

# IP를 이용한 패트리엇 미사일 최적배치모형

이 재 영, 정 치 영

국방대학교 운영분석과, e-mail : [bluslee@hanmail.net](mailto:bluslee@hanmail.net), [jcy3814@hanmail.net](mailto:jcy3814@hanmail.net)

## Abstract

The current Air defense missile, Nike, will be replaced by the Patriot missile in the near future. In this paper, we developed an optimal allocation model for the Patriot missile. In order to formulate the model, we applied a set covering and IP model. This model considers not only weapon's characteristics and performances but also the threat of enemy aircrafts and SCUD missiles. When we apply this model, we can find the optimal location of Patriot batteries which maximizes the kill probability of enemy aircrafts and SCUD missiles attacking vital area of our forces. This model can directly be used to the decision making for the optimal military facility allocation.

## 1. 서 론

현대 및 미래의 전쟁은 과거보다 훨씬 복잡하고 치열할 것이며 전쟁초기의 제공권 장악과 적의 공중공격에 대한 방어력이 전쟁의 승패를 좌우하는 중요한 요인으로 인식되고 있다. 특히 항공 전력은 걸프전 이후 코소보전과 아프간전 그리고 최근의 이라크전에 이르기까지 전승의 결정적 요인으로 그 중요성이 입증된 바 있다. 이와 같은 양상을 볼 때 한반도와 같이 남·북 전장중심이 좁은 상황 하에서 북한의 대량 항공기 및 전술탄도탄 공격에 대한 방어는 전쟁초기의 제공권 및 전쟁주도권 장악에 막대한 영향을 미칠 것으로 예상되고 있다.

따라서 현재 우리 군에서도 전쟁초기 공중우세를 확보하기 위해 노후 방공무기 체계인 나이키를 패트리엇으로 대체하는 사업을 진행 중에 있다.

본 연구의 목적은 패트리엇과 같은 고가의 첨단무기 배치문제에 있어서 경험적이고 주관적인 요소들을 배제하고 무기체계의 특성과 성능을 고려하여 지역담당이론을 적용한 수학적 모형을 설계, 제시하는데 있다.

또한 본 연구는 기존의 방공무기체계가 운용되어지고 있는 상태 하에서 패트리엇을 추가 배치할 때 그 효과를 최대화하는 모형을 구축하였다.

따라서, 본 모형 적용시 기존 방공무기체계를

운용하는 상태하에서의 패트리엇 최적배치가 가능하며 어느 정도의 확률로 적의 항공기 및 전술탄도탄을 격추시킬 수 있는지 객관적으로 판단할 수 있다.

패트리엇의 주요 역할은 아군 Target 공격을 위해 접근하는 적의 공중위협 방어에 있다. 따라서 북한 항공기와 스커드 공격으로부터 아군 Target의 안전을 최대한 보장하기 위한 적 위협 격추확률을 최대화하는 패트리엇의 최적 배치모형을 제시하였다.

패트리엇은 예산부족으로 제한된 설비 수가 도입 되므로 제한된 수로 많은 중요시설을 보호하기 위한 배치문제에 적용하는 부분 지역담당모형을 적용하였다. 지역담당모형을 적용한 기존 연구에는 Dantzig, Ramser의 차량위치 결정문제[11], Revelle, Swain의 중앙설비 결정문제[13], 오제상의 레이더 배치문제[2], 이동호의 포병부대 배치문제[6], 남상익의 단거리 방공무기 배치문제[7] 등이 있으며 이에 대한 해법으로는 평면 절단기법, 경험적 기법, 분지 및 한계 기법 등으로 주어진 조건에서 목적식을 최대 또는 최소화하는 최적 위치를 결정하였다.

오원민[3]과 김승빈[4]의 패트리엇 최적 배치문제와 관련된 기존 연구는 한 지역에 한개 이상의 설비가 배치될 때 고객을 담당 할 수 있는 확률이 증대된다는 병렬구조 신뢰도 개념을 적용하였다. 하지만 패트리엇과 같이 고가의 첨단무기체계를 한 지역에 여러 개 배치할 수 있다는 가정은 작전개념 및 운용 등 여러 가지 측면에서 비현실적이므로 본 모형에서는 이와 같은 병렬구조 신뢰도 모형을 적용하지 않고 0-1 변수의 IP를 활용하여 적 항공기와 스커드 미사일의 격추확률을 최대화 하는 배치모형을 구축하였다.

적 위협에 대한 격추확률 산출시 항공기 격추 확률 산출 절차와 스커드 미사일 격추확률 산출절차를 새롭게 제시하였으며, 산출과정에서 실제 무기체계의 성능 시험결과 Data를 활용하여 신뢰도를 향상시켰다.

항공기를 격추시킬 수 있는 확률과 스커드를 격추시킬 수 있는 확률이 다르고 적이 어떤 무기를 사용할 것인가에 대한 우선순위에 따라 전체 격추확률도 다르게 나타날 것이므로 본 모형에서는 항공기 위협에 대한 가중치와 스커드 위협에 대한 가중치를 각각 부여하여 이들의 합으로 나타내었다.

