

캐비테이션 모델 상수가 반구형 실린더 주위의 캐비테이션 유동에 미치는 영향

송 계 조^{*1}, 유 혜 란^{*2}, 김 동 훈^{*3}, 김 찬 기^{*3}, 박 원 규^{*4}

Cavitation flow Analysis of Hemisphere Cylinder Affected by the Variation of Model Constants

K. J. Song, H. R. Yu, D. H. Kim, C. K. Kim and W. G. Park

최근 전산 유체의 발달로 이상 유동해석의 캐비테이션 모델 적용 방법이 발전되어 왔으나 다양한 수력학적 시스템에서 발생하는 캐비테이션 유동은 난류이며 물과 공기 사이에서의 복잡한 상호 작용을 가지고 있으므로 그 적용 예가 아직은 미흡한 상태이다.

본 연구에서는 수중에서의 캐비테이션 해석과 이상 유동 해석을 위한 코드 개발 및 검증은 목적으로 3차원 회전체 주위의 캐비테이션 유동을 여러 가지 조건들의 변화를 적용하여 해석하였다. 또한 캐비테이션 발생과 관련한 다른 난류 모델에 적용하여 비교 분석을 수행하였다. 해석을 위한 모델의 지배방정식은 이상유동 Navier-Stokes 방정식, 질량·모멘텀 방정식의 혼합된 형태로 구성되어 있으며 방정식의 해를 구하기 위한 방법으로 유한차분법을 이용하였다. 해석 결과의 신뢰성을 고려하여 반구형 실린더 주위의 캐비테이션 유동의 실험치와 비교 분석하였다. 그 결과, 본 연구의 수치 해석 방법과 실험적 방법의 결과가 강한 양의 상관관계를 가짐을 알 수 있었으며, 이러한 수치적 뒷받침은 본 연구의 전산수치 해석 방법이 앞으로의 여러 유동 해석으로의 적용 가능성을 보여준다.

Key Words: 전산유체역학(CFD), 캐비테이션(Cavitation), 음해법(Implicit Method)

1. 서 론

캐비테이션은 액체 유동의 어느 국부적 지점에서 압력이 일시적으로 대기압보다 낮아질 때 생기는 현상이다. 이러한 현상은 펌프(pump), 노즐(nozzle), 터빈(turbine), 인젝터(injectors), 프로펠러(propeller) 등 다양한 수력학적 시스템에서 발생하고, 구조물 내에서 소리, 진동을 발생시키고 물리적 손상을 입힐 뿐만 아니라 시스템의 효율을 감소시킨다. 한편, 고속의 수중 추진기에서는 항력을 감소시켜주는 이점을

제공하기도 한다. 그러나 일반 수중추진기 등의 연구에서는 더 나은 추진기의 효율과 긴 수명, 그리고 운전 환경 개선을 위해 캐비테이션을 감소시키는 연구가 진행되고 있다. 이에 따라 실험자들은 캐비테이션 현상을 알아내기 위해서 많은 노력을 해 왔으며 최근에 캐비테이션을 수치적으로 모델링하기 위해서 특별히 Navier-Stokes 방정식의 수치화를 통한 캐비테이션 모델링을 취급하는 연구가 최근에 나타나게 되었다.

최근 조사논문에 의하면 Navier-Stokes 방정식을 사용하는 캐비테이션 유동의 수치적 연구는 다음 두 가지로 정형화 할 수 있다. 첫째로 Interface Tracking Method는 캐비테이션이 일어나는 지역에서의 압력은 증기압과 같다고 가정한, 단지 액체상에서의 전산 해석이 있다. 액체와 기체 사이의 경계면에서는 위

*1 학생회원, 부산대학교 대학원 기계공학과

*2 삼성중공업

*3 국방과학연구소

*4 정회원, 부산대학교 대학원 기계공학과

가정에 따라 계산을 하며 격자는 캐비테이션이 일어나는 지역에 맞게 계산을 수행하며 그 수행에 따라 계속 다시 생성해야 한다. 위와 같은 방법의 예는 [1]-[3]이다. 그러나 이러한 접근의 적용은 복잡한 3차원 경계면을 포함하기가 어렵기 때문에 간단한 문제로 제한된다. 두 번째 방법인 Homogeneous Equilibrium Flow Model에서는 균질의 액체와 기체의 혼합 2상으로 가정하여 모델화 된다. 이론적으로 이러한 접근은 다양한 캐비테이션 유동을 적용시킬 수 있다. 위와 같은 방법의 예는 [4]-[8]이다.

