

VOF법의 자유수면 포착정도 향상을 위한 연구

박 일 룡^{*1}, 김 우 전^{*2}, 김 진^{*1}, 반 석 호^{*1}

A Study on a VOF Method for Improved Free Surface Capturing

Il-Ryong Park^{*1}, Wu-Joan Kim^{*2}, Jin Kim^{*1}, and Suak-Ho Van^{*1}

A new numerical scheme for two-phase flows, the Hybrid VOF method has been developed for improved free surface capturing. The present new method is a volume capturing based VOF method coupled with a reinitialization procedure of a Level-set method. For validation, the proposed method is applied to two test cases: spherical bubble rising and dam breaking. The calculated results by using the Hybrid VOF method with the two previously applied VOF formulations are compared with available numerical and experimental data. It is found that the new method provides more accurate results than the two previous ones.

Key Words: 하이브리드 VOF법(Hybrid VOF method), 체적포착법(Volume capturing method) 레벨셋법(Level-set method), 재초기화 과정(Reinitialization procedure)

1. 서 론

VOF법은 수치격자(numerical grid)내 물과 공기가 차지하는 유체체적(volume of fluid) 비율을 통해 두 유체의 경계면인 자유수면의 위치와 움직임을 예측하는 수치기법이다. VOF법은 시간에 대해 격자내 각 유체들이 차지하는 체적 변화와 이를 계산하는 방식에 따라 크게 2가지로 나눌 수 있다. 첫 번째 방법은 격자내 자유수면의 위치와 유체체적 비율을 직접적으로 추적하고 계산하는 체적추적법(volume tracking method)이다[1, 2, 3, 4]. 두 번째 방법은 유체체적 비율을 자유수면의 정확한 위치에 대한 정보가 필요 없는 함수로 표현하고 이를 이송하는 방정식을 고차 이산화법(higher order discretization method)으로 풀어 자유수면 움직임을 포착하는 체적포착법(volume capturing method)이다[5, 6]. 두 가지 접근법에서 Youngs[3], Rider/Kothe[4]의 방법과

같이 자유수면 해의 정도가 2차 정도(2nd order)가 되도록 확장 가능한 방법은 체적포착법이다. 이 방법들의 우수한 결과 때문에 통상 모든 VOF법들이 2차 정도의 해를 주는 것으로 알려져 있다. 그러나 암시적(implicit) 방법인 체적포착 개념을 도입하는 VOF법은 다른 포착법 계열의 two-phase 수치기법들과 비슷한 정도와 특성을 가진다.

본 논문에서는 체적포착 개념 VOF법의 자유수면 포착 정도를 개선하기 위해 새로운 수치기법으로 Hybrid VOF법을 개발하고 이를 검증한 결과를 보여준다.

2. 수치해석 방법

2.1 유한체적법

유동의 지배방정식으로 연속방정식과 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 사용하였다. 수치해석법으로서, 시간항에 대한 시간적분법은 Euler implicit법을 사용하였으며, 운동량 이송 방정식의 대류항과 확산항은 3차 정도(3rd order)의 MUSCL과 중앙차분법을 이용하여 각각 이산화하였다. 속도-압력의 연

*1 정회원, 한국해양연구원 해양시스템안전연구소

*2 정회원, 목포대학교 기계·선박해양공학부 선박해양시스템전공

*E-mail : irpark@kriso.re.kr

성을 위해서 SIMPLEC방법을 사용하였으며, 이산화된 선형연립방정식의 해는 SIP(Strongly Implicit Procedure)기법을 사용하여 구하였다. 보다 상세한 수치해석 설명은 Kim et al.[7]의 문헌에서 찾을 수 있다.

2.2. Hybrid VOF법

자유수면의 움직임을 해석하기 위해 체적포착 (Volume capturing) 개념을 이용하는 two-phase VOF법을 도입하였다. 물과 공기가 그 격자내 차지하는 체적비율을 임의의 변수 c 를 사용해서 저장할 수 있다. 격자가 물로 완전히 채워진 경우 $c=1$ 이며, 공기만 채워진 경우 $c=0$ 의 값을 갖는다. 격자내 자유수면의 위치는 $c=0.5$ 인 지점이 된다. 두 유체의 밀도와 점성은 c 의 함수로 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho(c) &= \rho_w c + \rho_a (1 - c) \\ \mu(c) &= \mu_w c + \mu_a (1 - c) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, (ρ_w, μ_w) , (ρ_a, μ_a) 는 각각 물과 공기의 밀도와 점성을 나타낸다.