## 2. 기존 모형의 연구

### 2.1. 지역담당(Set Covering)모형의 개념

지역담당모형은 주어진 지역 내에 분포되어 있는 고객들에게 서비스 할 설비의 수와 위치를 정량적 분석을 통하여 결정하는 것으로 분석하고자 하는 문제를 수학적 모형으로 표현하고 이 모형에 대한 효율적인 해법절차를 적용하여야 한다.

지역담당모형은 설비의 입지문제에 널리 적용되어 좋은 성과를 얻고 있는데 전체 지역담당모형(Total Covering Model)과 부분 지역담당모형(Partial Covering Model)의 두 가지 경우로 구분할 수 있다.

#### 2.1.1. 전체 지역담당모형(Total Covering Model)

이 모형은 모든 고객이 최소한 하나 이상의 설비로부터 담당되어야 함을 제약식으로 하고 설비 배치에 드는 총비용을 최소화하는 것을 목적으로 하며 수식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_{j=1}^n C_j x_j & (2.1) \\ \text{subject to } & \sum_{j=1}^n A_{ij} x_j \geq 1 \\ & x_j = 0 \text{ or } 1 \\ & A_{ij} = 0 \text{ or } 1 \\ & i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

여기에서  $C_j$ 는 설비를 후보지  $j$ 에 1대 배치하는 비용이며  $A_{ij}$ 는 고객  $i$ 가 후보지  $j$ 에 배치되는 설비로부터 담당될 수 있으면 1, 그렇지 않으면 0으로  $i, j$ 의 관계에 따라 미리 결정되는 값이다. 또 결정변수  $x_j$ 도 설비가 후보지  $j$ 에 배치되면 1, 그렇지 않으면 0으로써 제약식은 고객  $i$ 가 어떤 설비로부터든지 최소한 한번 이상 담당되어야 함을 의미한다.

#### 2.1.2. 부분 지역담당모형(Partial Covering Model)

이 모형은 전체 지역담당모형과 반대의 개념으로 개발되었다. 즉 유용 가능한 설비의 한계를 제약식으로 하고 담당되는 고객의 수를 최대화하는 것으로써 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= \sum_{i=1}^m (\max A_{ij} x_j) & (2.2) \\ \text{subject to } & \sum_{j=1}^n x_j \leq Y \end{aligned}$$

$$x_j = 0 \text{ or } 1$$

$$A_{ij} = 0 \text{ or } 1$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

목적함수에서  $\max A_{ij} x_j$ 는 고객  $i$ 가 모든 설비로부터 전혀 담당되지 못하면 0, 그렇지 않으면 1이 되므로 목적함수 값은 적어도 한번 이상 담당되는 고객의 수를 최대화할 수 있음을 의미한다. 제약식에서  $Y$ 는 가용 설비 수를 나타낸다.

이 모형의 해법으로는 평면 절단기법, 분지 및 한계기법, 경험적 기법 등을 주로 활용하였다.

### 2.2. 기존 모형의 분석

레이더 기지에서 적 항공기를 탐지하거나, 포대에서 침투하는 적기를 요격, 저지하는 경우 적기(고객)을 완벽히 담당하는 것을 보장하기는 불가능한 경우가 발생한다. 즉, 설비의 신뢰성 또는 가용성 등으로 인하여 설비는 어떤 확률로만 고객을 담당할 수 있게 된다. 따라서 한 대만의 설비가 고객을 담당하는 것이 적절하지 못한 경우가 생기며, 필요한 담당확률에 따라 여러 대의 설비가 중복하여 동시에 담당하는 것이 필요하게 된다.

이러한 확률의 개념을 도입하여 김성인[1]은 부분 지역담당모형을 예산 한도로 인해 주어진 설비수로 고객의 담당확률의 합을 최대화하는 설비 위치를 결정하는 지역담당모형을 제시하였다. 이 모형은 부분지역담당 모형을 일반화시킨 것으로 볼 수 있으며, 설비배치에 소요되는 총비용이 주어진 예산의 한도를 넘을 수 없다는 것을 제약식으로 하고 각 고객에 대한 담당 신뢰도의 합을 최대화하는 것을 목적함수로 하여 식 (2.3)과 같이 표현하였다. 해를 구하는 해법절차로 분지 및 한계기법을 적용하였다.

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^m \{1 - \prod_{j=1}^n (1 - p_{ij})^{x_j}\} \quad (2.3)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^n C_j x_j \leq \bar{B}$$

$$\bar{l}_j \leq x_j \leq \bar{u}_j, \text{ 정수}, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\bar{l}_j : \text{하한 대수}$$

$$\bar{u}_j : \text{상한 대수}$$

$$\bar{B} : \text{예산 한도액}$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

오제상[2]은 방공레이더 배치문제에서 고객이 후보지에 설치된 설비로부터 담당되는 지의 여부 즉,  $A_{ij} = (0,1)$ 의 두 상태로만 구분하는 것은 현실적으로 불합리하여 확률로 주어지는 것이 더 일반적이며, 또한 기존의 연구와 동일한 병렬구조 신뢰도개념을 적용하였다. 제한된 설비 수  $K$ 를 제약조건으로 각 고객의 중요도에

따라 상대적 가중치를 고려하여 식 (2.4)와 같이 수식화하고 경험적 기법으로 최적의 설비 위치를 결정하였다.

