



## 2차원 캐비티내 자연대류 열전달에 대한 열전도 물체의 영향

명 현 국<sup>\*1</sup>, 김 종 은<sup>\*2</sup>

### Effect of a Centered Conducting Body on Natural Convection Heat Transfer in a Two-Dimensional Cavity

H. K. Myong and J. E. Kim

The numerical solutions are examined on the effect of a centered heat conducting body on natural convection in a 2-D square cavity. The influences of the Rayleigh number, the dimensionless conducting body size, and the ratio of the thermal diffusivity of the body to that of the fluid have been investigated on the natural convection heat transfer in overall concerned region. The analysis reveals that the fluid flow and heat transfer processes are governed by all of them. Results for isotherms, vector plots and wall Nusselt numbers are reported for  $Pr = 0.71$  and relatively wide ranges of the other parameters. Heat transfer across the cavity, in comparison to that in the absence of a body, are enhanced (reduced) in general by a body with a thermal diffusivity ratio less (greater) than unity. The heat transfer are also found to attain a minimum as the body size is increased.

**Key Words:** 자연대류(Natural Convection), 열전도 물체(Heat Conducting Body), 열확산비(Thermal Diffusivity Ratio), 수치해석(Numerical Analysis), 복합 열전달(Conjugate Heat Transfer)

### 1. 서 론

2차원 사각 공간내의 자연대류문제는 공학적인 중요성 때문에 상당한 주목을 받고 있다. 따라서 2차원 사각 캐비티내의 순수 자연대류문제는 Cheesewright 등[1]의 실험결과와 Davis[2]와 Hortmann 등[3]에 의한 수치해석을 통하여 제시된 후, 여러 연구자들에 의해 다각적인 수치해석이 이루어졌으며 새로운 수치해석방법의 중요한 검증문제로 인식되게 되었다. 이와 더불어, 밀폐된 기계장치 내부에서나 구조물의 내부에서와 같이 고체와 유체가 같이 존재하며 열전달에 영향을 미치는 열전달문제도 우리 주변에서 많

이 볼 수 있다. 그러나 기존의 연구는 일반적으로 내부에 존재하는 물체를 열전도 물체가 아닌 부도체인 장애물로 보고 블록으로 처리하고 있으나, 실제로 많은 공학적 문제에서 이들 물체는 열전도를 가지고 있어 자연대류에 영향을 미치며 따라서 복합 열전달 문제로 해석해야 된다.

복합 열전달 문제의 실제적인 예들 중 가장 단순한 문제 중 하나로 열전도 물체가 존재하는 2차원 캐비티 내에서의 복합 열전달 문제는 고체와 유체가 만나는 경계면에서의 처리문제로 전산유체역학 분야에서 수치해석방법의 타당성을 알아보기 위한 검증문제로 활용될 수 있다. House 등[4]은 2차원 정사각형 캐비티의 중앙에 위치하는 열전도 물체가 자연대류에 어떠한 영향을 미치는지를 수치해석적으로 파악하였으나, 이들은 유동 영역내에 존재하는 고체와 액체 경계면에서의 연속성 문제를 해결하기 위하

\*1 정회원, 국민대학교 기계자동차공학부

\*2 학생회원, 국민대학교 대학원 기계공학과

\*E-mail : myong@kookmin.ac.kr

여 확산계수에 대해 조화평균 형태를 취하였다. 그러나 이 방법은 1차원 및 직각격자에서는 타당하나 일반격자에서는 격자의 비직교에 의한 교차확산항의 존재로 인해 사용할 수 없다.