주어진 속도장에 대해 변수 c 의 움직임은 다음의 식을 통해 구한다.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} c d\Omega + \int_S c u_i n_i dS = 0 \quad (2)$$

일반적으로 체적포착 VOF법은 식(2)를 풀기위해 도입되는 이산화 기법에 따라 여러 방법들이 각각의 이름으로 구분되어 있다. 본 논문에서는 지배방정식의 대류항 이산화에 주로 사용되는 3차정도(3rd order) QUICK법과 HRIC(High-Resolution Interface Capturing, Muzafferija/Perić[6])법으로 얻은 해의 결과와 QUICK법에 유체체적 비율분포 c 를 재구성하는 알고리즘을 더해 개발한 Hybrid VOF법 수치결과를 비교하고 있다.

본 Hybrid VOF법은 VOF법과 Level-Set법의 Level-Set함수분포를 재구성하는 과정이 접목된 방법이다. Level-Set법에서 사용되는 Level-set함수분포를 균일하게 만드는 다음과 같은 재초기화(reinitialization) 방정식을 사용하였다(Sussman et al. [8]).

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \text{sgn}(\phi_o)(1 - |\nabla \phi|) \quad (3)$$

여기서 τ 는 가상시간(dummy time)을 나타내고, ϕ 는 유체체적 비율 c 분포를 자유수면으로부터의 거리함수(distance function)로 변환한 함수이며, ϕ_o 는 주어진 시간(t)에서의 함수 ϕ 의 초기조건을 나타낸다.

유체체적 비율 c 를 Level-set 함수 ϕ 로 변환하는 식은 다음과 같다.

$$\phi(c) = \alpha(c - 0.5) \Delta h \quad (4)$$

여기서, Δh 는 격자간격을 나타내고, α 는 상수값으로 본 논문에서는 2를 사용하였다.

식(3)은 유한 차분법으로 계산하였으며, 시간적분은 Euler explicit법을 사용하고 우변항의 이산화를 위해서 2차 정도의 ENO(Harten et al. [9])법을 사용하였다.

3. 수치해석 결과

3.1 기포상승(bubble rising) 문제

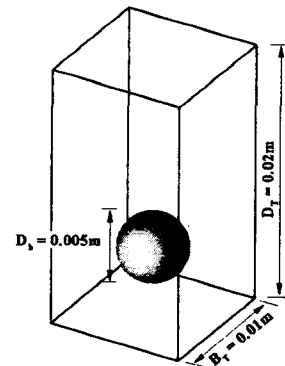


Fig. 1 Schematic diagram for bubble rising problem

기포상승 문제는 초기 일정한 위치에 정지해 있던 구형의 기포가 부력으로 인해 중력 작용 반대방향으로 떠오를 때 적용된 수치기법이 기포모양 변화를 추적하는 정확도를 검증하기 위한 대표적인 예제이다.

Fig. 1에서 볼 수 있는 초기 정지상태의 기포의 지름(D_b)은 0.005 m 이며 $(0, 0, 0.005 \text{ m})$ 에 그 중심을 두고 있다. 여기서, 기포를 둘러싼 액체는 밀도 $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, 점성 $\mu_w = 0.01 \text{ kg/ms}$ 그리고 표면장력 계수 $\sigma = 0.07 \text{ N/m}$ 의 물성치를 가지며, 기체의 밀도와 점성은 각각 $\rho_a = 0.001 \rho_w$, $\mu_a = 0.001 \mu_w$ 이다. 본 문제에서 무차원 변수 Morton수

$Mo (= g\mu_w^4 / \rho_w \sigma^3) = 3 \times 10^{-4}$, Eötvös수 $Eo (= \rho_w g D_b^2 / \sigma) = 35.7$ 이다. 수치계산에서 유동장의 크기는 $0.01 m \times 0.01 m \times 0.02 m$ 이며 $60 \times 60 \times 120$ 격자점을 가지는 정규격자계를 생성하여 사용하였다. 본 예제에서 수치계산 시간간격 $\Delta t = 0.0005s$ 이다.

Fig. 2는 시간경과에 따라 상승하는 기포의 모양 변화를 그림과 같이 X_L, Z_L 값으로 정량화하여 비교하고 있다. 그림에서 'Front tracking method'는 타 연구자의 결과로서 기포표면을 Lagrangian surface로 직접 모델링하여 보다 정확하게 유동을 해석한 결과를 나타낸다(Hao/Prosperetti [10]). 본 Hybrid VOF법의 결과는 타 연구자의 수치기법 결과와 잘 일치하고 있다. 반면 VOF(HRIC)와 VOF(QUICK)법의 결과는 적지 않은 차이를 보이고 있다. Fig. 2에 보이고 있는 수치계산결과들의 차이는 Fig. 3에서 그 원인을 살펴볼 수 있다.