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^m W_i \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n (1 - p_{ij})^{x_j} \right\} \quad (2.4)$$

subject to

$$\sum_{j=1}^n x_j \leq K$$

$x_j = 0$  or 1

$W_i$  : 고객의 중요도에 따른 상대적 가중치 ( $W_i \geq 0$ )

$p_{ij}$  : 후보지  $j$ 에 설비가 설치됨으로써 고객  $i$ 가 담당될 확률 ( $0 \leq p_{ij} \leq 1$ )

$i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$

오원민[3]은 북한의 스킨드 미사일을 요격하기 위한 패트리엇 배치문제에서 설비위치뿐만 아니라 패트리엇 무기체계 특성상 요격 시 큰 영향을 미치는 주사격 방향도 고려하였다. 이 연구 또한 신뢰도 개념을 적용하였으며, 각 고객이 받는 보호확률의 합을 최대화하기 위하여 어느 위치  $j$ 에 어떤 주사격 방향  $k$ 로 설치할 것인가를 결정하는 문제로 식 (2.5)과 같이 수식화 하고 분지 및 한계기법으로 최적의 위치를 결정하였다.

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \left\{ 1 - \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K (1 - p_{ijkl})^{x_{jk}} \right\} \quad (2.5)$$

subject to

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{jk} \leq N$$

$x_{jk} \geq 0$ , 정수,  $j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K$

$p_{ijkl}$  : 설비가  $j$ 위치에  $k$ 방향으로 설치되고 발사지가  $l$ 일 때 고객  $i$ 가 받는 보호확률 ( $0 \leq p_{ijkl} < 1$ )

$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J,$   
 $k = 1, \dots, K, l = 1, \dots, L$

김승빈[4]은 패트리엇 배치문제에서 북한의 스킨드 미사일 위협, 항공기 위협, 그리고 주사격 방향을 고려하여 최적 배치모형을 구축하였다. 기존의 연구와 동일한 신뢰도 개념을 적용하였으며, 각 고객이 받는 보호확률의 합을 최대화하기 위하여 어느 위치  $j$ 에 어떤 주사격 방향  $k$ 로 설치할 것인가를 결정하는 문제로 항공기 위협뿐만 아니라 스킨드 위협까지 고려하여 중요시설 보호확률을 각각 산출하고 가중치를 부여하여 모형에 적용하였으며, 해법절차로 분지 및 한계기법을 적용하였다.

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L \left\{ 1 - \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^K (1 - (w_m p_{ijkl_m} + w_s p_{ijkl_s}))^{x_{jk}} \right\}$$

subject to

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{jk} \leq N \quad (2.6)$$

$x_{jk} \geq 0$ , integer,  $j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K$

$0 \leq w_m p_{ijkl_m} + w_s p_{ijkl_s} \leq 1, w_m + w_s = 1$

$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K,$   
 $l = 1, \dots, L$

$l : (l_m, l_s)$

$l_m = 1, \dots, L_m, l_s = 1, \dots, L_s,$   
 $l = 1, \dots, L(L_m \times L_s)$

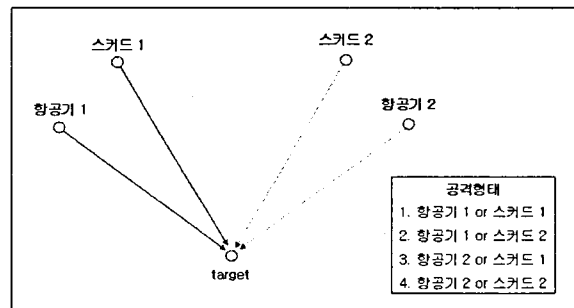
이와 같은 기존 연구에서 적용한 병렬구조 신뢰도 개념은 한 지역에 한개 이상의 설비 배치 시 그 설치 및 운용이 용이하고 운용상 효율성을 달성할 수 있는 창고 위치결정이나 방공 레이다 설치문제 또는 단거리 방공무기와 같이 설비의 규모가 작거나 소규모 운용요원이 필요한 설비 배치문제에 적합한 개념이다. 하지만 기존 패트리엇 최적배치 문제([3], [4])에서 패트리엇과 같이 규모가 크고 많은 운용요원을 필요로 하는 고가의 첨단무기체계를 한 지역에 여러 개 배치할 수 있다는 가정은 작전개념 및 운용 등 여러 가지 측면에서 비현실적이다. 따라서 본 논문에서 제시한 모형은 병렬구조 신뢰도 개념을 적용하지 않은 최적 배치모형이다.

