alpha - \frac{d'}{d})} \right) \Delta_x = k_1^2 (1-\gamma) \Delta_x = k_2^2 \Delta_x \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\eta = \frac{E_s}{E_c}$, $\rho = \frac{NA_s}{bd}$, $\beta = \frac{N'A_s E_s}{NA_s E_s}$, $\alpha = \frac{c}{d}$ 을 각각 나타낸다.

이차 지배미분방정식 (8)의 일반해는 $\Delta_x = C_3 \sinh k_2 x + C_4 \cosh k_2 x$ 이며 여기서 C_3 과 C_4 는 구속조건에 의해 결정될 수 있다. 휨부재의 시작점에서는 모멘트가 0(zero)이므로 인장철근(ϵ_{s0})와 콘크리트(ϵ_{c0})의 변형량 모두를 0(zero)라고 가정할 수 있으므로 C_3 는 0(zero)로 결정된다 ($d\Delta/dx(x=0) = C_3 = \epsilon_{s0} - \epsilon_{c0} \cong 0$). 또한 힘의 평형조건($P_{cx} + P'_{sx} = P_{sx}$)으로부터 철근의 끝단에서의 곡률 ϕ_l 을 구하면 C_4 를 $C_4 = (1-\gamma)\epsilon_{sl}/(k_2 \sinh(k_2 l))$ 와 같이 결정할 수 있으며 최종적으로 휨부재에서의 철근의 항복시 부착슬립에 의한 접합부에서의 부착슬립량은 식(9)과 같이 결정할 수 있다.

$$\Delta_{bending} = C_4 \cosh(k_2 l) = \frac{(1-\gamma)\epsilon_{sy}}{k_2 \sinh(k_2 l)} \cosh(k_2 l) = \frac{(1-\gamma)\epsilon_{sy}}{k_2 \tanh(k_2 l)} \quad (9)$$

식 (9)에서 보는 바와 같이 휨부재에서의 부착슬립량은 앵커리지에서와는 달리 γ 값에 따라 달라지게 된다. 또한 γ 는 α 의 함수이기 때문에 최종적으로 휨부재에서의 부착슬립량은 중립축의 위치(c)에 따라 달라진다는 것을 알 수 있다. 따라서 중립축을 계산하기 위한 방법으로 현행 콘크리트구조설계기준에서 채택하고 있는 최대균열폭 예측식 [2](식 (10)참조)을 사용하였다.

$$w_{max} = 1.08\beta_c f_s \sqrt{d_c A} \times 10^{-5} (mm) \quad (10)$$

여기서 β_c 는 중립축에서 인장연단까지의 거리와 중립축에서 철근의 도심까지의 거리의 비이고, f_s 는 철근의 인장응력으로서 단위는 kg/cm^2 이고, d_c 는 인장연단으로부터 가장 가까운 인장철근 중심까지의 거리로서 단위는 cm 이고, A 는 콘크리트 총 인장면적을 철근의 개수로 나눈 콘크리트 유효인장면적으로서 단위는 cm^2 이다. 즉 균열폭의 절반이 철근의 끝단에서 발생하는 부착슬립의 양($0.5w_{max} = \Delta_{bending}$)이라고 가정하면 식 (9)과 (10)를 연립하여 γ 값을 구할 수 있고 이를 다시 식(8)에 나타낸 γ 와 α 의 관계에 대입하면 최종적으로 중립축의 위치(c)를 결정할 수 있다

3.3 등가휨강성(Equivalent Stiffness, EI_{eq})을 이용한 해석방법

등가휨강성이란 앵커리지 슬립에 의해 감소된 부재의 강성을 양끝단으로부터 소성힌지 길이 L_p 만큼에 대하여 감소된 휨강성 EI_{eq} 로 치환함으로써 부재의 강성 감소를 반영할 수 있는 휨강성으로 정의할 수 있다. 참고문헌[3]에서 언급한 바와 같이 등가휨강성 개념을 이용하여 접합부에서의 강체변형을 고려하게 되면 구조물의 모델링에 있어 많은 노력과 복잡함을 동반하는 다중요소모델 [7]에 의한 방법과는 달리 그림 3의 (b)에 나타난 바와 같이 단지 기둥의 휨강성 EI 를 소성힌지길이 L_p 만큼에 대하여 등가휨강성 EI_{eq} 로 대체함으로써 보다 간편하게 부착슬립에 의

한 접합부에서의 강제변형이 고려된 구조물의 거동을 모사할 수 있는 장점이 있다.