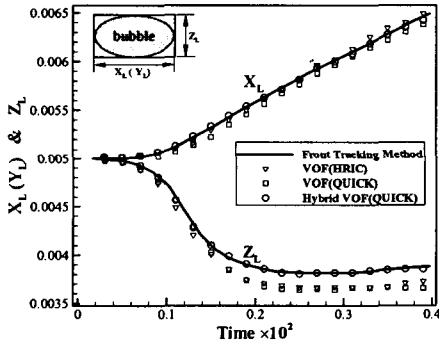


Fig. 2 Comparison of the horizontal & vertical bubble dimensions

Fig. 3은 $t = 0.004s$ 일 때 기포의 중앙단면에서 유체체적 비율 c 값의 분포를 비교하고 있다. VOF(HRIC)와 VOF(QUICK)법의 결과에서 유동의 변화가 큰 기포의 아래쪽 영역에서 c 의 분포가 많이 변져있는 것을 볼 수 있다. 본 문제의 적용결과를 통해 볼 때 c 분포를 재구성하여 균일한 두께분포를 유지시키는 알고리즘을 도입할 경우 기존 체적포착 VOF법의 정도를 높일 수 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 Hybrid VOF법 계산결과에서 $t = 0.0$ 과 $0.004s$ 단계의 3차원 기포 그림이다. 본 유동조건에서는 기포가 상승하면서 모자(cap)모양을 나타내는 것을 볼 수 있다.

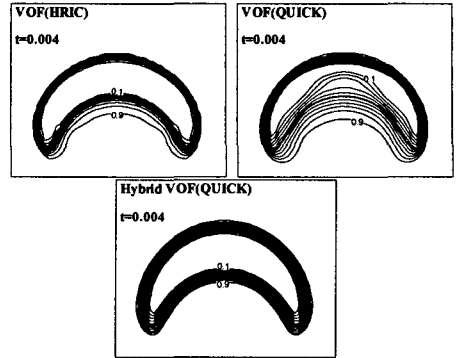


Fig. 3 Comparison of c distribution

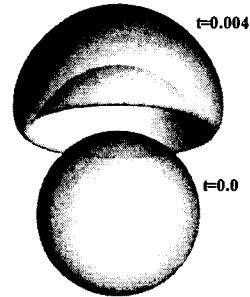


Fig. 4 Computed 3-dimensional buoyant bubble shape at two time instants

3.2 댐(dam)붕괴 문제

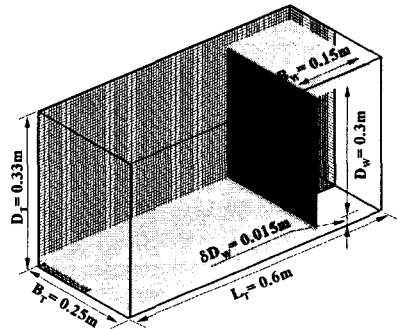


Fig. 5 Schematic diagram for dam break problem

Fig. 5는 댐붕괴 실험(Sueyoshi/Naito [11])과 동일한 크기의 수조와 초기 자유수면 위치와 형태를 보여주고 있다. 실험에서 수조의 바닥은 마른 바닥이 아니며 일정한 수위로 채워져 있다는 특징을 가진다. 또한 그림에서 수치계산을 위해 생성된 $104 \times 28 \times 56$ 격자점으로 구성된 격자의 일부를 보여주고 있다. 각 유체의 물성치는 물과 공기의 밀도, 점성, 표면장력과 동일한 값들이 사용되었다. 본 예제에서 적용된 수치계산 시간간격은 $\Delta t = 0.0005s$ 이다.

Fig. 6은 수조 중앙단면($y=0$)의 $t=0.18s, 0.47s, 0.76s, 1.1s$ 네 시점에서 실험사진과 세 가지 수치기법으로 계산한 자유수면의 모습을 비교하고 있다. 세 방법 모두 두 번째 시점까지 실험과 비교적 잘 일치하고 있다. 그러나 시간이 더 경과하면서 VOF(HRIC)와 VOF(QUICK)법으로 계산된 자유수면 움직임이 실험결과와는 다른 양상을 보이고 있다. 반면 Hybrid VOF법은 모든 시점에서 실험결과와 비슷한 결과를 보여주고 있다.

