

# 열, 기계 하중을 고려한 지그재그 고차 복합재 셸 이론

## Higher Order Zig-Zag Theory for Composite Shell under Thermo-mechanical load

오진호\*  
Jinho Oh

조맹효\*\*  
Maenghyo Cho

### ABSTRACT

A higher order zig-zag shell theory is developed to refine the predictions of the mechanical and thermal behaviors partially coupled. The in-plane displacement fields are constructed by superimposing linear zig-zag field to the smooth globally cubic varying field through the thickness. Smooth parabolic distribution through the thickness is assumed in the out-of-plane displacement in order to consider transverse normal deformation and stress. The layer-dependent degrees of freedom of displacement fields are expressed in terms of reference primary degrees of freedom by applying interface continuity conditions as well as bounding surface conditions of transverse shear stresses. Thus the proposed theory has only seven primary unknowns and they do not depend upon the number of layers. In the description of geometry and deformation of shell surface, all rigorous exact expressions are used. Through the numerical examples of partially coupled analysis, the accuracy and efficiency of the present theory are demonstrated. The present theory is suitable in the predictions of deformation and stresses of thick composite shell under mechanical and thermal loads combined.

### 1. 서론

최근의 복합재 구조물은 고온의 외부 환경에 놓이게 되는 경우가 빈번히 발생한다. 특히, 고강도와 고강성을 가지고 있는 복합재료의 경우 고온의 환경에서는 일반적인 기계 하중에서와는 다른 변형과 응력을 가지게 된다. 그러므로 복합재 구조물의 해석 시 효율적이고 정확한 모델이 요구되고 있다. 특히, 잠수함, 항공기, 우주선등의 구조물에 사용되는 복합재료의 경우, 곡률을 가지는 셸로 구성되기 때문에, 복합재 셸 구조물의 정확한 해석은 매우 중요하다고 할 수 있다.

현재 셸 복합재 구조물의 해석에 대해 많은 연구가 보고 되고 있다[1,2]. 확장된 셸 복합재료 해석 기법으로 세 가지 형태의 고차 이론이 개발 되었다. 그러나, 첫 번째로, 제안된 근사단층 이론[3,4]은 복합재 구조물의 두께방향으로 횡단응력 연속조건을 만족하지 못하기 때문에 이 이론에 기초하여 정확한 해석을 할 수가 없다. 두 번째로, 두께방향으로 층마다 자유도를 부과하는 층

\* 서울대학교 기계항공공학부 대학원 박사과정

\*\* 서울대학교 기계항공공학부 부교수

별 이론[5]이 있다. 이 이론은 자유도가 층의 수에 의존하기 때문에, 계산량이 너무 많아지는 단점이 있다. 이러한 단점을 해결하기 위한 방법으로 전체/국소 지그재그 방법[6-8]이 제안되었다. 마지막으로 단순화된 지그재그 이론[9-11]이 있다.

세 가지 해석방법 중 단순화된 지그재그 이론은 정확성과 효율성으로 인해 가장 주목을 받고 있는 이론이다. 본 연구에서 사용된 지그재그 이론[12]은 변위의 횡전단 응력연속조건을 층 경계면마다 만족하고 또한, 변위장을 모사하기 위해 층의 수와 상관없이 7개 변수만 필요하게 된다. 그 결과 계산상에서 많은 장점을 갖게 된다.

그러나 복합재료 적층 구조물은 기계하중 하에서만 운용되는 것이 아니라 가혹한 열 환경 하에 놓여 있는 경우도 빈번하다. 특히 엔진의 주변 구조물이나 항공기의 날개, 우주 구조물 등은 빈번히 고온 환경에 처하게 된다. 그러므로 최근에는 열 하중과 기계 하중이 동시에 작용하는 복합재료 적층 구조물의 응력, 변형 및 강도의 예측은, 적층 구조물의 설계 시 고려해야 할 중요한 문제가 되고 있다[13]. 최근까지도 열과 기계하중의 복합 하중 하에서 정확도와 효율성을 동시에 적층 쉘의 이론 개발은 아직 미흡하다고 판단된다. 특히 반복 인자 연구를 수행해야 되는 초기 설계 단계에서는 적은 수의 종속 변수를 가지는 효율적인 이론이 바람직하다.