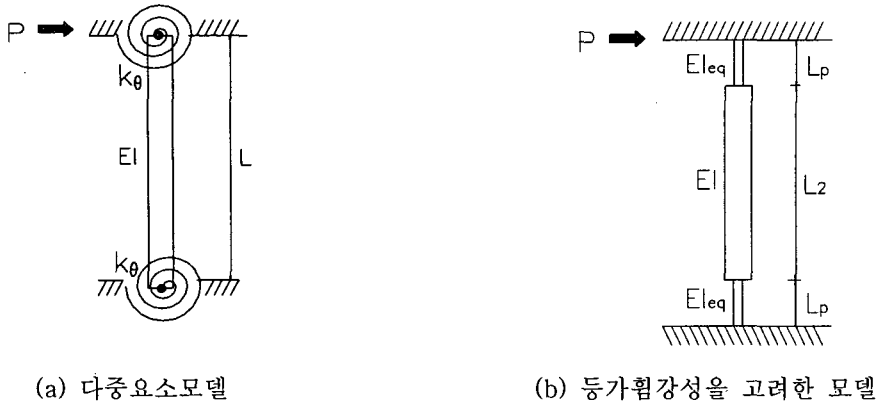


그림 3 등가 휨강성의 고려

그림 3의 (a)는 양단이 회전에 대하여 고정되어 있는 기둥의 앵커리지 슬립에 의한 변형과 휨에 의한 변형을 다중요소모델 [7]로 나타낸 것으로서 k_θ 는 회전 스프링의 회전강성을, EI 는 부재의 휨강성을 각각 나타낸다. 한편 그림 3의 (b)는 소성힌지길이 L_p 에 의해 모사되는 양단의 모멘트 집중으로 인한 소성영역에 대해 앵커리지 슬립에 의한 회전 변형량을 반영할 수 있도록 휨강성 EI 를 감소시킨 등가휨강성 EI_{eq} 를 포함한 기둥을 모사하고 있다. 이때 같은 횡하중 P 가 작용할 경우 그림 3의 (a)에 발생하는 수평변위를 Δ_1 , 그림 3의 (b)에 발생하는 수평변위를 Δ_2 라고 정의하면 $\Delta_1 = \Delta_2$ 의 관계식을 토대로 회전변형을 반영하기 위한 등가휨강성 EI_{eq} 를 산정하면 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{EI_{eq}} = \frac{1}{\beta \cdot k_\theta \cdot L} + \frac{1}{EI} \quad (11)$$

여기서 $\beta = \alpha(1 - 2\alpha + 4/3\alpha^2)$, $\alpha = l_p/L$ 를 나타낸다. 또한 같은 과정을 통해 외팔보에 대한 등가휨강성을 구하면 역시 식(11)과 같은 형태로 표현될 수 있음을 알 수 있으며 이때 계수 $\beta = \alpha(1 - \alpha + 1/3\alpha^2)$ 로 변화됨을 알 수 있다. 위와 같은 과정을 통하여 계산된 등가휨강성 EI_{eq} 는 모멘트-곡률 관계 모델 구성시 초기 휨강성을 대신하여 사용되어 단조증가 하중에 대한 모멘트-곡률 관계 포락선을 구성하게 되고 나아가 반복하중을 받는 모멘트-곡률관계 구성시 하중 감소 (unloading)와 하중재하 (reloading)를 정의함에 있어 포락선으로 사용되어 정착부의 슬립에 의한 구조물 전체의 강성저하현상을 반영할 수 있다.

4. 철근콘크리트 구조물의 해석

철근콘크리트 보 구조물을 모델링 함에 있어서 Timoshenko보 이론을 토대로 구성된 보요소를 사용하였으며 평행방정식의 구성으로부터 반복해석에 이르는 일련의 비선형 해석과 관련한 자세

한 유도과정은 참고문헌 [5]에서 살펴볼 수 있다. 이 논문에서는 Ma, Bertero와 Popov[4]에 의해 실험된 BEAMR4, Sozen et al.[8]에 의해 실험된 BEAMS1부재에 대해 해석을 수행하여 그 결과를 비교하였다.

BEAMR6은 휨과 전단력이 동시에 작용하며, 압축철근과 인장철근의 비율이 같은 복철근 철근 콘크리트 외팔보로서 앵커리지에 훅(hook)을 설치하여 외측 접합부의 전형적인 거동을 나타내도록 모델링 되었다. 그림 4에서 볼 수 있듯이 적층단면법을 토대로 구조물을 해석할 경우 초기의 거동과 항복모멘트는 실제구조물과 유사한 거동을 나타내나 구조물의 항복시 항복처짐값을 과소 평가 하는 것을 알 수 있다. 이런 현상은 접합부에서 주철근이 슬립되면서 발생된 회전량에 의한 강체 처짐량을 반영하지 못하고 있기 때문이다. 따라서 논문에서 제안한 해석방법을 이용하여 강체 처짐량을 반영한 후 하중-처짐 관계를 구성하면 부착슬립에 의한 고정단에서의 강체회전량을 반영하여 적층단면법에 의한 해석결과에 비해 개선된 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. BEAMS1은 한 층을 사이에 두고 곡률방향이 반대인 두 개의 철근콘크리트 기둥의 거동을 알아보기 위해 실험된 부재로서 그 중 하나의 부재에 대해 해석을 수행하였다. 실험을 통해 산정된 하중 변위관계와 적층단면법과 제안된 해석방법을 토대로 계산된 하중변위관계를 비교해 보면 그림 5와 같다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 제안된 해석방법에 의해 결정된 항복처짐값이 완전부착을 전제로 구성된 적층단면법에 의해 계산된 항복처짐값에 비하여 개선된 결과를 나타냄을 알 수 있다. 따라서 내측보에 대해서도 제안된 해석방법이 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

