

가변 분산을 갖는 시그모이드 비선형성을 이용한 가변 모듈러스 알고리즘

A Variable Modulus Algorithm using Sigmoid Nonlinearity with Variable Variance

김철민, 최익현, 오길남
광주대학교

Kim Chul-Min, Choi Ik-Hyun, Oh Kil-Nam
Gwangju University

요약

눈 모형이 닫혀있는 등화 초기에 축소 신호점을 적용한 시그모이드 비선형성으로 오차신호를 추정하면, 기존 연판정의거 알고리즘의 문제점인 고차 신호점을 적용 시 계산 복잡도가 증가하고 수렴속도가 저하되는 단점을 개선할 수 있다. 시그모이드 함수는 평균과 분산 파라미터로 특성이 조절되므로, 분산 값을 조절함에 따라 축소 신호점의 값(γ)이 $+\gamma$ 와 $-\gamma$ 사이의 범위를 가질 수 있다. 본 논문에서는 등화가 올바르게 진행하여 각 신호점에서 군집의 크기가 줄어들 때 분산 값을 가변함으로써 정상상태 성능을 개선할 수 있는 가변 모듈러스 알고리즘(Variable Modulus Algorithm: VMA)을 제안한다.

Abstract

To estimate for an error signal with sigmoid nonlinearity what reduced constellation applies closed eye pattern in the initial equalization, there can be improves problems of previous soft decision-directed algorithm that increasing estimate complexity and decreasing of convergence speed when substitute high-order constellation. The characteristic of sigmoid function is adjusted by a mean and a variance parameter, so it depends on adjustment of variance that what reduced constellation values(γ) can have ranges between $+\gamma$ and $-\gamma$. In this paper, we proposed Variable Modulus Algorithm (VMA) that can be improving a performance of steady-state by adjustment of variance when equalization works normally and each cluster of constellation decrease.

I. 서론

CMA는 PSK 신호점과 같이 하나의 모듈러스(modulus)를 갖는 신호점의 등화를 위해 고안되었으나, QAM과 같은 다중레벨의 신호점에 대해서도 잘 동작한다. 그러나 CMA는 실제 신호점이 아닌 하나의 일정(고정) 모듈러스를 원하는 신호로 사용함에 따라 등화기가 완전히 수렴한 이후에도 정상상태 오차가 비교적 크다는 문제점을 갖는다. 이를 개선하기

위해 CMA에 의해 수신 신호점의 눈 모형이 충분히 열린 후에 판정의거(DD)로 전환하는 기법이 사용된다. CMA에 반해, DD는 원래의 신호점을 원하는 신호로 사용하므로 일종의 다중 모듈러스(multimodulus) 알고리즘으로 간주할 수 있다. 그러나 DD는 경판정(hard decision)을 수행하여 수신 신호의 눈 모형이 닫힌 상태에서는 등화기의 발산을 초래하므로 일반적으로 등화 초기에는 사용되지 않는

다. 이에 반해 연판정(soft decision)은 등화 초기에는 모형을 열리게 하는 초기 블라인드 수렴 특성이 우수하다. 연판정 알고리즘으로 Karaoguz나 Chen 등이 제안한 GDD(Generalized DD)[1]나 GCA(Gaussian Clustering Algorithm)[2] 등이 있다. 그러나 이들 알고리즘은 고차 신호점을 적용 시 계산 복잡성이 대단히 증가할 뿐만 아니라 그에 따라 수렴 속도가 저하되는 문제점을 갖는다.

본 논문에서는 고차 신호점에 적용 시 축소 신호점을 도입하면 시그모이드 함수로 근사화가 가능하다는 것을 이용하여, 연판정을 기본으로 한 기존의 알고리즘의 문제점을 해결하기 위해 연판정 알고리즘에 축소 신호점을 도입함으로써 계산 복잡성을 단순화하고 수렴 속도를 가속화한 시그모이드 비선형성을 이용하여 오차를 추정한다.

또한 등화가 진행되면 왜곡은 작아지고 그에 따라 신호점 주위의 클러스터들이 점점 작아지게 된다는 사실을 근거로 하여, 시그모이드 함수의 분산 값을 조절하는 가변 모듈러스 알고리즘(Variable Modulus Algorithm: VMA)을 제안한다. II장에서는 연판정의 알고리즘을 간략히 소개하고, III장에서는 축소 신호점을 적용한 GCA를 소개한다. IV장에서는 제안 알고리즘인 가변 모듈러스 알고리즘(Variable Modulus Algorithm: VMA)을 소개하고, V장에서는 모의실험 결과를 고찰한 후, VI장에서는 결론을 언급한다.