본 연구에서는 일반좌표계 및 비정렬격자계를 채택하여 일반성을 가진 자체적으로 개발한 코드 (PowerCFD)를 사용하여 House 등[4]의 연구에서와 같이 열전도 물체가 존재하는 2차원 캐비티 내에서의 복합 열전달 문제를 대상으로 유체유동과 열전달 과정에서 지배적 인자인 Rayleigh수, 무차원 열전도 물체의 크기와 유체 열확산 계수에 대한 열전도 물체의 열확산 계수의 비 등과 같은 매개변수들에 대한 영향을 수치해석적 방법을 통하여 알아보고, 또한 이 코드의 적합성과 타당성을 기존의 수치해석 값들과 비교분석을 통하여 검증한다.

## 2. 수치해석

Fig. 1은 본 연구에서 사용되어진 모델을 간단한 형상 도형으로 나타낸 것으로, 왼쪽 벽면에 높은 온도  $T_h$  가, 오른쪽 벽면에 상대적으로 낮은 온도  $T_c$  가 주어지고 위아래 벽면은 단열되어 있으며, 내부 중심에 열전도 물체가 놓여져 있다.

본 연구에서 사용한 코드(PowerCFD)는 자체 개발한 코드로 이 코드는 복잡하고 실제적인 형상에 대한 격자생성이 용이하고, 흥미 있는 국부 형상에 대해 격자를 능동적으로 적용시킬 수 있는 능력을 가지고 있는 비정렬격자계를 사용하고 유한체적법에 기초하여 열/유체 유동 문제를 해석할 수 있는 3차원 해석 알고리즘을 사용하고 있다[5]. 즉, 기본적으로 열/유체 유동 현상을 지배하는 지배방정식(연속 방정식, 운동량 방정식, 에너지 방정식 및 난류해석을 위한  $k, \epsilon$ 과 같은 스칼라량에 대한 지배방정식)을 풀기 위해 현재 대부분의 상용 CFD 해석 소프트웨어에서 채택하고 있는 일반좌표계를 사용하고 유한체적법에 기초하여 벡터와 스칼라 값을 모두 제어체적의 중심점에 위치시키는 집중 격자계를 사용하며, 미소체적 중심에서의 직교좌표 성분의 속도, 압력 및 스칼라 성분을 주요 종속변수로 채택하고 있다. 또한, 운동량 방정식의 압력항 처리를 위하여 연속방정

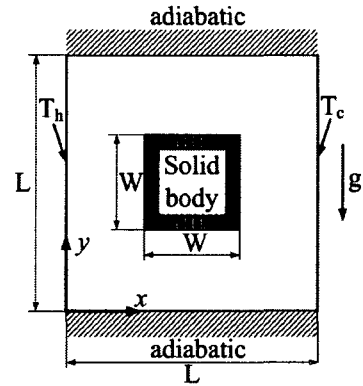


Fig. 1 Schematic of cavity with a centered solid body.

식의 속도와 연관시킨 SIMPLE계통 알고리즘을 비정렬격자계에 적용시켜 압력수정방정식을 얻는 방법을 확립시켰다. 특히, 본 코드는 대류항 및 확산항을 이산화하기 위해 필요한 셀 면에서의 종속변수  $\phi$  값 및 그 구배  $\nabla\phi$  값을 Gauss 정리(발산정리)를 이용하는 방법과 임의의 셀 형상에 대해 유효한 최소자승법을 이용하는 방법을 선택적으로 사용할 수 있다.

계산에 사용된 지배방정식은 무차원화된 2차원 층류 N-S 방정식과 에너지 방정식으로, 이들 식을 풀기 위해 대류항 계산에는 상용 CFD 코드에서 널리 사용되고 있는 2차중심차분법(2nd-order central differencing scheme)을 사용하였다.

한편, 본 연구에서와 같은 복합 열전달문제에서 내부에 존재하는 고체와 액체 경계면에서는 열전도 계수 및 비열을 정의할 수 없으며, 단지 온도가 한 가지 값을 가지고 열속이 보존된다는 조건을 사용하여야 하는데, 1차원 및 직각격자에서는 조화평균한 열전도계수가 이 조건을 만족하지만 일반격자에서는 격자의 비직교에 의한 교차확산항을 고려해 주어야 한다. 본 연구에서는 비록 직각격자를 사용하나 조화평균을 사용하지 않고 코드의 일반성을 위해 격자의 비직교에 의한 교차확산항을 고려하여 코드에 삽입시켰다.