### 3. 최적배치 수리모형의 구축

#### 3.1. 최적배치 수리모형

본 연구의 최적배치 수리모형은 적 지역에 위치한 비행 기지와 스킨드 기지에서 아군 Target에 대해 항공기와 스킨드로 공격한다고 가정 시 적 항공기 및 미사일 요격을 위한 패트리엇 최적 배치 위치를 결정하는 수학적 모형이다.

패트리엇은 무기체계 특성상 항공기와 스킨드 위협을 동시에 방어할 수 있으며, 적은 <그림 3-1>과 같이 Target을 공격하기 위해 항공기와 스킨드 미사일로 동시에 공격하지 않을 것으로 판단된다. 따라서 예상되는 공격형태 (항공기 또는 스킨드)에 따라 우선순위 즉, 가중치를 부여하면 공격형태별 격추확률을 각각 계산할 수 있다. 따라서  $p_{ij}$ 는 항공기와 스킨드 미사일에 대한 격추확률을 각각 산출하여 그 합으로 나타낼 수 있다.



<그림 3-1> Target에 대한 적 공격양상

패트리엇  $j$ 가 아군지역  $Target$ 을 공격하기 위해 진입하는 항공기  $i_a$ (스커드  $i_s$ )를 격추시킬 확률을  $p_{i,j}(p_{i,j})$ 라고 하면 패트리엇  $j$ 가 적 위협을 격추시킬 수 있는 확률  $p_{ij}$ 는 항공기(스커드) 위협에 대한 가중치  $w_a(w_s)$ 를 이용해 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$p_{ij} = w_a p_{i,j} + w_s p_{i,j} \quad (3.1)$$

결정변수  $x_j$ 는  $j$  지역에 패트리엇를 설치하면 1 그렇지 않으면 0으로  $\sum_{j=1}^J x_j$ 는 총 설치 대수가 되며,  $\sum_{i=1}^I (w_a p_{i,j} + w_s p_{i,j}) x_j$ 는  $j$  지역에 설치된 패트리엇 포대가  $i$ 개 위협을 격추시킬 수 있는 격추확률의 합이 된다.

따라서 목적함수는 이 격추확률의 합을 최대화하는 것이며 제약식은 설치 가능한 패트리엇 포대 수( $N$ )가 제한되므로 본 모형은 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^J (w_a p_{i,j} + w_s p_{i,j}) x_j \quad (3.2)$$

$$subject \ to \ \sum_{j=1}^J x_j \leq N$$

$$x_j = 0 \ or \ 1, \ i = 1, \dots, \ I \ j = 1, \dots, \ J$$

$$0 \leq p_{ij} = w_a p_{i,j} + w_s p_{i,j} \leq 1,$$

$$w_a + w_s = 1$$

그런데 본 연구는 새롭게 배치될 예정인 패트리엇 무기체계 만을 고려하는 문제가 아니라 대항공기 임무로는 기존의 호크무기체계, 대미사일 임무로는 주한미군의 패트리엇 포대가 운용되어지고 있는 상태 하에서 새로운 패트리엇 무기체계를 추가 배치하는 문제이므로 식 (3.1)을 다음과 같이 수정 할 수 있다.

$$p_{ij} = w_a (p_{i,j} + p_{i,h}) + w_s (p_{i,j} + p_{i,u}) \quad (3.3)$$

여기에서  $p_{i,h}(p_{i,u})$ 는  $j$  지역에 배치된 패트리엇 포대에 인접한 호크포대  $h$ (미 패트리엇 포대  $u$ )가 적 항공기  $i_a$ (스커드 미사일  $i_s$ )를 격추시키는데 기여할 수 있는 확률을 의미한다.

또한 입지 후보지를 선정한 후 그 지역에서의 격추확률이 지휘관이 요망하는 수준을 달성할 수 있도록 지휘관이 요망하는 수준의 격추확률을  $Y$ 라 하여 다음과 같은 제약식을 추가하였다.

$$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \{w_a (p_{i,j} + p_{i,h}) + w_s (p_{i,j} + p_{i,u})\} \geq Y \quad (3.4)$$

따라서 최적배치 최종 모형은 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^J \{w_a (p_{i,j} + p_{i,h}) + w_s (p_{i,j} + p_{i,u})\} x_j \quad (3.5)$$

$$subject \ to \ \sum_{j=1}^J x_j \leq N$$

$$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \{w_a (p_{i,j} + p_{i,h}) + w_s (p_{i,j} + p_{i,u})\} \geq Y$$

$$x_j = 0 \ or \ 1, \ i = 1, \dots, \ I \ j = 1, \dots, \ J$$

$$0 \leq w_a (p_{i,j} + p_{i,h}) + w_s (p_{i,j} + p_{i,u}) \leq 1,$$

$$w_a + w_s = 1, \ 0 \leq Y \leq 1$$

## 3.2. 격추확률 산출

적 항공기와 스커드 미사일에 대한 격추확률 산출절차를 제시한다.

### 3.2.1. 적 항공기에 대한 격추확률 산출

#### 3.2.1.1. 가정사항

격추확률 산출시 가정사항은 다음과 같다.