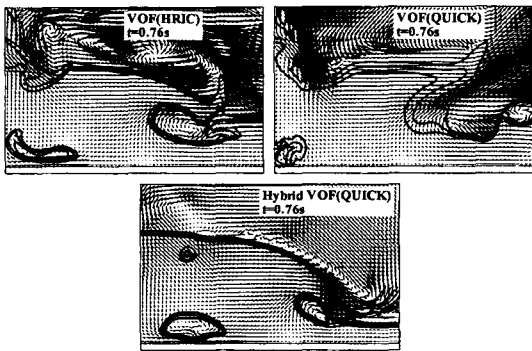


Fig. 7 Comparison of c (volume rate of fluid) and velocity vector distribution

Fig. 7은 $t=0.76s$ 시점에서 유체체적 c 분포와 속도 벡터를 비교한 그림이다. VOF(HRIC)와 VOF(QUICK)법의 결과는 속도장이 비현실적으로 교란되어 있으며 유체체적 비율 c 값의 분포가 상당히 번져있는 것

을 볼 수 있다. Hybrid VOF법의 결과는 c 값이 균일하게 유지되어 있으며 속도벡터의 분포도 자유수면의 움직임을 고려할 때 물리적으로 타당하게 분포된 것으로 보인다.

Fig. 8은 Hybrid VOF법을 이용한 댐붕괴 문제 해석과정에서 수조내 물이 차지하는 초기 체적에 대한 시간변화를 나타낸 그래프이다. 계산종료 시점까지 복잡한 비선형 유동현상이 계속되었으나, 종료시점의 체적손실은 약 3.2%정도로 만족한 결과를 보여주고 있다.

Fig. 9는 Hybrid VOF법 계산결과에서 $t=0.76, 9.6s$ 시점의 수조내 3차원 자유수면의 모습을 나타내고 있다. 앞서 수조의 중앙 대칭면에서 살펴본 자유수면의 모습에서 찾아볼 수 없었던 뚜렷한 3차원 유동특성을 발견할 수 있다. 자유수면 쇠파 때 물속으로 균일한 원통 실린더 형태로 잡힌 공기 주머니(air bag)는 시간이 경과하면서 3차원의 복잡한 형태로 변하는 것을 볼 수 있다. 이러한 공기백은 자유수면으로 상승하여 복잡한 자유수면 형태를 만들고 있다.

4. 결 론

체적포착법(volume capturing method) 개념을 사용하는 VOF법의 자유수면 유동 해석정도를 높이기 위한 연구를 통해 새로운 수치기법인 Hybrid VOF