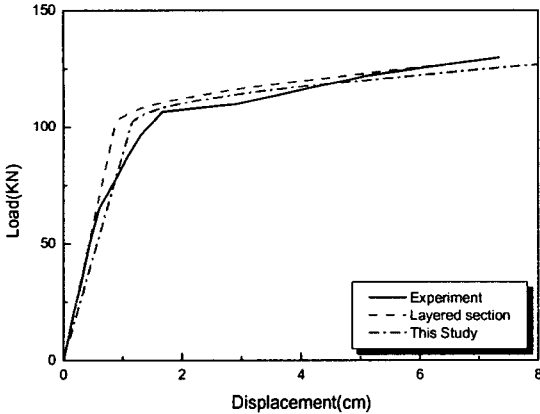


그림 4 BEAMR6의 하중변위 관계

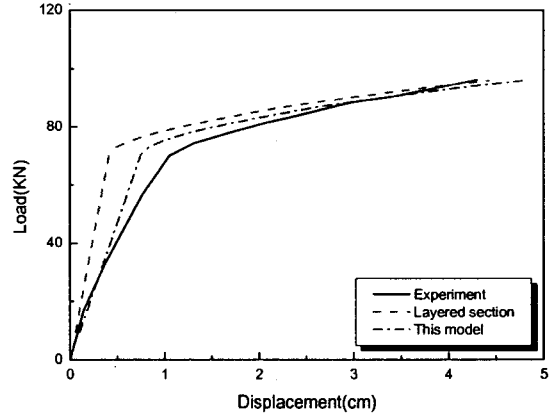


그림 5 BEAMS1의 하중변위 관계

5. 결론

이 논문에서는 간편한 해석을 위해서 또는 반복하중이나 지진하중이 작용하는 경우 포락선을 구성하기 위하여 구조물의 거동을 두개의 직선으로 간편화 시켜 사용하는 경우 구조물의 모델링이 복잡해지고, 해석시 많은 저장공간과 계산시간을 요구하는 적층단면법 (Layered Section Method)에 의한 해석을 지양하고, 등가휨강성을 이용하여 기존의 해석방법이 고려하지 못했던 부

착슬립에 의한 강체변형을 고려할 수 있는 간편한 해석 방법을 제안하였다. 수치해석 결과와 실험적 연구를 통하여 휨변형 외에도 앵커리지 슬립에 의한 강체변형이 구조물의 전체변형의 주요한 변형인자이며, 이를 고려하지 않은 기존의 방법으로 철근콘크리트 구조물의 해석을 수행할 경우 구조물의 강성을 과대 평가함을 알 수 있었으며 이를 이용하여 비선형 동적해석을 수행할 경우 구조물의 에너지 흡수 능력을 과대평가하고, 변형을 과소평가하는 결과를 나타낼 것으로 판단된다. 또한 기존의 해석방법이 고려하지 못했던 부착슬립에 의한 강체변형이 이 논문에서 제안한 등가 휨강성을 이용한 해석방법에 의해 효과적으로 모사 되고 있음을 알 수 있으며 제안된 해석모델이 간편한 해석 또는 반복하중이나 지진하중이 작용하는 경우 포락선 구성시 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 논문은 한국과학재단의 지원에 의해 설립된 스마트 사회기반시설 연구센터 (SISTeC)에 대한 연구비 지원에 의해 이루어졌음을 밝히며 이 지원에 대하여 깊이 감사 드립니다.

참고문헌

1. D'Ambrisi, A. and Filippou, F. C., "Correlation Studies on an RC Frame Shaking-Table Specimen", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, 1997, pp. 1021-1040.
2. Gergely, P. and Lutz, L.A., "Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members", *ACI Special Publication SP-20*, ACI, Detroit, 1973, pp. 87-117.
3. Kwak, H. G. and Kim, S. P., "Nonlinear Analysis of RC Beams Subject to Cyclic Loadings", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 127, No. 12, 2001, pp. 1436~1444.
4. Ma, S. M., Bertero, V. V. and Popov, E. P., "Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangular and T-beam", *Earthquake Engrg. Research Center Report No. EERC 76-2*, Univ. Of California, Berkeley, Calif, 1976.
5. Owen, D. R. J. and Hinton, E., *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press Limited, 1980.
6. Soroushian, P., Obaseki, K., Nagi, M., and Rojas, M., "Pullout behaviour of hooked bars in exterior beam-column connections", *ACI Struct. J.*, Vol. 85, No. 3, 1988, pp. 269-276.
7. Takeda, T., Sozen, M. A. and Nielsen, N. N., "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquake", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 96, No. ST-12, 1970, pp. 2557-2573.
8. Wight, J. K. and Sozen, M. A., "Strength Decay of RC Columns Under Shear Reversals", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 101, No. ST-5, 1975, pp. 1053-1065.