

## 초대형 골조시스템의 효율적인 해석모델

### Efficient Analytical Model of Mega Frame System

김 현 수\*  
Kim, Hyun-Su

김 승 준\*\*  
Kim, Seung-Jun

이 동 근\*\*\*  
Lee, Dong-Guen

---

#### ABSTRACT

Recently, Various structural systems for skyscrapers are studied as structures are more higher. The mega frame system of all, which is the structural system developed recently, are considered as a suitable structural system for skyscrapers. This structural system has sufficient stiffness for the lateral forces with mega-columns which consist of many columns and mega-girders which consist of girders with large stiffness or trusses. But there is no efficient analysis method and a design method for it. Therefore, an efficient analytical model, which has only DOFs selected by the user using the matrix condensation technique, is proposed in this study to obtain accurate results in significantly reduced computational time.

---

#### 1. 서 론

구조물이 고층화됨에 따라 구조물에 작용하는 횡하중으로 인한 구조물의 전도 모멘트 및 변위가 급격히 증가하므로 초고층 구조물에서는 횡하중으로 인한 구조물의 모멘트 및 변위를 경제적으로 제어하기 위하여 다양한 구조 시스템이 이용된다. 횡하중에 효율적으로 저항하기 위한 경제적인 구조 시스템은 여러 가지 변수에 따라 달라지겠지만 일반적으로 40층-60층 높이에서는 벨트 트러스를 이용한 아웃리거 시스템이 많이 사용되고 있고, 50층-100층 정도의 구조물에서는 튜브 구조 시스템이 경제적인 구조시스템으로 알려져 있다. 하지만 최근에는 초대형 골조시스템이 초고층 구조물에 더 적합한 것으로 받아들여지고 있다. 이 초대형 골조시스템은 여러 개의 기둥을 묶어 하나의 메가칼럼으로 만들고, 강성이 큰 보 또는 트러스로 구성된 초대형 수평부재, 즉 메가거더를 설치함으로써 횡하중에 대한 구조물의 강성을 확보한다. 초대형 골조시스템은 비교적 최근에 개발된 구조 시스템으로 이 시스템에 적합한 효율적인 해석 및 설계방법을 개발되지 못한 상태이다. 이에 본 연구에서는 초대형 골조시스템에 적합한 해석 및 내진설계법을 제시하기 위한 기초연구로서 초대형 골조시스템의 효율적인 해석모델을 연구하였다. 초대형 골조시스템은 구조부재를 특정 위치에 집중적으로 배치하여 구조물에 필요한 강성을 확보하는 시스템으로 대형 보와 기둥으로 구성된 다층 골조와 유사한 거동을 하는 특징이 있다. 본 논문에서는 이 특징을 이용하여 초대형 골조시스템에 적합한 효율적인 해석모델을 제안하고자 한다.

---

\* 정회원 · 성균관대학교 건축공학과 박사후 연구원

\*\* 학생회원 · 성균관대학교 건축공학과 석사과정

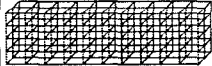


\*\*\* 정회원 · 성균관대학교 건축공학과 교수

## 2. 메가요소와 메가프레임을 이용한 골조시스템 해석

초대형 골조시스템은 다수의 보와 기둥들이 밀집된 메가칼럼 및 메가거더로 구성된다. 이 시스템에서 강성이 큰 부재들로 긴밀하게 연결된 메가칼럼 및 메가거더는 일체화된 거동을 하므로 개개의 단일 부재와 유사한 거동을 하게 된다. 그러므로 초대형 골조시스템은 메가칼럼 및 메가거더로 이루어진 저층 골조와 비슷한 거동을 나타내는 특징을 보여준다. 초대형 골조시스템의 이런 특징을 효율적으로 반영하기 위하여 본 연구에서는 보와 기둥 부재로 구성된 메가칼럼 및 메가거더 그리고 접합부를 메가요소로 정의하고 정의된 메가요소를 이용하여 메가프레임을 구성하고 메가프레임을 이용하여 전체 구조물을 나타내는 것에 대하여 연구하였다. 초대형 골조시스템을 효율적으로 설계하고 해석하기 위하여 메가요소를 정의할 경우에는 다음과 같은 장점이 있다.