II. 연판정의 알고리즘

등화기가 채널의 인버스에 근사했다고 가정하면 등화기의 출력은 다음처럼 나타낼 수 있다[3].

$$y(k) = a(k-d) + v(k) \quad (1)$$

여기서 $a(k-d)$ 는 송신심벌의 지연된 형태를 나타내며 $v(k)$ 는 잔류 심벌간 간섭을 나타낸다. 심벌

간 간섭에는 현재의 입력 심벌뿐만 아니라 이전 심벌들에 의한, 랜덤한 수의 심벌간 간섭 영향도 포함된다. 즉, 등화기의 출력은 랜덤한 수의 다중경로 신호들이 수신기에서 모두 합해진 것이므로 다중경로 신호의 수가 많으면 중심극한정리(central limit theorem: CLT)에 의해 등화기 출력을 가우시안 분포로 가정할 수 있다[3]. 이것은 등화기 출력이 송신된 심벌에 해당하는 한 점으로 되는 대신 심벌 주위에 군집을 형성하며, 이 군집을 각 데이터 심벌 점에 해당하는 평균과 채널에 의한 왜곡의 정도를 나타내는 분산을 갖는 가우시안 군집으로 모델링할 수 있음을 뜻한다. 중심극한정리를 만족하는 다중경로 신호의 수는 대개 6이상이면 충분한 것으로 알려져 있다[4].

2-PAM 시스템의 경우 2개의 심벌을 갖는 혼합된 가우시안 형태에서 $y(k)$ 에 대한 확률 밀도 함수(probability density function: p.d.f)는 다음과 같다.

$$f(y(k)) = \sum_{i=1}^2 \frac{p_i}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{(y(k) - s_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (2)$$

여기서 s_i 와 σ_i^2 는 각각 개개의 군집에 대한 평균과 분산이며, p_i 는 i 번째 심벌의 확률로써, i.i.d.(independent, identically, distributed) 소스에서는 모든 심벌이 균등한 비율로 발생된다고 가정할 수 있다. 확률 밀도 함수를 기초로 한 비용함수는 다음으로 정의한다.

$$J(k) = -E\{\log[f(y(k))]\} \quad (3)$$

비용함수를 최소화 하는 것은 확률 밀도 함수를 최대로 하는 것이며, 등화기 출력이 원래의 신호점에 가까워질수록 위의 식이 최소점에 접근한다. 위에서 정의된 비용함수의 오차신호는 다음과 같다.

$$e(k) = y(k) - a \frac{\exp(2a \cdot y(k)/\sigma^2) - 1}{\exp(2a \cdot y(k)/\sigma^2) + 1} \quad (4)$$

여기서 우변의 지수항은 송신된 심벌 $a(k)$ 에 대한 추정을 나타낸다. 이 시그모이드 함수는 등화기 출력에 따라 -1과 1사이의 값을 가지며, 등화기 출력이 두 심벌의 경계 근방에 있을 때는 0에 가까운 값을 갖는다. 즉, 판정이 모호한 경우에는 판정에 대한 가중치를 매우 적게 함으로써 부정확한 탭 계수 갱신을 피하는 효과로 인하여 연판정의 블라인드 수렴 특성이 경판정에 비해 매우 우수하다고 할 수 있다.

III. 축소 신호점을 적용한 GCA

베이지 추정기[3]는 구현이 불가능한 이상적인 추정기이다. 베이지 추정기의 특성은 채널왜곡이 큰 경우 시그모이드 추정기에 근사한다는 것을 이용하여, Karaoguz에 의해 QPSK시스템을 위한 GDD[1]가 제안되었다. Chen은 GDD를 다시 고차 M-QAM 시스템으로 확장하여 GCA(Gaussian Clustering Algorithm: GCA)[2]를 제안하였으며, 오차신호는 다음과 같다.

$$e(k) = \frac{\sum_{i=1}^M (y_k - a_i) e^{-|y_k - a_i|^2 / 2\sigma^2}}{\sum_{i=1}^M e^{-|y_k - a_i|^2 / 2\sigma^2}} \quad (5)$$

그러나 CGA는 고차 신호점을 적용시 계산이 복잡해지는 단점을 가지고 있다.