본 연구에서 사용한 모델은 Homogeneous Equilibrium Flow Model중에서 Kunz R.등[7], Venkateswqrn S. 등[8]에 의해 제안된 모델과 같은 것으로, 이는 Artificial Compressibility Method를 적용하여 비정상 상태를 해석하고 전산 해석의 안정성을 위해 Preconditioning Techniques를 이용한 것이다. 지배 방정식을 풀기 위해 Roger S. E., Kwak D.[10]에 의해 제안된 Implicit Time Stepping 방법을 이용하였다. 이는 좀 더 빠른 유동해석의 결과를 얻기 위해서이다. 좋은 계산 효율을 얻기 위해서 Alternate Direction Implicit(ADI) 방법을 이용하였다. 또한, 전산해석은 한쪽 끝이 반구 형태를 지니는 실린더 형상 주위에 대해 이루어졌다.[11]

2. 지배방정식

유동 지배 방정식은 3가지로 기체와 액체에 관한 연속 방정식과 유동 모멘텀 방정식으로 다음과 같다. [9]

$$\frac{\partial \rho_v \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_v \alpha_l u_j)}{\partial x_j} = -(\dot{m}^+ + \dot{m}^-) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_l \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_l \alpha_l u_j)}{\partial x_j} = (\dot{m}^+ + \dot{m}^-) \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho_m u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu_m + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] \quad (3)$$

3. 캐비테이션 모델링

캐비테이션은 상변화 과정의 동력학적 열역학적 현상에 의해 발생한다. 액체-증기의 진행과정은 \dot{m}^+ 와 \dot{m}^- 로 나타낸다. 이것들은 각각 액화와 증기화로 표현할 수 있다. 이러한 부분의 다른 형태로 다음과 같은 캐비테이션 모델로 나타낼 수 있다.

Cavitation Model [7]

Evaporation Term과 Condensation Term은 모두 Volume Fraction과 압력의 함수이다.

$$\dot{m}^- = \frac{C_{des} \rho_l \text{Min}(p - p_v, 0) \alpha_l}{(0.5 \rho_l U_\infty^2)_{\infty}}$$

$$\dot{m}^+ = \frac{C_{prod} \rho_v \text{Max}(p - p_v, 0)(1 - \alpha_l)}{(0.5 \rho_l U_\infty^2)_{\infty}} \quad (4)$$

4. 난류 모델링

본 연구에서는 Standard $k-\epsilon$ 모델[13]을 사용하였다.

5. 수치해석 방법

지배방정식을 벡터형식으로 표현하면 다음과 같다. [9],[12]

$$\Gamma \frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \Gamma_c \frac{\partial \hat{Q}}{\partial \alpha} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = \hat{S} \quad (5)$$

식(16)을 Aritificial time에는 first order 유한차분과 물리적 시간 Term에서는 후방차분을 사용하면 다음과 같다. [7],[10]

$$\Gamma \frac{\hat{Q}^{k+1} - \hat{Q}^k}{\Delta t} + \Gamma_c \frac{(1 + \phi)(\hat{Q}^{k+1} - \hat{Q}^n) - \phi(\hat{Q}^n - \hat{Q}^{n-1})}{\Delta t} + \delta_\xi (\hat{E} - \hat{E}_v)^{k+1} + \delta_\eta (\hat{F} - \hat{F}_v)^{k+1} + \delta_\zeta (\hat{G} - \hat{G}_v)^{k+1} = \hat{S}^{k+1} + \hat{S}^k \quad (6)$$