- (1) 초대형 골조시스템의 입력을 용이하게 할 수 있다.
- (2) 초대형 골조시스템의 구조해석에서 응축시킬 자유도를 쉽게 지정하여 효율적인 해석이 가능하게 된다.
- (3) 초대형 골조시스템의 설계시 반복적으로 해석하는 시간을 줄일 수 있다.

표 1. 메가요소의 종류

요소의 종류	메가거더	메가칼럼	메가조인트
형태			

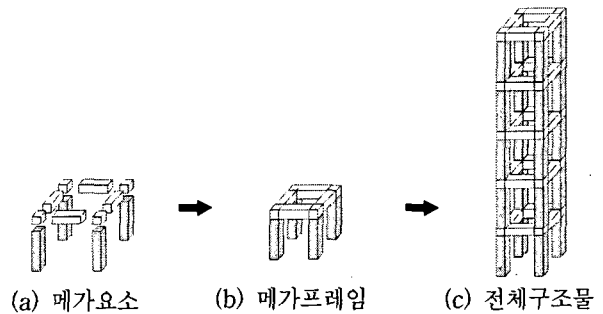


그림 1. 메가요소와 메가프레임으로 구성된 초대형 골조시스템

초대형 골조시스템의 메가요소는 수많은 자유도를 가지고 있지만 강성이 큰 부재들로 촘촘히 연결되어 1개의 큰 보 혹은 기둥과 같은 거동을 한다. 일반적인 보의 경우에는 보 단부의 자유도만으로도 보의 거동을 나타낼 수 있으므로 메가요소들도 경계면에서의 자유도만으로 메가요소의 거동을 근사적으로 나타낼 수 있다. 또 보다 효율적이면서 정확한 구조 해석을 위하여 행렬응축기법을 통하여 구조물의 자유도를 감소시킬 수 있으므로 초대형 골조시스템에 대하여 그림 2와 같이 각 메가요소 간의 공유절점의 자유도만 남기고 행렬응축기법을 이용하여 선택되지 않은 자유도를 소거하여 효율적으로 구조해석을 수행할 수 있다. 이와 같은 관계를 행렬 형태로 표현한 것이 식(1)과 (2)이다. 한 개의 메가요소에 대하여 공유절점에 위치한 자유도와 나머지 절점의 자유도로 정리하면 식 (1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} S_{ii} & S_{ic} \\ S_{ci} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_i \\ D_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i \\ A_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 첨자  $i$ 는 메가요소의 내부절점,  $c$ 는 공유절점을 의미한다. 정적행렬응축기법에 의하여 내부절점의

자유도를 소거하고 공유절점의 자유도로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 [S'_{cc}][D_c] &= [A_c] \\
 [A_c] &= [A_c] - [S_{ca}IS_{aa}]^{-1}[A_a] \\
 [S'_{cc}] &= [S_{cc}] - [S_{ca}IS_{aa}]^{-1}[S_{ca}]
 \end{aligned} \tag{2}$$

행렬  $[S'_{cc}]$ 는 공유절점에 대한 메가요소의 강성행렬을 의미하고 해석시에는 공유절점에 대한 자유도만 고려된다.