한편 GCA의 단점인 고차 신호점에 적용 시 계산 복잡성을 단순화하고, 블라인드 수렴특성을 개선한 블라인드 등화 알고리즘[5]이 제안되었다. 이 알고리즘에서는 축소 신호점을 적용한 시그모이드 비선형

성을 사용하였으며, 축소 신호점을 다시 실수 성분과 허수 성분으로 나누어 추정한다. 이 때 오차신호는 아래와 같다.

$$e(k) = y_{k,R} - \gamma \cdot \frac{1 - e^{-2\gamma y_{k,R}/\sigma^2}}{1 + e^{-2\gamma y_{k,R}/\sigma^2}} + j \left(y_{k,I} - \gamma \cdot \frac{1 - e^{-2\gamma y_{k,I}/\sigma^2}}{1 + e^{-2\gamma y_{k,I}/\sigma^2}} \right) \quad (6)$$

여기서 γ 은 축소 신호점이다. 본 논문에서는 축소 신호점을 적용한 GCA를 RGCA(Reduced constellation GCA)라 정의한다. RGCA는 오차추정이 두 개의 클러스터에 의해 이루어지기 때문에 계산 복잡도가 단순화된다. 또한 계산이 단순화됨에 따라 수렴속도 또한 개선할 수 있다.

IV. 제안 알고리즘

등화가 올바르게 진행되는 경우 신호점은 심벌점을 중심으로 하여 군집을 형성하며, 군집의 퍼지는 정도가 점차 작아지는데 이는 심벌점 주위의 분산이 작아짐을 알 수 있다. 시그모이드 함수는 평균과 분산 파라미터에 의해 특성이 조절된다. 축소 신호점을 적용한 시그모이드 비선형성에서 축소 신호점의 크기는 시그모이드 함수의 평균에 해당하며, 수신된 신호점들의 퍼짐(왜곡의 정도)이 분산에 해당한다. 이 사실을 바탕으로 등화가 진행됨에 따라 시그모이드 함수의 분산 값을 가변 하는 것이 성능을 개선시킬 수 있음을 짐작할 수 있다. 식(6)에서 시그모이드 함수항은 등화기 출력과 비교하여 오차를 형성하는 항으로서 등화기 출력 값과 분산 값에 따라 $+\gamma$ 에서 $-\gamma$ 범위의 값을 갖게 된다. 그러므로 가변 모듈러스 알고리즘(Variable Modulus Algorithm: VMA)으로 간주할 수 있다. 제안 알고리즘에서 사용하는 오차신호는 아래와 같다. 여기서 σ_n^2 는 등화가 진행됨에 따라 조

절되는 분산 값이다.

$$e(k) = y_{k,R} - \gamma \cdot \frac{1 - e^{-2\gamma y_{k,R}/\sigma_v^2}}{1 + e^{-2\gamma y_{k,R}/\sigma_v^2}} + j \left(y_{k,I} - \gamma \cdot \frac{1 - e^{-2\gamma y_{k,I}/\sigma_v^2}}{1 + e^{-2\gamma y_{k,I}/\sigma_v^2}} \right) \quad (7)$$

제안 알고리즘은 수렴 중 분산 값의 가변을 위해 등화기 출력에 잔류 ISI 양을 이용하였고, ISI 값의 급격한 변동을 완화시키기 위해 L심벌 길이의 블록 단위로 ISI의 변화를 계산하였다. ISI 값의 증가 값과 감소 값을 관찰하여 증가 시 inc의 값을 1씩 증가시키고, 감소 시 dec의 값을 1씩 증가시켰다. 여기서 inc와 dec는 변수이다. 결국 감소치와 증가치의 차(dec-inc)가 L구간의 최종 값이 되며, 다음 L구간 동안의 값을 서로 비교하여 현재의 값이 과거의 값보다 작다면 수렴중이라 판단하여 분산 값을 가변한다.

V. 실험 결과 및 고찰

제안 알고리즘의 성능 비교를 위해 축소 신호점을 적용한 GCA(RGCA)를 사용하였으며, 신호점은 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM을 사용하였다. 다중 경로 전파 채널로는 6-tap delay line 모델[6]을 적용하였으며, 등화기 길이는 23으로 설정하였다. 총 50,000 수신 심벌에 대해 얻어진 잔류 ISI를 100회의 수행 결과를 앙상블 평균하여 나타내었다. 분산은 RGCA의 경우 축소 신호점의 크기와 동일하게 적용하였으며, 제안 알고리즘은 초기 수렴 중에는 각 신호점이 발산하지 않는 크기 내에서 적절한 값을 적용시켰으며, 정해진 크기에 도달 시 최종적으로 결정된 분산 값만으로 동작하게 하였다.