두꺼운 적층 복합재 쉘의 경우, 기계하중 하에서는 횡 전단 변형 효과를 고려하는 것이 쉘의 두께 방향 응력과 변위의 정확도를 높이는 데 중요한 요인이었지만 열 하중을 받는 경우에는 같은 정도의 두께비를 가진다면 횡 수직 변형의 효과도 무시할 수 없다. 이 효과는 기계하중이 가해지는 경우에는 내부 변형 에너지에 기여하는 바가 미미하지만 열 하중 하에서는 그 효과가 두드러지게 나타나므로 횡 전단 변형 에너지와 함께 동일한 정도의 중요도를 가지고 동시에 고려되어야 한다. 이 효과는 3차원 탄성해의 예를 통해서도 잘 나타나고 있고[14], 최근 개발된 고차이론을 통해서도 확인할 수 있다[15].

본 연구에서는 복합재료 적층 쉘 구조물이 기계, 열 하중을 받을 때 정상상태의 두께 방향 거동을 정확히 묘사하는 효율적인 쉘 이론을 개발하는 것을 연구 목적으로 한다. 이를 위하여 고차 이론의 변위장을 단순화 하였으며 횡 전단 변형효과 뿐만 아니라 수직 방향의 변형 효과를 고려하였다. 개발된 이론은 수치 예를 통하여 평가한다.

## 2. 변위장 모델

열, 기계 하중에 의해 변형되는 구조물의 Free energy는 다음과 같이 쓰여 진다.

$$F(\varepsilon_{ij}, E_i, \theta) = \frac{1}{2} C^{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} - e^{ijk} E_i \varepsilon_{jk} - k^{ij} \theta \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

여기서,  $C^{ijkl}$  와  $e^{ijk}$  는 탄성 계수와 Piezoelectric 상수이다. 위의 (1)식으로부터, 다음과 같이 구성 방정식들이 유도 될 수 있다.

$$\sigma^{ij} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} = C^{ijkl} \varepsilon_{kl} - e^{ijk} E_k - k^{ij} \theta \quad (2)$$

$\theta = T - T_0$  는 초기 온도부터의 온도 변화를 나타낸다.  $E_i$  는 전기장 벡터의 구성성분이다.  $k^{ij}$  는 열-기계 와 열-전기장의 연계 상수이다.

선형에 기초를 둔 Piezoelectricity  $E_i$  는 스칼라 포텐셜 함수  $\phi$  로서 표현된다.

$$E_i = -\phi_{,i} \quad (i=1,2,3) \quad (3)$$

변위장을 효율적으로 모델링 하기 위해서 고차 지그재그이론을 사용하였다. 면내 변위장은 기계 하중이 작용할 때 두께 방향으로 전체적으로 매끈하게 변하는 3차의 변위장에 층마다 1차 지그재그로 변하는 변위장을 중첩하여 변위장을 얻는다. 이때 층마다 지그재그 형상으로 변하는 변위장은 층마다 주 종속 변수를 가지므로 종속 변수의 수는 적층 수에 비례하여 늘어나게 된다.

이를 수식으로 표현하면 아래와 같다.

$$U_\alpha(x^i) = u_\alpha(x^\beta, x^3) + \psi_\alpha(x^\beta, x^3)x^3 + \xi_\alpha(x^\beta, x^3)(x^3)^2 + \phi_\alpha(x^\beta, x^3)(x^3)^3 + \sum_{k=1}^{N-1} S_\alpha^{(k)}(x^3 - x_{(k)}^3)H(x^3 - x_{(k)}^3) \quad (4)$$

$$U_3(x^i) = u_3(x^\beta, x^3) + r_1(x^\beta, x^3)x^3 + r_2(x^\beta, x^3)(x^3)^2 \quad (5)$$

여기서,  $u_i$  는 기준면에서 정의된 변위이고,  $\psi_\alpha$  는 기준면에 수직은 축으로부터 시작된 회전각도이다.  $N$  은 층의 수이고,  $H(x^3 - x_{(k)}^3)$  는 단위계단 함수이다.  $S_\alpha^{(k)}$  는 각 층 사이의 횡전단 각도의 변화량이다. 셀의 두께 방향으로 면내 변위는 그림. 1.에서 보여진다.