첫째, 적의 공격목표( $Target$ )는 크기나 높이를 갖고 있는 공간의 실체가 아닌 평면 좌표상의 한 점으로 설정한다.

둘째, 적기는 미리 설정해 놓은 접근로 상으로만 공격한다.

셋째, 적 항공기는 공격목표까지 최단거리로 비행 후 폭탄을 투하한다.

넷째, 패트리엇가 적의 공중 및 지상공격에 의해 피해 입는 상황과 패트리엇 성능에 영향을 미치는 요소는 고려하지 않는다.

다섯째, 적 항공기를 요격하기 위해 대항공기용( $GEM$ ) 미사일을 사용한다.

여섯째, 패트리엇 포대 설치시 설치 방향은 정방향(자북)으로 한다.

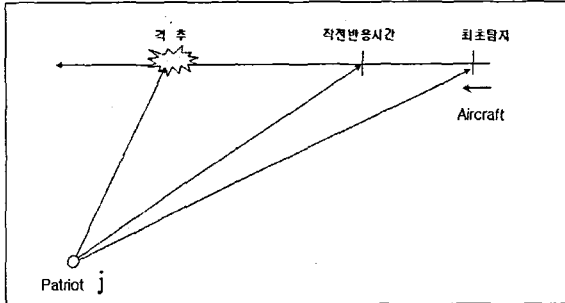
#### 3.2.1.2. 기호

격추확률 산출시 사용되는 기호는 다음과 같이 정의한다.

- $Target \ t$  : 적기의 공격 목표지( $t = 1, \dots, \ T$ )
- $Aircraft \ i_a$  : 적 항공기( $i = 1, \dots, \ I$ )
- $Patriot \ j$  :  $j$  지역에 위치한 패트리엇 포대
- $First \ Point \ f$  : 패트리엇 포대에서 적기를 최초로 탐지한 지점
- $Critical \ Point \ CP$  : 패트리엇 포대가 적기를 격추시킬 수 있는 적 항공기의 공중 접근로상 최종지점
- $Distance \ d$  : 포대로부터  $CP$ 까지의 거리
- $Vertical \ Point \ v$  : 패트리엇 포대에서 접근로상의 수직선과 접근로와의 교점
- $Bomb \ Point \ b$  : 적기가 접근로 상으로 공격을 해오면서 폭탄을 투하하리라고 예상되는 지점 ( $Target$ 으로부터 1.5km 이격)

### 3.2.1.3. 산출절차

우선 아군 Target을 공격하기 위해 진입하는 항공기와 그에 대응하는 SAM의 대공방어 형태를 살펴보자. <그림 3-2>와 같이 SAM은 적 항공기를 최초 탐지하여 작전반응시간<sup>1)</sup> 내에 유도탄을 발사하고 일정한 시간과 거리가 지난 어느 지점에서 격추하는 방어형태를 갖는다. 따라서 공격하기 위해 진입하는 항공기 속도에 따라 예상요격지점까지의 거리와 그 지점까지의 유도탄 비파 시간을 <표 3-1>과 같이 구할 수 있다.



<그림 3-2> SAM의 대공방어 형태

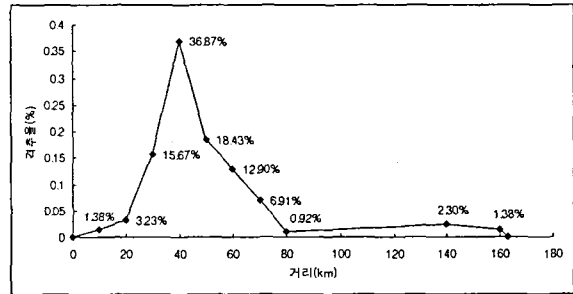
<표 3-1> 거리별 예상요격지점까지의 비파시간  
단위 : km

sec \ kts	100	200	300	400	500	600
10	17.5	18.0	18.5	19.1	19.6	20.1
15	26.3	27.0	27.8	28.6	29.4	30.1
20	35.0	36.1	37.1	38.1	39.1	40.2
25	43.8	45.1	46.4	47.6	48.9	50.2
30	52.5	54.1	55.6	57.2	58.7	60.3
35	61.3	63.1	64.9	66.7	68.5	70.3
40	70.1	72.1	74.2	76.2	78.3	80.3
45	78.8	81.1	83.4	85.8	88.1	90.4

<표 3-1>에서 보는 바와 같이 이론상으로는 적 항공기가 일정한 속도로 접근해 올 때 패트리엇 포대가 항공기를 최초로 탐지하면 작전반응시간 내에 발사가 이루어지고 포대로부터 예상요격지점까지의 유도탄 비행시간에 따라 일정한 비행거리가 지난 후 격추가 이루어진다. 이때 격추확률을 일정한 값으로 간주하는데, 무기체계 성능 시험 결과<sup>2)</sup>, 거리에 따라 항공기를 격추시킬 수 있는 확률은 다르게 나타나는데 본 연구에서는 보안목적상 실제 Data를 기초로 <표 3-2>와 <그림 3-3>와 같이 가상의 Data를 사용하였다.