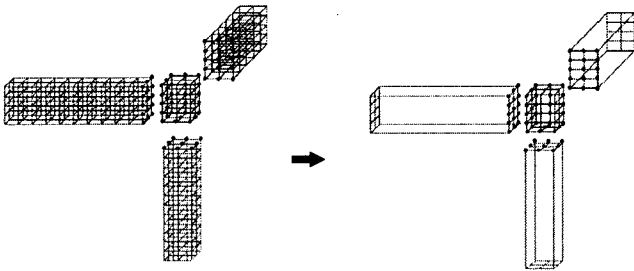


그림 2. 메가요소에서 응축된 후의 메가프레임의 자유도

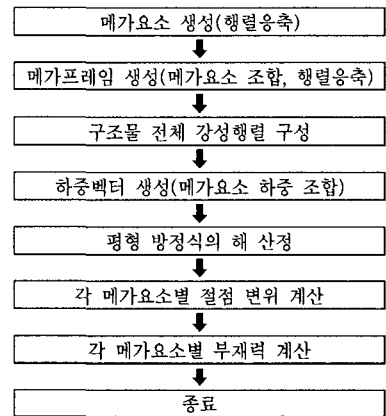


그림 3. 구조해석 알고리즘

초대형 구조물의 경우 구조물 전체에 대하여 자유도 응축 과정을 수행하게 되면 응축되는 자유도의 개수가 아주 많아지기 때문에 구조물의 자유도를 응축시키지 않고 구조해석을 수행하는 경우와 비교해 효율적인 해석시간을 할 수 없다. 하지만 본 연구의 입력단계에서는 초대형 골조시스템을 요소단위로 구조물을 입력하고 자료를 관리하면서 요소끼리 접하는 부분의 자유도를 남겨두고 나머지 자유도를 응축시키기로 하였다. 그러므로 본 연구에서는 해석단계에서도 요소별로 자유도를 응축시키는 과정을 둬으로써 자유도 응축과정에서 구해야 하는 역행렬의 크기를 줄임으로써 효율적인 구조해석이 가능하게 하였다. 또 응축기법을 사용할 때 응축되는 자유도에 가해지는 하중은 하중 응축을 통하여 구조물에 미치는 영향을 정확히 나타낼 수 있으므로 초대형 골조시스템에서는 행렬응축기법을 도입하면 효율적이면서 정확한 해석이 가능하게 된다.

이와 같이 초대형 골조시스템에서 구조물의 해석에 사용될 자유도를 선택하고 메가요소별로 자유도를 응축시키는 과정을 둬으로써 일반적인 해석 프로그램에서 사용하는 자유도보다 훨씬 적은 자유도를 사용하게 함으로써 효율적인 구조해석이 가능하다.

### 3. 초대형 골조시스템의 해석 모델

초대형 골조 시스템에 대하여 앞에서 설명한 방법으로 구조해석을 수행할 때 효율적인 구조해석이 가능한지 확인하기 위하여 초대형 골조시스템의 특징을 잘 나타내는 표준 구조물에 대하여 앞에서 제안된 방법과 일반적인 방법을 이용하여 구조해석을 수행하고 그 결과를 비교하였다.

### 3.1 예제 구조물

본 연구에서 사용된 초대형 골조시스템의 예제 구조물은 높이 400m인 100층 철골 구조물이다. 예제 구조물의 모형화를 위하여 그림 4와 같이 7가지의 메가요소로 구성된 20층의 메가프레임을 사용하였다. 7가지의 메가요소는 각각 메가컬럼 1가지, 메가조인트 4가지, 메가거더 2가지로 구성된다. 그리고 전체 구조물은 20층 메가프레임 5개를 조합하여 구성하였다.

메가컬럼은 4×4 스패 8m 평면을 갖는 층고 4m의 16층 구조물이며 메가조인트는 4×4 스패 8m 평면을 갖는 층고 4m의 4층 구조물로 가새의 위치에 따라 4가지의 메가요소로 구분된다. 그리고 메가거더는 각각 8×4 스패 8m 평면과 4×6 스패 8m 평면의 층고 4m 4층 구조물이다. 그리고 보다 현실적인 예제 구조물의 해석을 위하여 고정하중 360kgf/m<sup>2</sup>(slab t = 15cm), 적재하중 250kgf/m<sup>2</sup>(오피스)의 중력하중과 노풍도 B, 기본풍속 30m/sec, 중요도계수 1.2의 풍하중에 대해 개략적인 설계를 하여 표 2와 같이 부재 단면 크기를 결정하였으며, 전체구조물의 횡변위와 거더 메가요소의 수직변위의 제어를 위해 가새의 위치 및 단면 크기를 결정하였다. 기둥과 거더는 모델링의 편의를 위해 전층에 대해 동일한 단면을 사용하였으며 가새는 그림 4(b)에서 보는 바와 같이 평면의 외부 전체, 그리고 내부의 거더 메가요소 부분에 2개층의 X브레이스를 모델링하였다. 사용된 강재는 SM490으로 설계기준강도 3.3tonf/cm<sup>2</sup>, 최대인장강도 5.0tonf/cm<sup>2</sup>이다.