일반 좌표계에서의 그린 변형을 텐서는 다음과 같다.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(V_{i|j} + V_{j|i} + V_{|i}^k V_{k|j}) \quad (6)$$

Von Karman 비선형을 고려함으로써, 셀의 변형을 성분을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2}(V_{\alpha|\beta} + V_{\beta|\alpha} + V_{3|\alpha} V_{3|\beta} + V_{3|\alpha} V_{3|\beta}^0 + V_{3|\alpha}^0 V_{3|\beta}) \\ \varepsilon_{\alpha 3} &= \frac{1}{2}(V_{\alpha|3} + V_{3|\alpha}), \\ \varepsilon_{33} &= V_{3|3} \end{aligned} \quad (7)$$

벡터  $\vec{a}$  에 대한 셀의 공변 횡전단 변형을 성분은 다음과 같다.

$$2\varepsilon_{\alpha 3} = U_{\alpha,3} + U_{3|\alpha} + b_\alpha^\beta (U_\beta - x^3 U_{\beta,3}) \quad (8)$$

셀의 2차 Piola-Kirchhoff 응력성분들은 다음과 같이 얻어 질 수 있다.

$$\sigma^{\alpha\beta} = H^{\alpha\beta\lambda\nu} \varepsilon_{\lambda\nu}, \quad \sigma^{\alpha 3} = H^{\alpha 3\lambda 3} \varepsilon_{\lambda 3}, \quad \sigma^{33} = H^{3333} \varepsilon_{33} \quad (9)$$

여기서,  $E^{ijkl}$  은 탄성 텐서 성분들이고,  $H^{\alpha\beta\lambda\nu} = E^{\alpha\beta\lambda\nu} - E^{\alpha\beta 33} E^{\lambda\nu 33} / E^{3333}$  로 정의 된다.

식(4)과 (5)를 식(8)에 대입함으로써, 아래와 같이 횡전단 변형을 성분은 변위 표현으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_{\alpha 3} &= \psi_\alpha + 2\xi_\alpha(x^3) + 3\phi_\alpha(x^3)^2 + \sum_{k=1}^{N-1} S_\alpha^{(k)} H(x^3 - x_{(k)}^3) + u_{3|\alpha} + r_{1|\alpha} x^3 + r_{2|\alpha} (x^3)^2 \\ &+ b_\alpha^\beta \left\{ u_\beta + \psi_\beta x^3 + \xi_\beta (x^3)^2 + \phi_\beta (x^3)^3 + \sum_{k=1}^{N-1} S_\beta^{(k)} (x^3 - x_{(k)}^3) H(x^3 - x_{(k)}^3) \right. \\ &\left. - x^3 \left( \psi_\beta + 2\xi_\beta (x^3) + 3\phi_\beta (x^3)^2 + \sum_{k=1}^{N-1} S_\beta^{(k)} H(x^3 - x_{(k)}^3) \right) \right\} \end{aligned}$$

$$= \psi_\alpha + u_{3||\alpha} + b_\alpha^\beta u_\beta + r_{1||\alpha} x^3 + r_{2||\alpha} (x^3)^2 + 2(x^3)(\mu_1)_\alpha^\beta \xi_\beta + 3(x^3)^2 (\mu_2)_\alpha^\beta \phi_\beta + \sum_{k=1}^{N-1} (\mu_{(k)})_\alpha^\beta S_\beta^{(k)} H(x^3 - x_{(k)}^3) \quad (10)$$