위의 식을 선형화 하면

$$\Gamma \frac{\hat{Q}^{k+1} - \hat{Q}^k}{\Delta \tau} + \Gamma_c \frac{(1 + \phi)(\hat{Q}^k + \Delta \hat{Q}) - (1 + 2\phi)\hat{Q}^n + \phi\hat{Q}^{n-1}}{\Delta t} + \delta_\xi (\hat{E}^k + A^k \Delta \hat{Q}^k) + \delta_\eta (\hat{F}^k + B^k \Delta \hat{Q}^k) + \delta_\zeta (\hat{G}^k + C^k \Delta \hat{Q}^k) - \delta_\xi (\hat{E}_v^k + A_v^k \Delta \hat{Q}^k) - \delta_\eta (\hat{F}_v^k + B_v^k \Delta \hat{Q}^k) - \delta_\zeta (\hat{G}_v^k + C_v^k \Delta \hat{Q}^k) = \hat{S}_-^k + \hat{S}_+^k + D_-^k \Delta \hat{Q}^k \quad (7)$$

위의 식을 ADI scheme을 사용한 Approximate Factorization Technique을 이용하였다.[14],[15]

6. 결과 및 고찰

격자계는 3차원 회전체 주위의 유동을 해석하기 위한 격자계로서 Fig. 1과 같다. 회전체의 반지름은 0.5이고 길이는 30이다. 이 회전체 주위의 총 격자점의 수는 82×132×37으로 총 400,488개이다.

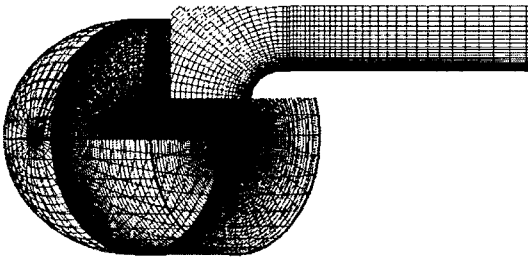


Fig. 1 Gird system

본 연구에서 인용한 실험값은 Rouse & Mcnown [11]의 결과 값이며 전면에 반구 형상을 가지고 있는 3차원 실린더 회전체 주위 유동을 해석하였다. 사용된 레이놀즈 수(Reynolds Number)는 1.36×10^5 이며 특성 속도(V_{Ref})는 10.8m/s이며 특성길이는 0.23 m이다. Cavitation Number는 아래와 같이 정의한다.

$$\sigma = \frac{P_{\infty} - P_v}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2} \quad (8)$$

본 연구에 캐비테이션 모델에 대해 캐비테이션 상수 값을 정의하고자 한다. 이것은 상수변화에 따른 캐비테이션 모델에서 실험과 가장 가까운 모델을 찾을 수 있었다. 변화시킨 상수 조건은 Table 1을 따르고 그에 따른 결과의 압력 계수 비교는 Fig. 2와 같다. Fig. 2와 같이 상수항이 표준값에서 커질수록 압력이 복구되는 구간에서의 실험과의 차이가 크며 상수 값이 작으면 캐비테이션이 일어나는 지점에서의 압력이 실험보다 낮음을 알 수 있다. 따라서 실험값과 가장 비슷한 결과를 보이는 경우는 $C_{dest}=1$ 과 $C_{prod}=80$ 의 경우이다. Fig. 4에서 실험값과 가장 비슷한 캐비테이션 상수 값에 해당하는 Void fraction을 나타내고 있다. 위의 해석 값을 도출하기 위해서 사용한 난류모델은 Standard $k-\epsilon$ 모델이다.