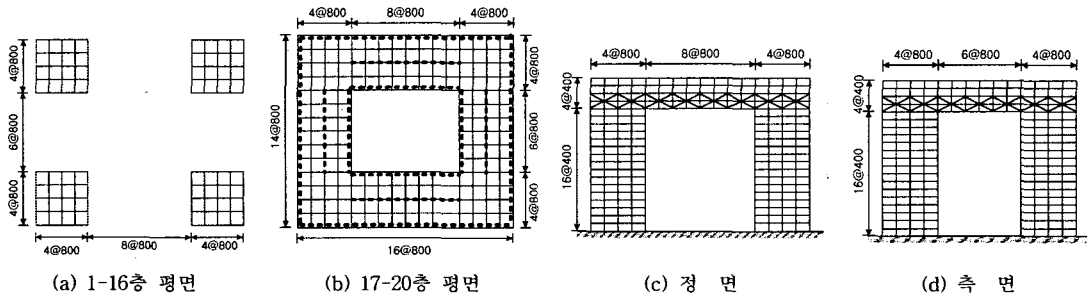


그림 4. 20층 메가프레임 모델

표 2. 부재단면

구분	단면
Column	□1400×1400×100
Girder	□800×600×50
Brace	H500x15x30

표 3. 각 해석 모델별 자유도수

DOF Type	DOF Number
Full	78,000
D1	40
D2	140
D3	340
D4	1,000

### 3.2 예제 구조물 해석모델

본 연구에서는 수평방향 2개의 자유도와 연직과 수평방향의 3개의 자유도를 갖는 2가지 자유도 타입을 이용하여 최소한의 자유도를 가지고 전체 구조물의 거동을 나타낼 수 있는 효율적인 해석모델을 알아보기 위해 그림 5의 4가지 모델을 사용하였다. 그림 5에서 검은색 점은 수평방향 2개의 자유도만 존재하고, 흰색 점은 연직과 수평방향의 3개의 자유도가 존재한다. 검은색 점의 경우 기둥과 조인트 메가요소에 사용되는 자유도 타입으로 수평변위에 대한 자유도만 존재하므로 횡력에 대한 수평 거동을 나타낼 수 있고 흰색 점은 거

더 메가요소에 사용되는 자유도 타입으로 연직 및 수평변위에 대한 자유도가 존재하여 횡력에 대한 거더의 수평변위와 거더의 처짐 등 연직변위를 나타낼 수 있다. 각 해석 모델에서 회전자유도는 모두 소거했으며, 질량은 집중질량을 상용하였다.

그림 5(a) 모델 D1은 조인트 메가요소의 중앙의 한 개 절점에서 수평방향 자유도만 이용한 모델로 총 40개의 자유도를 사용하는 해석 모델로 단일부재로 구성된 저층 프레임 구조물과 같은 자유도를 가진다. 그림 5(b) 모델 D2는 조인트 메가요소의 중앙 한 개 절점의 수평자유도와 기둥 메가요소 중앙의 1개 절점의 수평 자유도, 그리고 거더 메가요소의 중앙 한 개 절점의 연직 및 수평 자유도를 사용하는 해석 모델로 총 140개의 자유도를 가지며 모델 D1에서는 확인할 수 없는 거더 메가요소의 거동을 표현할 수 있다. 또한 기둥 메가요소의 더욱 정확한 거동을 확인할 수 있다. 그림 5(c) 모델 D3는 조인트 메가요소의 1개 절점의 수평 자유도와 기둥 메가요소의 3개 절점의 수평 자유도, 거더 메가요소의 3개 절점의 연직 및 수평 자유도를 사용하는 해석 모델로 총 340개의 자유도를 가지며 모델 D2 보다 더 정확한 거동을 확인할 수 있다. 그림 5(d) 모델 D4는 조인트 메가요소의 1개 절점의 수평 자유도와 기둥 메가요소의 중심의 전체 절점의 수평 자유도, 거더 메가요소의 중심의 전체 절점의 연직 및 수평 자유도를 사용하는 해석 모델로 총 1,000개의 자유도를 가지며 제안한 해석모델 중 가장 많은 자유도를 이용하여 해석을 한다. 따라서 전체 구조물과 가장 흡사한 거동을 나타낼 것이다. 해석 모델별로 자유도가 늘어남에 따라 해석시간은 증가하나 기둥 및 거더의 자유도가 많아져서 전체 구조물의 거동을 더 효과적으로 나타낼 수 있다. 각 해석 모델별로 전체 구조물 해석시 사용되는 총 자유도수는 표 3과 같다.