여기서,

$$(\mu_1)_\alpha^\beta = (\delta_\alpha^\beta - \frac{1}{2} x^3 b_\alpha^\beta), \quad (\mu_2)_\alpha^\beta = (\delta_\alpha^\beta - \frac{2}{3} x^3 b_\alpha^\beta), \quad (\mu_{(k)})_\alpha^\beta = (\delta_\alpha^\beta - x_{(k)}^3 b_\alpha^\beta) \quad (11)$$

횡 수직 변형을 성분은 아래와 같다.

$$\varepsilon_{33} = V_{3|3} = U_{3|3} = U_{3,3} = r_1 + 2r_2 x^3 \quad (12)$$

위의 변위장에 미지수를 줄이기 위해 윗면과 아랫면의 횡 전단 구속조건  $\varepsilon_{\alpha 3}|_{x^3=0,h} = 0$  을 부과 하면, 다음과 같다.

$$\varepsilon_{\alpha 3}|_{x^3=0} = \psi_\alpha + u_{3||\alpha} + b_\alpha^\beta u_\beta = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha 3}|_{x^3=h} &= \psi_\alpha + u_{3||\alpha} + b_\alpha^\beta u_\beta + r_{1||\alpha} h + r_{2||\alpha} (h)^2 + 2(h)(\mu_1)|_{x^3=h}^\beta \xi_\beta + 3(h)^2 (\mu_2)|_{x^3=h}^\beta \phi_\beta + \sum_{k=1}^{N-1} (\mu_{(k)})_\alpha^\beta S_\beta^{(k)} \\ &= 2h(\hat{\mu}_1)_\alpha^\beta \xi_\beta + 3h^2 (\hat{\mu}_2)_\alpha^\beta \phi_\beta + r_{1||\alpha} h + r_{2||\alpha} (h)^2 + \sum_{k=1}^{N-1} (\mu_{(k)})_\alpha^\beta S_\beta^{(k)} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

식(13), (14) 으로부터, 횡 전단 변형률은 다음과 같이 쓰여 질 수 있다.

$$2\varepsilon_{\alpha 3} = p_\alpha^\lambda r_{1||\lambda} + q_\alpha^\lambda r_{2||\lambda} + d_\alpha^\gamma \phi_\gamma + \sum_{k=1}^{N-1} (\mu_{(k)})_\alpha^\gamma S_\gamma^{(k)} \left( \delta_\alpha^\lambda H(x^3 - x_{(k)}^3) - \frac{x^3}{h} c_\alpha^\lambda \right) \quad (15)$$

여기서,

$$\begin{aligned} p_\alpha^\lambda &= \delta_\alpha^\lambda x^3 - x^3 (\mu_1)_\alpha^\beta (\hat{\mu}_1^{-1})_\beta^\lambda, \quad q_\alpha^\lambda = \delta_\alpha^\lambda (x^3)^2 - x^3 (\mu_1)_\alpha^\beta (\hat{\mu}_1^{-1})_\beta^\lambda h \\ d_\alpha^\gamma &= 3(x^3)^2 (\mu_2)_\alpha^\gamma - 3h(x^3) (\mu_1)_\alpha^\beta (\hat{\mu}_1^{-1})_\beta^\lambda (\hat{\mu}_2)_\lambda^\gamma, \quad c_\alpha^\lambda = (\mu_1)_\alpha^\beta (\hat{\mu}_1^{-1})_\beta^\lambda \end{aligned} \quad (16)$$

현재이론에서는 층 사이의 모든 경계면에서 횡 전단 응력 연속조건이 만족된다. 이러한, 연속 조건을 아래와 같이 쓸 수 있다.

$${}^{(m-1)}\sigma^{\alpha 3}|_{x^3=x_{(m-1)}^3} = {}^{(m)}\sigma^{\alpha 3}|_{x^3=x_{(m)}^3}, \quad (m=2, \dots, N) \quad (17)$$