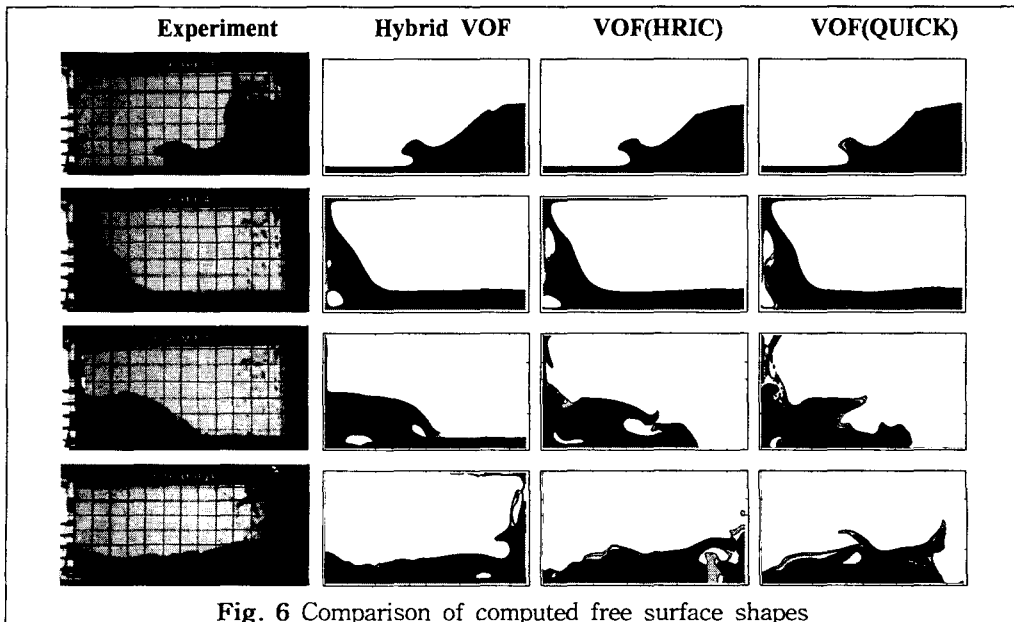


Fig. 6 Comparison of computed free surface shapes

법을 개발하였다. 본 논문에서는 기존 VOF법이 가지는 유체체적 비율(ρ)의 과도한 변질현상을 방지하기 위해 Level-set방법의 재초기화(reinitialization) 계산과정을 도입하였다. 문제의 성격이 서로 다른 세 가지 자유수면 문제에 대한 수치해석 결과를 통해서 본 Hybrid VOF법이 기존 방법보다 향상된 수치기법임을 검증하였다.

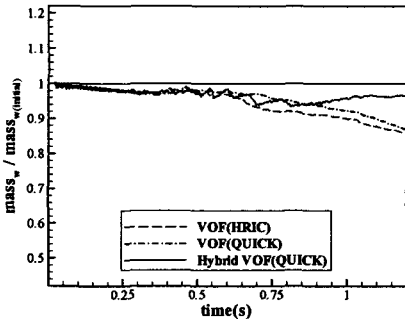


Fig. 8 Comparison of volume conservation

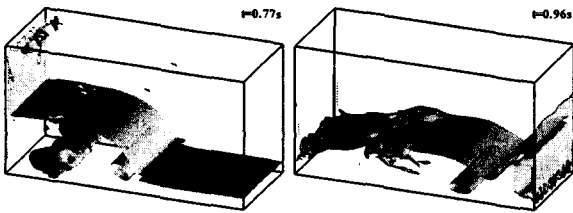


Fig. 9 Computed 3-dimensional free surface shape

후 기

본 논문은 과학기술부의 “선박의 유체성능 고도화 기반 기술 개발(PN00630)”과제와 “수상선박 및 잠수체의 유체성능 해석시스템 개발(PN00690)”과제의 연구내용 일부임을 밝혀드립니다. 그리고 제 2 저자는 목포대학교 학술연구비를 지원 받았음을 밝힙니다.

참고문헌

[1] Hirt, C.W. and Nicholls, B.D., "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries", *Journal of Computational Physics*, 1981, Vol. 39, pp. 201-225
 [2] Noh, W.F. and Woodward, P.R., 1976, SLIC (simple line interface method), in *Lecture Notes in Phys.* 59, edited by A. I. van de

Vooren and P. J. Zandbergen (Springer-Verlag, Berlin/New York), pp.330.
 [3] Youngs, D. L., 1986, "Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion", in *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, edited by K. W. Morton and M. L. Norman.
 [4] Rider W.J. and Kothe D.B., 1998, "Reconstructing volume tracking", *Journal of Computational Physics*, Vol. 141, pp.112-152.
 [5] Ubbink, O., 1997, "Numerical prediction of two fluid systems with sharp interface", *PhD thesis*, University of London.
 [6] Muzaferija, S. and Peric, M., 1999, Computation of Free Surface Flows Using Interface-Tracking and Interface-Capturing Methods, Chap. 2, in Mahrenholtz, O. and Markewicz, M., *Nonlinear Water Wave Interaction*, Computational Mechanics Publications.
 [7] Kim, W.J., Kim, D.H., Van, S.H., "Computational study on turbulent flows around modern tanker hull forms," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2002, Vol. 38, No. 4, pp.377-406
 [8] Sussman, M., Fatemi, E., Smerera, P., and Osher, S., 1997, "An Improved Level-Set Method for Incompressible Two-Phase Flows", *Computers and Fluids*, Vol. 27, No. 5-6, pp.663-680.
 [9] Harten, A., Engquist, B., Osher, S., and Chakravathy, S., 1987, "Uniformly High-Order Accurate Essentially Nonoscillatory Schemes, III", *Journal of Computational Physics*, Vol. 71, pp.231-303.
 [10] Hao, Y., Prosperetti, A., 2003, "A Numerical Method for Three-dimensional Gas-Liquid Flow Computations", *Journal of Computational Physics*, Vol. 196, pp.126-144
 [11] Sueyoshi, M., Naito, S., 2003, "A Numerical Study of Violent Free Surface Problems with Particle Method for Marine Engineering", *Proc. of the 8th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*, Vol. 2, pp. 330-339