Table 1에는 본 연구에서 고려하는 중요한 무차원 변수들을 Case 별로 나타내었으며, 계산을 위하여 사용한 격자계는 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 종속변

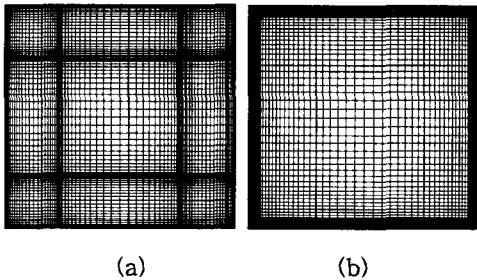
**Table 1** Dimensionless Parameters for Vector Plots and Isotherm Plots.

Case	$Ra$	$\zeta$ (=W/L)	$\alpha^*$ (= $\alpha_w/\alpha$ )
1	$10^5$	0.5	0.1
2	$10^5$	0.5	10.0
3	$10^6$	0.9	0.1
4	$10^6$	0.9	10.0

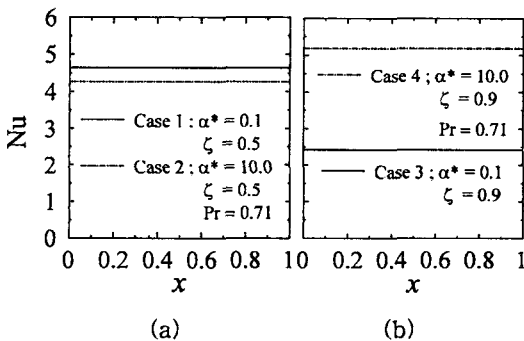
**Table 2** Comparison of the Averaged Nusselt Numbers predicted by PowerCFD Code.

Case	$Nu$	
	Without Body	With Body
1	4.5294	4.646
2		4.256
3	8.8466	2.4243
4		5.1827

**3. 결과 및 고찰**



**Fig. 2** Segments of the grids for ; (a) cases 1 & 2, (b) cases 3 & 4.



**Fig. 3** Average Nusselt number through any line parallel to the  $y$ -axis for (a) case 1 and 2, (b) case 3 and 4

먼저 수치계산의 정확성을 확인하기 위하여 Table 1의 각 Case에 대해  $x$  축을 따라  $y$  축에 평행한 모든 선에 대한 평균 Nusselt수  $Nu$  를 Fig. 3에 나타내었다. 여기서,  $Nu$  는 Hortmann 등[3]에서의 정의와 같이 캐비티를 좌우로 가로지르는 실제 열유속을 순수전도부터 얻어지는 열유속으로 나눈 값으로 정의되며, 실제 열유속은  $x$ 가 일정한 격자라인을 따라 제어체적면을 통과하는 대류 및 확산 플럭스를 합한 값으로 구해진다. Fig. 1의 조건하에서 유한체적법 고유의 보존성 때문에, 평균 Nusselt 수(또는 열유속)는  $x$ 가 일정한 모든 라인에서 벽에서의 평균 Nusselt 수와 같아야 하나, 기존의 순수자연대류에 관한 de Vahl Davis[2] 등의 연구에서는 벽면 근처에서 격자에 의존하여 평균 Nusselt 수가 변한다고 보고하고 있어 수치계산의 정확도면에서 문제점을 제시하고 있다. 그러나 본 코드의 결과는 Fig. 3에서 보는 바와 같이 모든 라인에서 같은 값을 가짐을 확인할 수 있으며, 이것으로 본 연구에서 사용한 코드의 정확성을 확인할 수 있다.