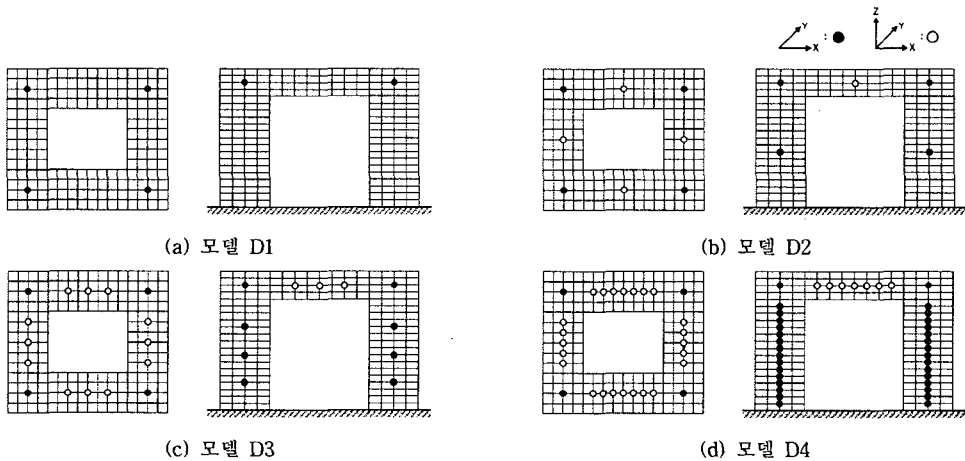


그림 5 초대형 구조시스템 해석 모델

## 4. 예제해석

앞에서 선택된 예제 구조물에 대하여 구조물의 자유도를 전혀 응축시키지 않고 일반적인 방법으로 구조해석을 수행하였을 경우(세부모델; Full모델)와 제안된 4가지 해석모델(D1, D2, D3, D4)에 대하여 구조해석을 수행하여 얻은 구조물의 정적변위 및 동적해석 결과와 해석시간을 비교하였다.

### 3.1 정적해석 결과 비교

정적해석은 지반계수 1.2, 지역계수 0.11, 중요도계수 1.2의 등가정적 지진하중을 메가프레임별로 절점하중

으로 치환하여 그림 6과 같이 구조물에 가진하여 각 메가프레임 최상층 변위를 비교하였다. 그림 7에서 실선이 세부모델, 즉 자유도를 전혀 응축시키지 않은 모델의 변위이다. 그림 7에서 보듯이 각 해석모델이 전체 구조물의 정적해석 결과를 잘 따라가고 있음을 보여준다. 정적해석결과 세부모델과 제안된 4가지 해석모델은 동일한 결과를 나타내며, 행렬응축기법을 이용한 4가지 해석모델은 모두 같은 정적해석 결과값을 보여준다. 그리고 표 4에서 각 해석모델별 정적해석 시간을 비교할 수 있다. 표 4에서 확인할 수 있듯이 행렬응축기법을 이용하여 메가요소와 메가프레임을 구성하여 해석을 수행할 경우 동일한 구조해석결과를 얻으면서 구조해석에 소요되는 시간을 크게 줄일 수 있는 것을 확인할 수 있다. 또한 메가요소를 더 세분화 할 경우 행렬응축에 소요되는 시간을 줄일 수 있어 메가요소를 구성하는 시간을 단축시킬 수 있다. 참고사항으로 표 4에서 factorization, solver, result의 시간이 '0'인 것은 컴퓨터에 측정할 수 있는 시간(1/1000초)보다 빠른 시간에 그 과정이 수행되어 '0'으로 표시되었다.