[그림 1]은 16-QAM신호에 대해 RGCA와 제안 알고리즘의 학습곡선이다. 두 알고리즘의 수렴속도는 매우 유사하나 제안 알고리즘이 정상상태 성능에서

훨씬 개선되었음을 알 수 있다.

[그림 2]는 64-QAM에 대해 실험한 결과이다. 16-QAM에서와 마찬가지로 정상상태 성능이 개선되었다.

[그림 3]은 256-QAM에 대해 실험한 결과이다. 제안 알고리즘은 유사한 수렴속도를 가지며 정상상태 성능이 개선되었음을 알 수 있다.

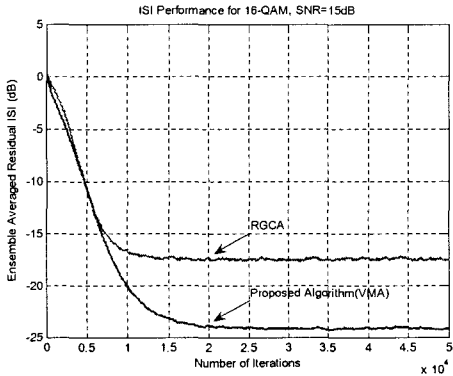
VI. 결론

본 논문에서는 모의실험을 통해 올바른 등화가 진행되면, 심벌점을 중심으로 클러스터들이 작아진다는 사실을 이용하여, 분산 값을 가변함으로써 정상상태 성능이 개선되었음을 증명하였다. 또한 오차신호를 추정함에 있어 고정 모듈러스(constant modulus)가 아닌 가변 모듈러스(variable modulus)를 사용하는 가변 모듈러스 알고리즘(Variable Modulus Algorithm: VMA)을 제안하였다.

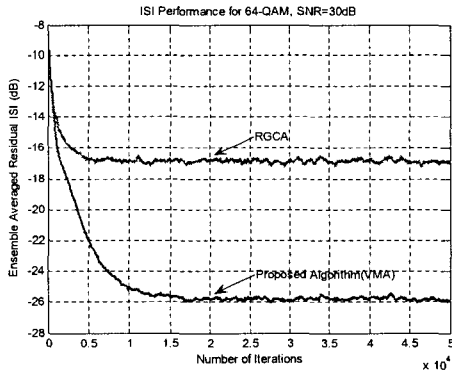
■ 참고 문헌 ■

- [1] J. Karaoguz, "A generalized decision-directed blind equalization algorithm applied to equalization of multipath Rayleigh fading mobile communication channels," Ph.D. Dissertation, North Carolina State Univ., 1992.
- [2] S. Chen, S. McLaughlin, P. M. Grant and B. Mulgrew, "Multi-stage blind clustering equalizer," IEEE Trans. Commun., Vol 43, No.3, pp.701-705, 1995.
- [3] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, 4th ed., Prentice-Hall, 2002.
- [4] W. C. Jakes, Jr., Microwave Mobile Communications, New York: John Wiley & Sons, 1974.
- [5] 최익현, 김철민, 오길남, "단순화된 베이스 추정기를 사용한 블라인드 등화", 한국 신호처리·시스템 학회, 제 6권 1호, pp.87-90, 2005.
- [6] G. Picchi and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a "Stop-and-Go"

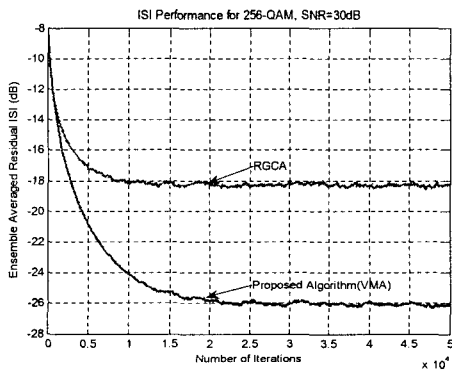
decision-directed algorithm," IEEE Trans. Commun., Vol.COM-35, No.9, Sep. 1987, pp.877-887.



▶▶ 그림 1. 16-QAM에 대한 잔류 심벌간 간섭 비교



▶▶ 그림 2. 64-QAM에 대한 잔류 심벌간 간섭 비교



▶▶ 그림 3. 256-QAM에 대한 잔류 심벌간 간섭 비교