식(9) 과 (15)로부터,  $2(N-1)$  개의 대수 방정식을 얻을 수 있다. 대수 방정식으로부터 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$S_\gamma^{(k)} = (a^{(k)})_\gamma^\omega \phi_\omega + (b^{(k)})_\gamma^\omega r_{1,\omega} + (c^{(k)})_\gamma^\omega r_{2,\omega} \quad (18)$$

결국, 식(13), (14) 식(18)을 식(4), (5)에 대입하면, 아래와 같은 변위장을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} U_\alpha &= \mu_\alpha^\beta u_\beta - u_{3||\alpha} x^3 - \frac{(\hat{\mu}_1^{-1})_\alpha^\lambda}{2h} \{r_{1||\lambda} h + r_{2||\lambda} (h)^2\} (x^3)^2 + f_\alpha^\beta \phi_\beta - \frac{(\hat{\mu}_1^{-1})_\alpha^\lambda}{2h} (x^3)^2 \sum_{k=1}^{N-1} (\mu_{(k)})_\lambda^\gamma \left( (b^{(k)})_\gamma^\omega r_{1,\omega} + (c^{(k)})_\gamma^\omega r_{2,\omega} \right) \\ &\quad + \sum_{k=1}^{N-1} \left( (b^{(k)})_\alpha^\omega r_{1,\omega} + (c^{(k)})_\alpha^\omega r_{2,\omega} \right) (x^3 - x_{(k)}^3) H(x^3 - x_{(k)}^3) \end{aligned} \quad (19)$$

$$U_3 = u_3 + r_1 x^3 + r_2 (x^3)^2 \quad (20)$$

여기서,

$$f_{\alpha}^{\beta} = \delta_{\alpha}^{\beta} (x^3)^3 - \frac{3h}{2} (x^3)^2 (\hat{\mu}_1^{-1})_{\alpha}^{\gamma} (\hat{\mu}_2)_{\gamma}^{\beta} - \frac{1}{2h} (x^3)^2 (\hat{\mu}_1^{-1})_{\alpha}^{\lambda} \sum_{k=1}^{N-1} (\mu_{(k)})_{\lambda}^{\gamma} (a^{(k)})_{\gamma}^{\beta} + \sum_{k=1}^{N-1} (a^{(k)})_{\alpha}^{\beta} (x^3 - x_{(k)}^3) H(x^3 - x_{(k)}^3) \quad (21)$$

변위장에서의 변수는 기준면의 변수만으로 정의된다. 그 결과, 주요변수의 수는 층의 수에 관계없이 7개로 일정하다. 가상일의 원리에 의해 위의 변위장과 변분적으로 일치하는 평형 방정식과 경계 조건을 유도할 수 있다. 여기서, 결과력에 대한 정의와 계산과정은 지면 관계상 생략한다.

### 3. 수치예

개발된 이론의 성능을 검증하기 위해서 원통형 실린더의 응력과 변위를 해석하였다. 기호  $L$  은 원통 길이를 나타내고,  $R$  은 실린더의 중심 면까지의 반경,  $h$  는 두께를 나타낸다.  $S(=R/h)$  는 두께비를 나타낸다. 모델 형상은  $L/R=4$ ,  $R/h=4$  인 경우와  $L/R=4$ ,  $R/h=10$  인 경우 이다. 재료 상수는 아래와 같다.

$$E_L/E_T=25 \quad G_{LT}/E_T=0.5 \quad G_{TT}/E_T=0.2 \quad \nu_{LT}=\nu_{TT}=0.25 \quad (22)$$

기계하중, 온도하중을 고려하였고 완전 연계된 전기-기계-온도 하중을 고려하지 않고 decouple된 이론을 바탕을 두고 해석을 수행 하였다. 온도-기계 하중의 효과도 단지 구성방정식에서만 고려된다. 해석은 [90/0/90]과 [90/0/90/0/90/0/90/Piezo] 2 가지 적층 배열을 고려하였다. 삼차원 해석 결과는 참고 문헌[14]에서 얻었다. 정현파 하중이 가해졌고, 경계조건은 단순 지지 경계조건을 부과 하였다.