Table 2에는 각 Case 및 열전도 물체가 없는 순수한 자연대류에서의 벽면에서의 평균 Nusselt 수 예측결과를 나타낸다. 순수한 자연대류인 경우, 본 예측결과는  $Ra = 10^6$  까지 벤치마크 값[6]과 최대 0.5% 이하의 오차를 나타내고 있어, House 등[4]의 1.5% 보다 더 일치된 결과를 보이고 있다. 또한, Table에는 제시하지 않았으나,  $Ra=10^5$ ,  $\zeta=0.5$  및  $\alpha^*=0.2$ 인 경우 본 예측결과는  $Nu=4.6277$ 로 House 등[4]의 4.624와 거의 일치하고 있어 본 연구에서 사용

수 구배값이 큰 벽면 및 고체와 유체가 만나는 내부면 근방에 조밀하게 만들어진 비등간격 사각격자를 사용하였다. 단, 모든 계산에서  $Pr = 0.71$ 로 하였다.

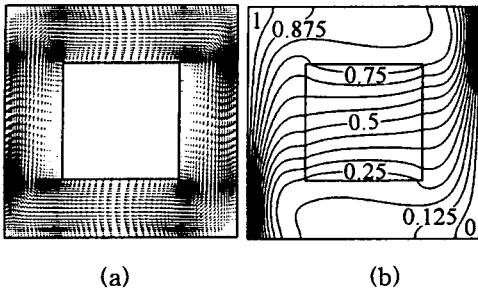


Fig. 4 Equally spaced (a) vector plot and (b) isotherms for case 1.

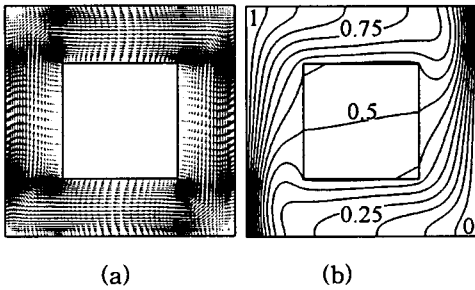


Fig. 5 Equally spaced (a) vector plot and (b) isotherms for case 2.

한 코드의 적합성과 타당성을 확인할 수 있다.

Figs. 4와 5는 Table 1에 정의되어진 Case 1과 2에 대해 예측된 벡터선도와 등온선도를 각각 보여준다. 여기서 Case 1과 2는 100배의 열확산계수의 차이가 존재하나, 이 경우 두 벡터선도는 Fig. 4(a) 및 Fig. 5(a)에서 보는 바와 같이 거의 유사하게 나타나고 있으며, 그림으로 제시하지 않았으나 순수 자연대류에서의 벡터선도와 비교해 보아도 열전도 물체가 크게 유동에 영향을 미치고 있지 않음을 확인할 수 있다. 이것은 Fig. 5(a)에서 보는 바와 같이 이 Rayleigh수의 순수자연대류에서는 유체영역의 중심부분에 거의 정지된 영역이 형성되기 때문으로 이 경우 물체의 존재가 유동장에 크게 영향을 미치지 않는다. 이 사실은 Table 2에 제시한 각각의 경우에 대한 Nusselt수를 비교함으로써도 확인할 수 있다.

한편, Table 2에 나타낸 것과 같이 Case 1과 2에서의 Nusselt 수와 열전도 물체가 존재하지 않는 순수 자연대류에서의 Nusselt수는 거의 차이가 없으나, Case 1과 2에서 고체블록의 열확산 계수가 증가할수

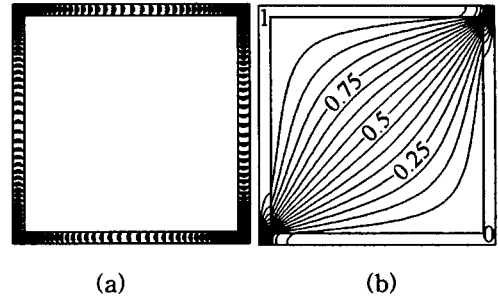


Fig. 6 Equally spaced (a) vector plot and (b) isotherms for case 3.