Case	C_{dest}	C_{prod}
Case1	0.1	8
Case2	0.5	40
Case3	1.0	80
Case4	1.5	120
Case5	2.0	160
Case6	2.5	200
Case7	2.7	216

Table 2. Variation of cavitation constant

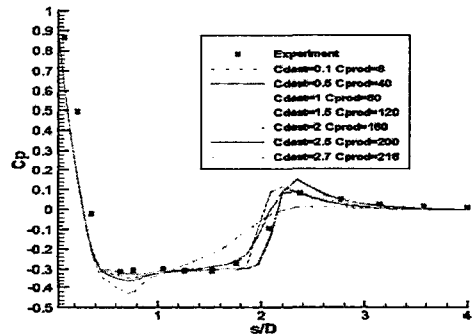
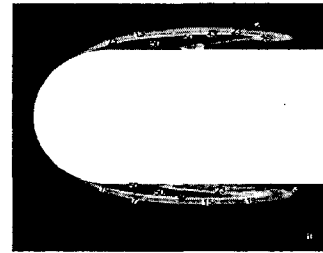


Fig. 3 Pressure coefficient at each case



case3

Fig. 4 Void fraction

Fig. 5에서는 입구 조건으로 물의 진행방향이 x축 양의 방향을 기준으로 10° 기울어져 들어온다고 할 때 회전체 주위의 캐비테이션 유동을 해석하여 이때의 유동의 Pressure Contour와 Void fraction을 나타내었다. 회전체의 아랫부분은 압력이 높게 형성되고 캐비테이션 유동 및 난류 유동 현상은 현저히 줄어든다. 반면 회전체의 윗부분은 상대적으로 낮은 압력에서의 캐비테이션 유동을 관찰할 수 있고 Void Fraction의 형태도 회전체에서 입사각 정도의 각을 가지면 퍼져 있음을 알 수 있다.

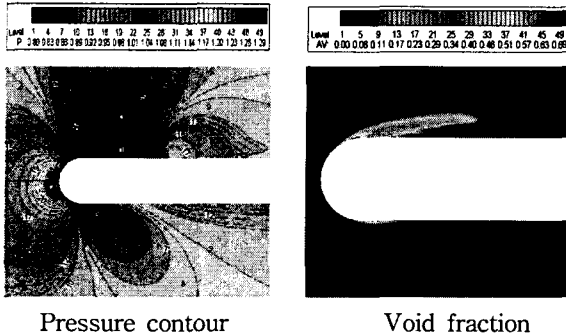


Fig. 5 States of cavitation flow at incidence angle of 10

Fig. 6에서는 회전체 표면에서의 Ventilation에 의한 유동 변화를 가시화하였다. 앞서 언급한 바 있는 캐비테이션 현상의 이점 중 하나인 항력의 감소를 고려하여, 캐비테이션이 발생하는 곳에 인위적으로 ventilation 조건을 부여하여 수중에서의 추진속도를 높이는 연구가 세계적으로 시행되고 있다. 이러한 경향에 맞추어 반구와 실린더가 만나는 지점에 ventilation을 주어 주위 유동을 해석하였다. 그 결과, 아래 그림 Fig. 6에서와 같이 유동방향으로 넓은 캐비테이션 영역이 발생하였다. 즉, 유동방향으로의 일정한 길이로 회전체는 물이 아닌 공기와 접촉하게 되고 이는 공기와 물체와의 마찰력이 물과의 마찰력보다 작아 추진기의 속도를 높일 수 있는 조건이 된다. 난류에너지는 ventilation이 있는 부분부터 없어지는데 이는 ventilation 조건에 의해 난류 에너지가 없어지는 것으로 공기가 수중으로 분사 되는 경우, 그 작용에 의해 난류가 없어지는 것이라고 추측할 수 있다.