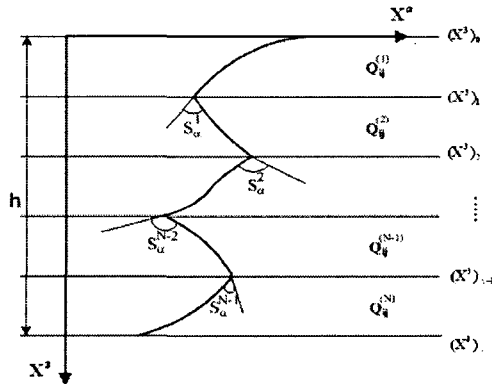


그림 1. 두께방향으로 면내 변위 형상

#### 3.1 기계하중하의 변위 및 응력분포

기계 하중이 가해지는 경우의 횡 수직방향의 변위를 그림 2 와 그림 3 에 나타내었고, 횡방향 전단 응력은 그림 4에서 보여 진다. 수치결과에서 보인 바와 같이, 3-D 탄성해와 비교해서 본 이

론이 예측하는 쉘의 응력과 변위가 매우 정확히 일치하는 것을 알 수 있다. 특히, 횡전단 응력의 경우 다른 해석 결과[15]보다 탄성해에 더 가까운 해를 얻을 수 있다.

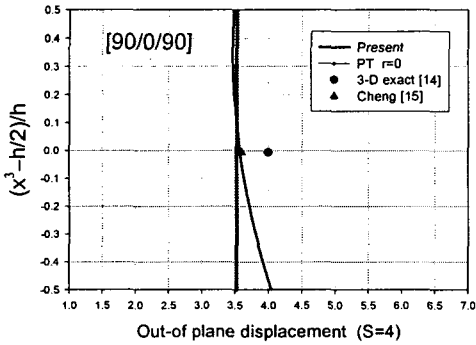


그림 2. 면내 수직 변위 (두께비 4)

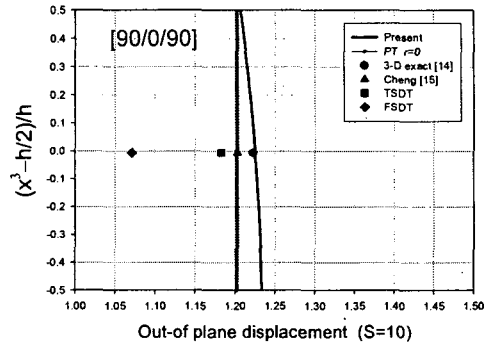


그림 3. 면내 수직 변위 (두께비 10)

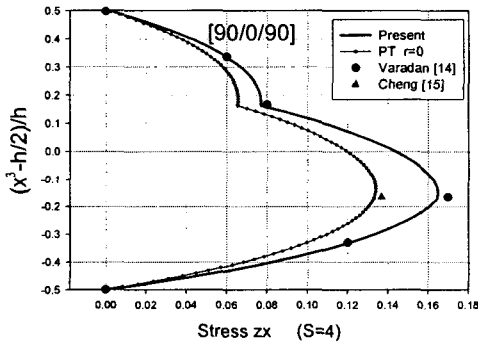


그림 4. 횡 방향 전단 응력 (두께비 4)