표 4. 정적해석시간 비교

(단위 : sec)

Model	DOFs	MegaElement	MegaFrame	Factorization	Solver	Total Time
Full	78,000	-	-	580.188	142.265	580.188
D1	40	257.344	110.719	0.000	0.000	368.063
D2	140	263.297	113.297	0.000	0.000	376.594
D3	340	293.047	148.078	0.000	0.015	441.1250
D4	1,000	257.922	254.719	0.000	0.031	512.641

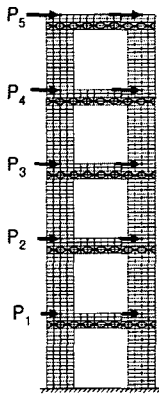


그림 6. 횡하중 가진

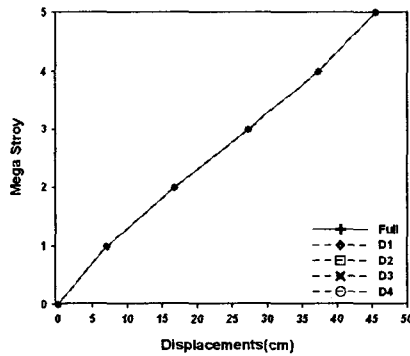


그림 7. 메가프레임 최상층 변위 비교

### 3.1 동적해석 결과 비교

동적해석은 고유치해석을 통해 각 해석모델과 세부모델의 주기를 비교하고, El Cento, 1941 지진하중에 대하여 시간이력해석을 통하여 각 해석모델과 세부모델의 최상층 변위응답을 비교하였다.

그림 8은 세부모델과 각 해석모델의 모드별 주기를 나타낸 것이다. 실선이 세부모델의 주기이며 각 해석모델의 모드별 주기가 세부모델의 주기를 비교적 잘 따라가고 있음을 보여준다. 고차모드로 갈수록 세부모델과 해석모델의 주기간의 차가 커지지만, 해석에 참여하는 자유도수가 가장 많은 D4모델의 경우 20차모드에서 1.85%의 오차로 세부모델의 주기를 따라가고 있다. 주기의 비교에 의해 세부모델과 해석 구조물의 동적거동이 얼마나 일치할 것인가를 판단할 수 있다. 일반적으로 누적 질량참여율의 누계가 90% 이상이 되는 경우 구조물의 동적거동을 비교적 정확하게 나타낼 수 있다. 표 5에서 보는 바와 같이 예제 구조물은 5차 모드까지의 누적 질량참여율이 90%를 넘고 있다. 따라서 해석모델의 5차 모드까지의 주기가 세부모델의 5차 모드까

지의 주기와 일치한다면 해석모델이 세부모델의 동적거동을 비교적 정확하게 나타낼 수 있을 것이다. 그림 8에서 볼수 있듯이 해석모델의 주기가 약 5차 모드까지 세부모델의 주기를 소수점 3째자리 정도의 오차로 비교적 정확하게 따라가고 있다. 따라서 해석모델이 세부모델과 유사한 동적거동을 보일 것을 예상할 수 있다. 그림 9는 세부모델과 각 해석모델의 시간이력해석 결과를 비교한 것이다. 그림 9에서 볼 수 있듯이 앞에서 예상한 것처럼 세부모델과 각 해석모델이 거의 일치하는 거동을 보여주는 것을 확인 할 수 있다. 표 6은 동적해석시간을 비교한 것이다. 정적해석시간에서 보다 시간단축 비율이 더 커진 것을 알 수 있다. 세부모델의 경우 모든 자유도에 대해 고유치해석과 시간이력해석을 수행하지만 제안된 해석모델의 경우 행렬응축을 통해 필요한 남아있는 자유도에 대해서만 고유치해석과 시간이력해석을 수행되므로 정적해석의 경우 보다 계산량의 차이가 많아져서 해석시간의 차이도 증가하였다.