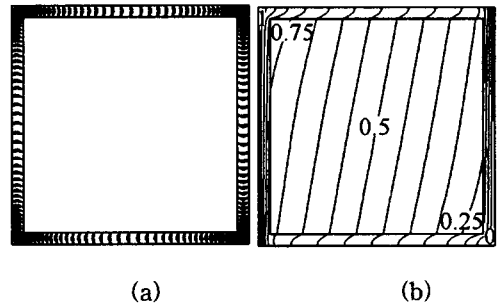


Fig. 7 Equally spaced (a) vector plot and (b) isotherms for case 4.

록 평균 Nusselt 수가 감소하는 것은 상대적으로 전도에 의한 열전달이 그만큼 증가했다는 것을 의미한다. 즉, Fig. 4(b) 및 Fig. 5(b)에서 보는 바와 같이 Case 1과 2 모두 고체블록 내부에서 등온선도는 수평면과 거의 평행한데 이것은 상부의 수평 유로를 지나는 높은 온도의 유체와 하부의 수평 유로를 지나는 낮은 온도의 유체사이에 열전도 현상이 고체블록을 통해 수직적으로 일어남을 나타내며, 열확산비  $\alpha^*$ 가 1보다 큰 Case 2인 경우(Fig. 5(b))는 높은 열확산율을 가진 열전도 물체가 지름길과 같은 열확산 통로의 역할을 하여 밀폐된 공간에서 온도가 다른 두 벽 사이에서 자연대류에 의한 열확산 현상을 감소시킬 수 있다. 반면, 열확산비가 작은 Case 1인 경우는 고체 블록이 부도체와 같이 작용하여 수평적으로 흐르는 유동이 온도가 다른 두 벽 사이에서 더 효과적으로 열을 전달하므로 순수 자연대류인 경우보다 다소 높은 Nusselt 수를 가지게 된다. 이러한 열전달 및 유체유동에 대한 복합적인 효과로

인해 캐비티내 열전달은 열전도 물체 크기가 유동 중심부의 정체 영역 정도의 크기에서는 열확산비  $\alpha^* < 1$ 인 경우 순수 자연대류에 비해 증가할 수 있음을 알 수 있다.

Figs. 6과 7은 Table 1에 정의되어진 Case 3과 4에 대해 예측된 벡터선도와 등온선도를 보여준다. 이 경우 상대적으로 큰 고체블록의 영향으로 자연대류는 Case 1과 2에 비하여 매우 약하다. 또한, 벡터선도는 두 경우 유사한 분포를 가지나, 등온선도에서는 상이한 열확산 비를 가지는 고체블록의 영향이 눈에 띄게 다른 특징을 만들어냄을 확인 할 수 있다. 즉, Fig. 6(b)에서 보는 바와 같이  $\alpha^* = 0.1$ 인 경우 유체영역에서의 등온선은 상부 오른쪽 모서리와 하부 왼쪽 모서리에 집중되어 있음을 확인할 수 있다. 이러한 현상은 Case1에서와 마찬가지로 1보다 낮은 열확산비를 가지는 고체블록이 부도체와 같은 역할을 하나, 왼쪽 아래 모서리 부분과 오른쪽 위쪽 모서리 부분에서 모서리를 가로지르는 열저항이 전체 고체블록을 대각선으로 가로지르는 열저항보다 매우 작기 때문에 열확산이 쉽게 일어나, 결과적으로 이 열전도에 의해 아래쪽 통로의 찬 유체는 뜨거운 벽에 도달할 때 이미 상당히 가열되고, 반대로 위쪽 통로의 뜨거운 유체는 찬 벽에 도달할 때 이미 상당히 냉각된다는 사실로 설명이 된다. 또한, Fig. 6(b)의 등온선도를 통해서 양측 수직 유로에서 유체가 고체블록을 통해서 얻고 잃는 열은 정확하게 수직 등온벽으로부터 얻고 잃는 열과 일치함을 확인할 수 있다. 비록, 밀폐된 공간 전체에 걸친 열전달량이 거대한 크기의 열전도 물체를 가로지르는 전도를 통하여 지배되어지지만, 유체는 밀폐공간의 왼편 아래 모서리에서 오른편 상부 모서리로 열을 이류시킴으로 열전달을 증대시킨다. 따라서 Nu수는  $\alpha^* = 0.1$ 의 순수전도일 때의 Nusselt수 값보다 상당히 큼을 알 수 있다(Fig. 9 참조).