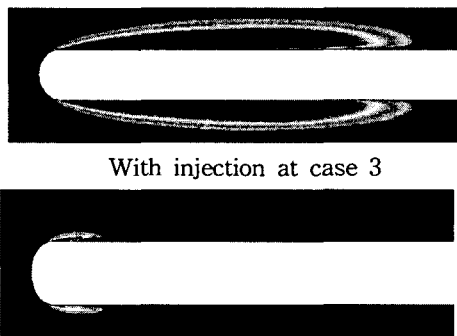


Fig. 6 Void fraction distribution and Turbulent kinetic energy with ventilation

7. 결 론

캐비테이션 유동을 캐비테이션 모델과 난류 모델 그리고 3차원 비정상상태 Navier-Stocks 방정식을 사용하였다. 본 연구에서는 수중에서의 캐비테이션 해석과 이상 유동 해석을 위한 코드 개발 및 검증을 목적으로 3차원 회전체 주위의 유동을 여러 조건을 변화시켜 해석하였다. 언급된 캐비테이션 모델을 캐비테이션 상수 변화에 따른 유동 특성을 해석하였다. 그리고 입사각을 주어 해석함으로써 방향성에 대해서도 고려하였다. 마지막으로 표면에서의 Ventilation 조건을 부여하여 해석하였다. 이상의 여러 조건에 대해서 계산을 수행한 결과 모든 경우에 있어서 실험 결과와 거의 일치하고 있다. 또한 상관분석검증으로 P-value가 영이다. 이것은 우리가 원하는 유의수준 내에서 실험결과와 일치하는 것을 다시 한번 확인할 수 있었다. 이것은 앞으로 수중에서의 이상 유동 (Two-phase flow)해석의 가능성을 제시한다.

후기

본 논문은 수중운동체 특화연구센터(UVRC)의 지원으로 제작되었습니다.

참고문헌

- [1] Kubota A., Kato H., 1992, "Cavity Flow Prediction Based on Euler Equation" Fluids Mech., Vol, pp.59-96.
- [2] Chen Y., Heister S. D., 1994, "A Numerical Treatment for Attached Cavitation" Journal of Fluids Eng., Vol.119, pp.420-427.
- [3] Deshpande M., Feng JI, Merkle C. L., 1997, "Numerical Model of Thermodynamics Effects of Cavitation" Journal of Fluids ENg., Vol.119, pp.420-427.
- [4] Ventikos Y., Tzabias G., 2000, "Numerical Method for the Simulation of Steady and Unsteady Cavitation Flows", Computers & Fluids, Vol.29, pp.63-68.
- [5] Shin B., Ywata Y., Ikohagi T., 2003, "Numerical Simulation of Unsteady Cavitation Flows using a Homogenous Equilibrium



- Model", *Comput. Mech.*, Vol.30, pp.388-395.
- [6] Song C., Qin Q., June 20-23, 2001, "Numerical Simulation of Unsteady Cavitating Flows", Fourth International Symposium on Cavitation, Pasadena, California, USA.
- [7] Ahuja V., Hosanga A., Arunajatesan S., 2001, "Simulation of Cavitation Flows using Hybrid Unstructured Meshes", *Journal of Fluids Eng.*, Vol.12, pp.331-340.
- [8] Senocak I., Shyy W., 2002, "A Pressure-based Method For Turbulent Cavitating Flow Computations", *Journal of Comp. Phys.*, Vol.176, pp.363-383.
- [9] Venkateswara S. et al, 2001, "Preconditioning Algorithms For Computation of Multi-Phase Mixture Flows", AIAA Paper 2001-0279.
- [10] Roger S. E., Kwak D., 1998, "AN Upwind Differencing Scheme for the Time-Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations", AIAA Paper 88-2583.
- [11] Rouse H., McNown J. S., "Cavitation and Pressure Distribution", *Head Forms at Zero Angle of Yaw*, Studies in Engineering, Bulletin 32, State University of Iowa, 948.
- [12] Tunkel E., Vatsa V. N. 2003, "Choice of Variables and Preconditioning for Time Dependent Problems", AIAA Paper 2003-3692.
- [13] Chien K. Y., 1982, "Prediction of Channel and Boundary Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model", *AIAA Journal*, Vol.22, pp.33-38.
- [14] Pandya S., Venkateswaran S., Pulliam T., 2003, "Implementation of Preconditioned Dual-Time Procedures in Overflow", AIAA Paper 2003-0072.
- [15] Kwak D., Rogers S., Yoon S., and Chang J., 1995, "Numerical Solution of Incompressible Navier-Stokes Equation, Computational Fluid Dynamics Techniques, Ed. by W. Habashi and M. Hafez, Gordon and Breach Pub.