표 5. 모드별 질량참여율

(단위 : %)

Mode	Full				D1				D2				D3				D4			
	X		Y		X		Y		X		Y		X		Y		X		Y	
	MASS	SUM	MASS	SUM	MASS	SUM	MASS	SUM	MASS	SUM	MASS	SUM	MASS	SUM	MASS	SUM	MASS	SUM	MASS	SUM
1	0.00	0.00	76.16	76.16	0.00	0.00	82.75	82.75	0.00	0.00	81.32	81.32	0.00	0.00	80.97	80.97	0.00	0.00	80.74	80.74
2	76.12	76.12	0.00	76.16	82.64	82.64	0.00	82.75	81.04	81.04	0.00	81.32	80.58	80.58	0.00	80.97	80.49	80.49	0.00	80.74
3	0.00	76.12	0.00	76.16	0.00	82.64	0.00	82.75	0.00	81.04	0.00	81.32	0.00	80.58	0.00	80.97	0.00	80.49	0.00	80.74
4	0.00	76.12	13.88	90.05	0.00	82.64	13.56	96.31	0.00	81.04	14.13	95.46	0.00	80.58	14.28	95.25	0.00	80.49	14.28	95.03
5	14.02	90.13	0.00	90.05	13.67	96.30	0.00	96.31	14.21	95.25	0.00	95.46	14.35	94.93	0.00	95.25	14.38	94.87	0.00	95.03
6	0.00	90.13	0.00	90.05	0.00	96.30	0.00	96.31	0.00	95.25	0.00	95.46	0.00	94.93	0.00	95.25	0.00	94.87	0.00	95.03
7	0.00	90.13	0.00	90.05	0.00	96.30	0.00	96.31	0.00	95.25	0.00	95.46	0.00	94.93	0.00	95.25	0.00	94.87	0.00	95.03
8	0.00	90.13	0.00	90.05	0.00	96.30	0.00	96.31	0.00	95.25	0.00	95.46	0.00	94.93	0.00	95.25	0.00	94.87	0.00	95.03
9	0.00	90.13	3.68	93.73	0.00	96.30	2.79	99.11	0.00	95.25	3.34	98.80	0.00	94.93	3.49	98.74	0.00	94.87	3.51	98.54
10	3.80	93.93	0.00	93.73	2.80	99.11	0.00	99.11	3.40	98.65	0.00	98.80	3.57	98.50	0.00	98.74	3.60	98.47	0.00	98.54

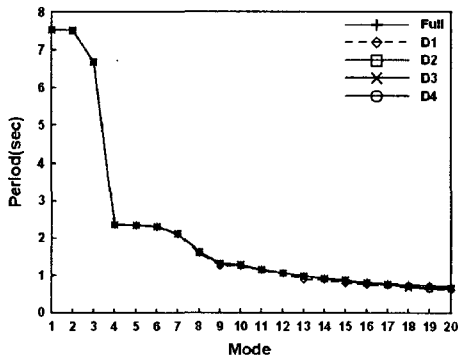


그림 8. 해석모델별 주기 비교

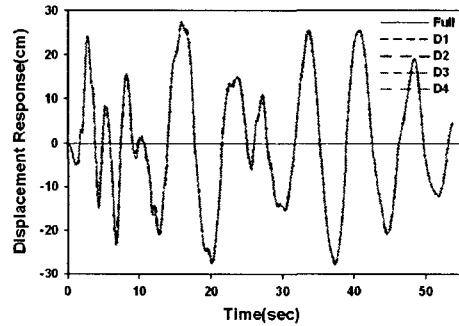


그림 9. 시간이력해석 변위응답 비교

표 6. 동적해석시간 비교

(단위 : sec)