반면,  $\alpha^* = 10.0$ 일 때의 등온선도(Fig. 8(b))는 유체가 실제로 밀폐된 공간을 가로지르는 열을 거의 이류시키지 못하고, 열전달은 양측 수직 통로와 열전도 물체를 수평으로 가로지르는 열전도에 의해 지배적으로 이루어짐을 알 수 있으며, 수직 유로에서

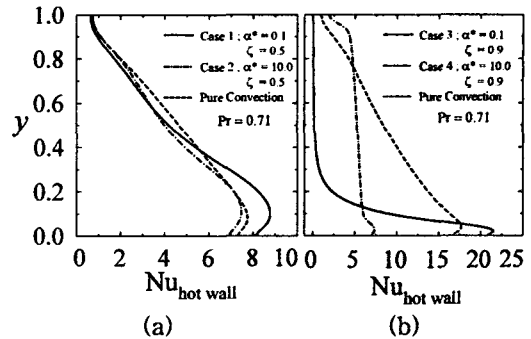


Fig. 8 The distributions of local Nusselt number along the hot wall for (a) case 1 and 2, (b) case 3 and 4.

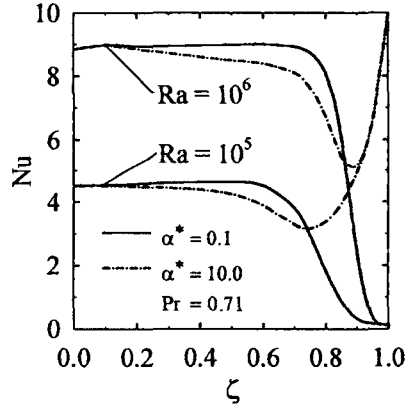


Fig. 9 Effect of Rayleigh number and thermal diffusivity ratio on average Nusselt number.

유체의 큰 열저항으로 인하여 Nusselt수는  $\alpha^* = 10$ 의 순수전도일 때의 Nusselt수보다 상당히 낮음을 알 수 있다(Fig. 9 참조).

Fig. 8은 뜨거운 벽면에서의 각 Case에 대한 국소 Nusselt수를 나타낸 것으로, 앞에서 등온선도와 벡터선도로부터 중심에 위치한 열전도 물체의 영향에 대해 확인한 사실들을 다시 한번 입증하고 있다. 즉, Case 1 및 2인 경우 벽면에서의 국소 Nusselt수 형태가 순수 자연대류의 경우와 크게 차이하지 않으나, Case 3 및 4인 경우 고체블록의 영향이 국소 Nusselt 수에 있어서 눈에 띄게 다른 형태를 보여 주고 있다.