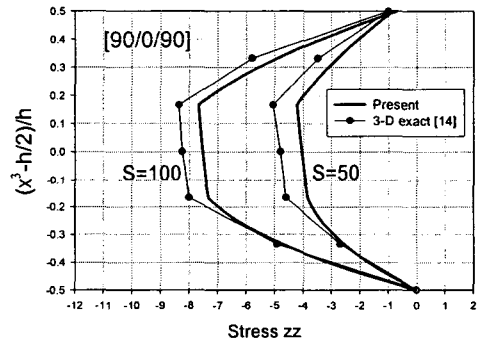


그림 5. 횡 방향 수직 응력

### 3.2 온도하중하의 변위 및 응력분포

두께 방향으로 선형으로 변하는 온도하중을 가했을때의 변위를 그림. 6에 도시하였다. 하중은 원통형 실린더의 바깥면에 50℃ 안쪽면에 -50℃의 온도를 부과 하였다. 온도하중 하에서는 기계 하중과는 달리 쉘의 두께 방향으로 변형이 심하게 발생한다. 본 연구에서는 이러한 효과를 고려하기 위해 두께 방향으로 처짐을 포물선으로 가정 하였다. 그 결과, 다른 해석 해보다 정확한 변위와 응력을 구할 수 있다. 그림. 7은 면내 응력을 나타내고, 그림. 8과 그림. 9는 횡 방향 전단 응력을 도시하였다.

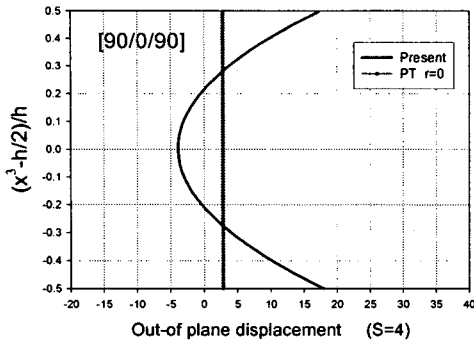


그림 6. 면내 수직 변위 (두께비 4)

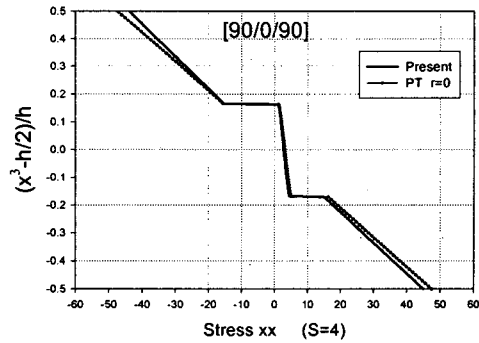


그림 7. 면내 수직 응력 (두께비 4)

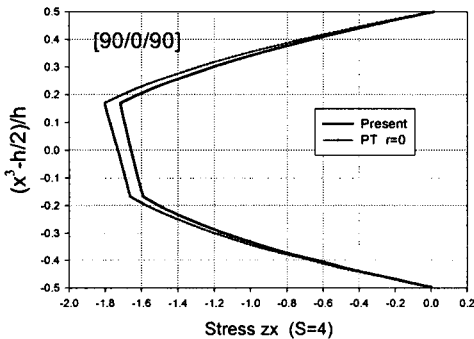


그림 8. 횡 방향 전단 응력

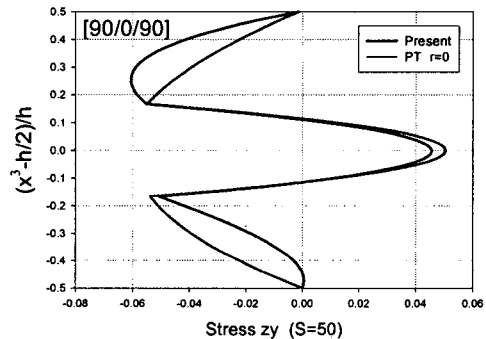


그림 9. 횡 방향 전단 응력

## 5. 결론

일반 텐서이론에 기초를 둔 고차 지그재그 쉘 이론을 개발 하였다. 쉘의 윗면과 아랫면에서의 횡전단 구속 조건과, 층 사이에 횡 전단 응력 연속 조건을 부과함으로써, 층에 의존하는 변수가 제거 되어 진다. 결국, 최소한의 자유도의 수만으로 복합재 쉘 구조물의 해석이 가능하게 되었다. 특히, 일반 좌표계를 사용하여 임의의 형상의 쉘 구조물의 기하학적 정보가 있으면 해석을 할 수 있는 이론을 개발하였으며 두꺼운 쉘의 기하학적인 효과를 고려하기 위해서 두께 방향으로 곡면의 변화량을 고려하려 변형을 기술할 때 적용하였다.