Model	DOFs	MegaElement	MegaFrame	Eigenvalue	Timehistory	Total Time
Full	78,000	-	-	23,180.976	4,614.480	27,795.456
D1	40	443.735	382.093	0.141	0.484	825.969
D2	140	450.484	391.078	0.297	1.641	841.85900
D3	340	480.750	524.172	1.062	4.000	1,005.984
D4	1,000	606.078	833.484	3.907	12.125	1,443.469

## 5. 결론

본 연구에서는 초대형 골조시스템의 효율적인 해석을 위하여 초대형 골조시스템의 거동을 나타낼 수 있는 최소한의 이동자유도만 남기고 나머지 자유도는 행렬응축기법을 통하여 소거한 해석모델을 제안하였다. 또한 해석모델의 행렬응축과정에서 소요되는 시간을 줄이고 모델링의 편의를 위하여 메가요소와 메가프레임을 사용한 모형화기법을 제안하였다. 본 연구를 통해서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 초대형 골조시스템을 해석할 경우 자유도 수가 증가할수록 해석시간은 기하급수적으로 늘어나서 실무에 적용하기 힘들 만큼 많은 해석시간이 소요된다. 본 연구에서 제안한 초대형 골조시스템 해석모델은 초대형 골조시스템의 거동을 나타낼 수 있는 최소한의 이동자유도만을 행렬응축기법을 통해 남겨서 효율적인 해석을 할 수 있다.
2. 메가요소와 메가프레임을 사용하여 행렬응축과정을 여러 차례 나누어 수행하여 해석시간을 줄일 수 있다. 메가요소에서 한 번의 행렬응축과 메가프레임에서 한 번의 행렬응축, 마지막으로 전체 구조물 구성시 한번의 행렬응축을 통하여 전체 구조물에서 한 번에 행렬응축을 수행하는 경우보다 짧은 시간에 행렬응축을 수행할 수 있다.
3. 제안된 해석모델의 경우 자유도의 개수가 많을수록 전체 구조물의 거동을 정확하게 따라가지만, D1처럼 40개의 자유도만으로도 비교적 정확한 전체 구조물의 거동을 확인 할 수 있었다.
4. 초대형 골조시스템의 경우 같은 구조평면을 갖는 요소들이 반복적으로 사용됨으로 메가요소와 메가프레임을 사용하여 모델링을 효과적으로 할 수 있고, 제안된 해석모델은 행렬응축과정을 통하여 자유도수가 크가 줄어들기 때문에 해석시간 및 컴퓨터 메모리를 상당히 절약할 수 있다.

### 참고문헌

1. Choi, C. K., and Bang, M. S., "Plate element with cutout for perforated shear wall," *Journal of Structural Engineering*, Vol.133, 1987, pp.295~306
2. Amaruddin, M., "In-plane stiffness of shear walls with openings," *Building and Environment*, Vol.34, 1999, pp.109~127
3. Tham, L. G., and Cheung, Y. K. , "Approximate analysis of shear wall assemblies with openings," *The Structural Engineer*, Vol.61B, 1983, pp.41~45
4. Ali, R., and Atwall, S. J. , "Prediction of natural frequencies of vibration of rectangular plates with rectangular cutouts," *Computers & Structures*, Vol.12, 1980, pp.819~823
5. Petersson, H., and Popov, EP. , "Substructuring and equation system solutions in finite element analysis", *Computers and Structures*, Vol. 7, 1977, pp. 197~206.
6. Weaver, W., Jr., and Johnson, P. R., *Structural Dynamics by Finite Elements*, Prentice Hall, 1987
7. 이동근, 김현수, "바닥판의 휨강성을 고려한 전단벽식 건물의 효율적인 지진해석," *한국전산구조공학회 논문집*, 제14권, 제12호, 2001, pp.193~202
8. 김현수, 남궁계홍, 이동근, "개구부가 있는 전단벽의 효율적인 해석," *한국전산구조공학회 논문집*, 제15권 제2호, 2002.6. pp.237-249
9. 김현수, 남궁계홍, 이동근, "개구부가 있는 고층 벽식 구조물의 효율적인 3차원 해석," *한국전산구조공학회 논문집*, 제15권 제2호, 2002.6. pp.351-365