Fig 9는 무차원 고체블록의 크기에 대한 Nusselt 수와의 관계를  $Ra=10^5, 10^6$ 과  $\alpha^* = 0.1,$

10.0에 대하여 그래프로 나타낸 것이다. 그림에서  $\zeta = 0$ 과 1일 때의 값은 각 Rayleigh수에 대한 순수 자연대류 및 순수전도에서의 Nusselt수 값이다. 결과를 보면 열확산비에 관계없이 중심에 위치한 고체블록의 크기가 순수 자연대류인 경우의 정체영역의 크기까지는 유동 및 열전달에 크게 영향을 미치지 않으며, 이 블록의 크기는 Rayleigh 수가 증가할수록 다소 증가한다. 또한,  $\alpha^* = 0.1$ 인 경우 Nusselt수는 순수자연대류의 Nusselt수를 다소 상위하다가 순수전도일 때의 Nusselt수로 감소하는데, 이는 자연대류가 존재하는 밀폐공간에 열확산비가 낮은 고체블록을 밀폐공간의 중앙에 위치시키면 자연대류 열전달 현상을 증가시킬 것을 의미한다. 그러나  $\alpha^* = 10.0$ 인 경우에는 Nusselt수는 순수자연대류와 순수열전도사이 영역에서 최대값을 갖지 않고 계속적으로 감소하다가 자연대류가 더 이상 중요하지 시점에서 최소값을 가진 후 순수열전도의 Nusselt수까지 증가하게 됨을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 일반좌표계 및 비정렬격자계를 채택하여 일반성을 가진 자체 개발한 코드(PowerCFD)를 사용하여 열전도 물체가 존재하는 2차원 캐비티 내에서의 복합 열전달 문제를 대상으로 유체유동과 열전달 과정에서 지배적 인자인 Rayleigh수  $Ra$ , 무차원 열전도 물체의 크기  $\zeta$ 와 유체 열확산 계수에 대한 열전도 물체의 열확산 계수의 비  $\alpha^*$  등과 같은 매개변수들에 대한 영향을 수치해석적 방법을 통하여 알아보고, 또한 PowerCFD 코드의 적합성과 타당성을 기존의 수치해석 값들과 비교분석을 통하여 검증하였다. 연구결과,

(1) 본 연구에서 사용한 PowerCFD코드의 수치해석방법의 적합성과 타당성이 입증되었다.

(2) 중심에 위치한 고체블록의 크기가 순수 자연대류인 경우의 정체영역의 크기까지는 열확산비에 관계없이 유동 및 열전달에 크게 영향을 미치지 않으며, 이 블록의 크기는 Rayleigh 수가 증가할수록 다소 증가한다.

(3) 자연대류가 존재하는 밀폐공간에 열확산비가 낮은 (또는 큰) 고체블록을 밀폐공간의 중앙에 위치시키면 자연대류 열전달현상을 증가(또는 감소)시킬 수 있음이 확인되었다.

(4) 상대적으로 큰 고체블록인 경우 열확산비에 따라 등온선도 및 국소 Nusselt 수 형태에서 크게 다른 특징을 나타나는 것이 확인되었다.

#### 참고문헌

- [1] Cheesewright, R., King, K.J. and Ziai, S., 1986, "Experimental Data for the Validation of Computer Codes for the Prediction of Two-Dimensional Buoyant Cavity Flows", *ASME HTD Winter Annual Meeting*, Vol.60, pp.75-81.
- [2] de Vahl Davis, G., 1983, "Natural Convection of Air in a Square Cavity : A Bench Mark Numerical Solution", *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.3, pp.249-264.
- [3] Hortmann, M., Peric, M. and Scheuerer, G., 1990, "Finite Volume Multigrid Prediction of Laminar Natural Convection : Benchmark Solutions", *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.11, pp.189-207.
- [4] House, J.M., Beckermann, C. and Smith, T.F., 1990, "Effect of a Centered Conducting Body on Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure", *Numer. Heat Transfer, Part A*, Vol.18, pp.213-225.
- [5] 명현국, 2004, "원형실린더 주위의 비정상 이차원 층류유동 수치해석", *한국전산유체공학회지*, 제9권, 제4호, pp.41-47.
- [6] Lankhorst, A.M., Hoogendoorn, C.J., 1988, "Three-Dimensional Numerical Calculations of High Rayleigh Number Natural Convective Flows in Enclosed Cavities", in: *Proc. of 1988 National Heat Transfer Conf.*, Heat Transfer Division, ASME, New York, pp.463-470.