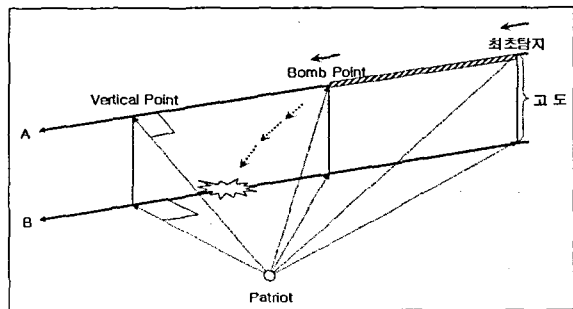
<표 3-2> 표적 거리별 격추대수 및 격추확률

포대↔항공기 (km)	10이하	10~20	20~30	30~40	40~50
격추대수	3대	7대	34대	80대	40대
격추비율	1.38%	3.23%	15.67%	36.87%	18.43%
포대↔항공기 (km)	50~60	60~70	70~80	80~140	140이상
격추대수	28대	15대	2대	5대	3대
격추비율	12.9%	6.91%	0.92%	2.30%	1.38%



<그림 3-3> 표적 거리별 격추확률

따라서, 포대와 항공기와의 거리를 고려하지 않고 일정한 격추확률을 동일하게 부여하는 것은 타당하지 못하다는 것을 알 수 있다.

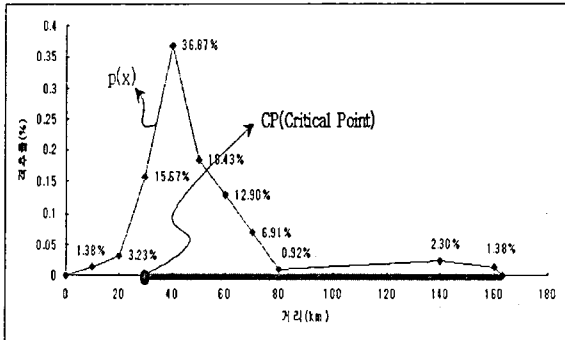


<그림 3-4> 적 항공기의 공중접근로 및 격추구간

<그림 3-4>는 공중 접근로상 적기를 격추시킬 수 있는 격추구간의 길이가 포대의 위치에 따라 다르다는 것을 보여주는데, 여기서 직선 A는 Target을 공격하기 위해 일정한 고도를 갖고 공중으로 진입하는 항공기의 공중접근로라 할 수 있다. 또한 적기가 Target을 향해 진입하는 경로에서 최초탐지지역으로부터 Target에 폭탄을 투하하기 위해 필요한 거리만큼 떨어진 지점인 Bomb Point까지가 격추구간으로 위 그림에서는 빗금 친 부분이 격추구간이 된다. 여기서 패트리엇 포대와 침투하는 적기의 위치에 따라 격추구간의 길이도 달라지므로 예를

- 1) 작전반응시간 : 명령을 수령하여 행동을 시작할 때로부터 요구되는 반응이 이루어 질 때까지의 시간, 통상 방공포병에서는 목표를 탐지한 후 사격준비 완료 시 까지의 시간을 말함[공교 5-809(방공포병 용어사전) p.99, 1998, 공군본부]
- 2) 엔지니어링 개발시험 및 운용요원 훈련 등을 위해 미국 항공기를 이용하여 1975년부터 1995년까지 약 320회에 걸쳐 실험 실시, 보안 목적상 실 data를 다소 변형한 자료이며 총 320회의 실험결과 217대의 격추성공으로 전체 격추확률(Total Kill Probability)은 67.8%라 할 수 있다. [Patriot Test and evaluation Performance Notebook for the Republic of Korea(u), 1998, Raytheon systems company]

들어 포대로부터 CP까지의 거리가 30km(임의 값)라고 한다면 <그림 3-5>를 이용하여 격추율 함수  $p(x)$ 를 구간에 따라 정적분하면 타당한 격추확률을 구할 수 있다.



<그림 3-5> CP선정에 따른 격추가능 구간

따라서, 패트리엇 포대로부터 최초탐지 지점 (First Point)까지의 거리와 포대로부터 CP까지의 거리  $d$ 를 이용하여 격추구간에 따른 격추확률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p_{ij} = \frac{\int_0^d p(x) dx}{\int_0^f p(x) dx} \times \text{Total Kill Probability}(0.678) \quad (3.6)$$

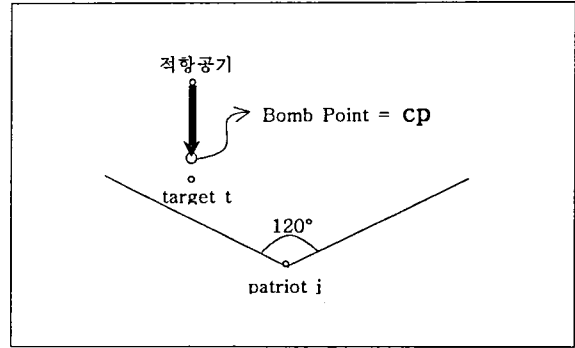
$(0 \leq CP \leq 160)$

### 3.2.1.4. CP(Critical Point)선정 방법

CP의 정확한 지점은 패트리엇 포대의 설치 위치와 Target의 위치에 따라 CASE 별로 구분하여 선정할 수 있다.