기계, 열 하중이 작용할 때, 복합 적층 구조물의 변형과 응력에 대해 해석하고 결과를 비교하였다. 그 결과, 복합재료가 열 하중을 받을 때, 두께 방향 변형을 무시할 수 없다는 것을 확인 할 수 있었다. 그러므로 수직 응력과 수직 변형에 대한 효과를 고려하는 것이 신뢰성 있는 해석을 위해서 필요한 것을 알 수 있다.

본 연구에서 개발된 고차 지그재그 쉘 이론은 쉘 구조물이 고온 환경 하에서 기계하중과 열하중의 복합하중을 받을 때 변형 거동을 예측할 수 있는 효율적인 방법을 제공한다는 것을 알 수 있다. 본 연구는 압전층이 삽입되어 있거나 부착되어 있는 하이브리드 복합재료 적층 쉘의 연구로 확장될 것이며 이에 따른 유한요소 쉘도 개발될 예정이다.

## 참고 문헌

1. Noor, A.K., Burton, W.S., 1990, "Assessment of computational models for multilayered composite plates and shells." *Applied Mechanics Reviews*, Vol.45, No.4, pp.67-97.
2. Reddy, J.N., Robbins, Jr., D.H., 1994, "Theories and Computational models for composite laminates." *Applied Mechanics Reviews*, Vol.47, No.1, pp.147-169.
3. Whitney, J.M., Sun, C.T., 1974, "A refined theory for laminated anisotropic cylindrical shells." *J. Appl. Mech.*, Vol.41, pp.471-476.
4. Reddy, J.N., Liu, C.F., 1985, "A higher-order shear deformation theory of laminated elastic shells." *Int. J. Engng Sci.*, Vol.23, No.3, pp.319-330.
5. Barbero, E.J., Reddy, J.N., 1990, "General two-dimensional theory of laminated cylindrical shells." *AIAA J.*, Vol.28, No.3, pp.544-553.
6. Cho, M., Kim, J. S., 1997, "Bifurcation buckling analysis of delaminated composites using global-local approach." *AIAA J.*, Vol.35, No.10, pp.1673-1676.
7. Kim, J.S., Cho, M., 1999, "Postbuckling of delaminated composites under compressive loads using global-local approach." *AIAA J.*, Vol.37, No.6, pp.774-778.
8. Cho, M., Lee, S.G., 1998, "Global/local analysis of laminated composites with multiple delaminations of various shapes." *Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/ASC 39th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Long Beach, CA, AIAA, Reston, VA, pp. 76-86.
9. Di Sciuva, M., 1987, "An improved shear-deformation theory for moderately thick multilayered anisotropic shells and plates." *J. Appl. Mech.*, Vol.54, pp.589-596.
10. He, L.-H., 1994, "A linear theory of laminated shells accounting for continuity of displacements and transverse shear stresses at layer interfaces." *Int. J. Solids Structures*, Vol.31, No.5, pp.613-627.
11. Ossadzow, C., Touratier, M., and Muller, P., 1999, "Deep doubly curved multilayered shell theory." *AIAA J.*, Vol.37, No.1, pp.100-109.
12. Cho, M., Oh, J., 2004, "Higher order zig-zag theory for fully coupled thermo-electric - mechanical smart composite plates," *Int. J. of Solids & Structures*, Vol.41, No.5-6, pp.1331-1356.
13. Thornton, E.A. *Thermal structures for Aerospace Applications*, AIAA Education Series, AIAA, 1996.
14. Varadan, T. K., Bhaskar, K., 1991, "Bending of laminated orthotropic cylindrical shells- an elasticity approach," *Composite Structures*, Vol.17, pp.141-156.
15. Cheng, Z. Q., He, L. H., Kitipornchai, S., 2000, "Influence of imperfect interfaces on bending and vibration of laminated composite shells," *Int. J. of Solids & Structures*, Vol.37, pp.2127-2150.