CASE I은 Target이 패트리엇 포대의 후방 지역에 위치하였거나 전방에 위치했으나 탐지 및 포착이 가능한 방위각 범위 밖에 있는 경우<sup>3)</sup>로 <그림 3-6>와 같이 선정할 수 있다.

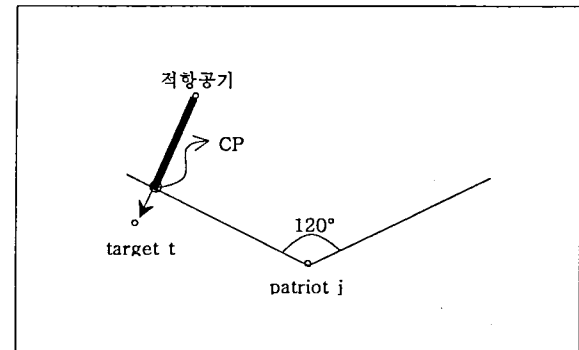
CASE II는 Target의 위치가 패트리엇 포대의 전방이고 탐지 및 포착이 가능한 범위 내에 있을 경우로 <그림 3-7>과 같이 선정할 수 있다.



<그림 3-7> Target 및 포대의 위치에 따른 CP 선정(CASE II)

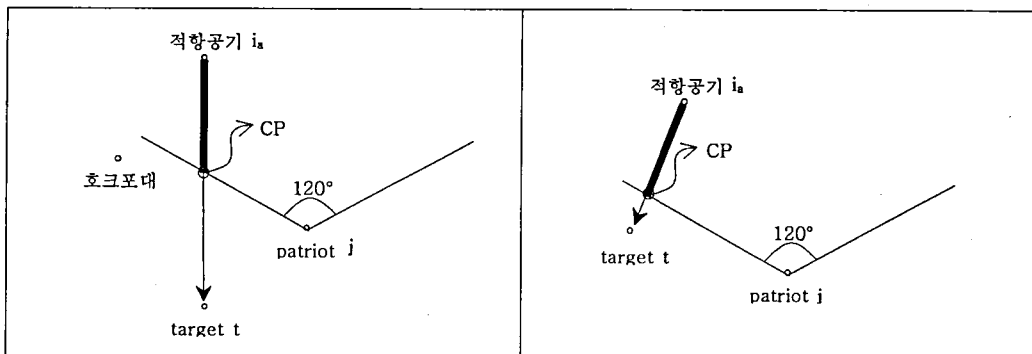
### 3.2.1.5. 포대로부터 CP까지의 거리 $d$ 의 산출절차

CASE I의 경우 <그림 3-8>을 활용하여 다음과 같은 절차에 따라 구할 수 있다.



<그림 3-8> 포대로부터 CP까지의 거리 산출(CASE I)

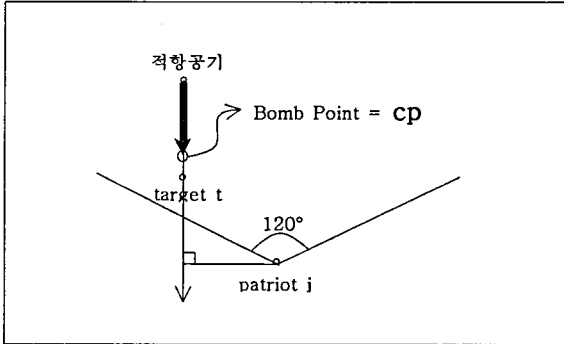
- 적 항공기와 Target을 연결하는 직선의 방정식을 구한다.
- 기울기가  $-\cos 30^\circ$ 이고 패트리엇 포대 위치좌표를 지나는 직선의 방정식을 구한다. (Target이 포대의 우측에 위치했을 시 기울기  $\cos 30^\circ$ )
- 위 두 직선의 방정식의 교점(Critical Point)을 구한다.
- 두 직선의 교점과 패트리엇 포대 위치좌표와의 거리( $d$ )를 구한다.



<그림 3-6> Target 및 포대의 위치에 따른 CP 선정(CASE I)

3) 패트리엇 무기체계는 설치 방향으로부터 좌, 우  $60^\circ$  방위각내의 표적에 대해서만 탐지, 포착 및 격추가 가능하다.

CASE II의 경우 <그림 3-9>를 활용하여 다음과 같은 절차에 따라 구할 수 있다.

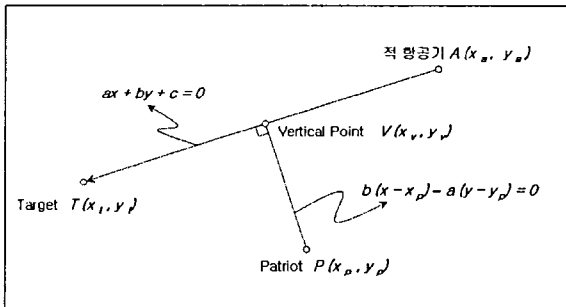


<그림 3-9> 포대로부터 CP까지의 거리 산출(CASE II)

- 적 항공기의 공중접근로(직선)와 패트리엇 포대와 수직을 이루는 지점 (Vertical Point) 를 구한다. VP를 구하는 절차는 3.2.1.6의 절차를 따른다.
- 패트리엇 포대와 VP와의 거리를 구한다.
- Target과 VP와의 거리를 구한다.
- 패트리엇 포대와 VP와의 거리, Target과 VP와의 거리 및 Bomb Point (Target으로부터 1.5km전방)를 이용하여 거리 d4)를 구한다.

### 3.2.1.6. Vertical Point 산출절차

<그림 3-10>을 이용하여 다음과 같은 절차에 따라 구할 수 있다.



<그림 3-10> 직선과 직선 밖의 한점에서의 수직선

선 TA의 기울기가 0일 때( $a=0$ ), 즉  $y_t = y_a$  일 때  $x_v = x_p, y_v = y_t = y_a$

직선 TA의 기울기가  $\infty$ 일 때( $b=0$ ), 즉  $x_t = x_a$  일때  $x_v = x_t = x_a, y_v = y_p$

그 외 TA의 기울기가 0 또는  $\infty$ 가 아닌 경우에는 다음의 과정을 통해서 패트리엇포대와 수직인 점 Vertical Point  $V(x_v, y_v)$ 를 구한다.

직선 TA와 직선 밖의 한점 P에서 직선에 내린 수직선 VP의 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다. ( $TA \perp VP$ )

$$ax + by + c = 0 \quad ab \neq 0 \quad \text{-----} \textcircled{1}$$

$$b(x - x_p) - a(y - y_p) = 0 \quad \text{-----} \textcircled{2}$$

점  $V(x_v, y_v)$ 는 직선 TA와 직선 VP위의 점이므로 ①, ②에 대입하면

$$ax_v + by_v + c = 0 \quad \text{-----} \textcircled{3}$$

$$b(x_v - x_p) - a(y_v - y_p) = 0 \quad \text{-----} \textcircled{4}$$

식 ③과 ④를 정리하면

$$a(x_v - x_p) + b(y_v - y_p) = -(ax_p + by_p + c) \quad \text{---} \textcircled{5}$$

$$y_v - y_p = \frac{b}{a}(x_v - x_p) \quad \text{-----} \textcircled{6}$$

⑥식을 ⑤식에 대입하면

$$(x_v - x_p) = -\frac{a}{a^2 + b^2}(ax_p + by_p + c) \quad \text{----} \textcircled{7}$$

$$(y_v - y_p) = -\frac{b}{a^2 + b^2}(ax_p + by_p + c) \quad \text{----} \textcircled{8}$$

또한 ①식은 점  $A(x_a, y_a)$ 와 점  $T(x_t, y_t)$ 를 지나는 직선의 방정식이므로

$$y - y_t = \frac{y_t - y_a}{x_t - x_a}(x - x_t) \quad \text{-----} \textcircled{9}$$

위의 식 ①~⑨을 정리하면 세 점 패트리엇 포대의 위치  $P(x_p, y_p)$ , Target의 위치  $T(x_t, y_t)$  그리고 적항공기의 위치  $A(x_a, y_a)$ 를 알 때 Target을 공격하기 위해 최단거리로 비행하는 적 항공기의 공중접근로와 패트리엇포대와 수직이 되는 지점과 그 거리를 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$a = y_t - y_a$$

$$b = -(x_t - x_a)$$

$$c = -(y_t - y_a)x_t + (x_t - x_a)y_t$$

$$x_v = -\frac{a}{a^2 + b^2}(ax_p + by_p + c) + x_p$$

$$y_v = -\frac{b}{a^2 + b^2}(ax_p + by_p + c) + y_p$$

### 3.2.2. 스커드 미사일에 대한 격추확률 산출

#### 3.2.2.1. 가정사항

격추확률 산출시 가정사항은 다음과 같다.

- 첫째, 패트리엇 운용에 지형적인 영향은 없다.
- 둘째, 공중조기 경보기 및 인공위성 등의 지원으로 정상적인 적 미사일 탐지 체제가 유지되고 있다.
- 셋째, 설치된 패트리엇가 적의 공중 및 지상 공격에 의해 피해 입는 상황과 패트리엇 성능에 영향을 미치는 요소는 고려하지 않는다.
- 넷째, 적은 아군의 Target을 공격하기 위해 SCUD-B로 공격한다.
- 다섯째, 스커드 미사일을 요격하기 위하여 대탄도 탄용(PAC-3)미사일을 운용한다.
- 여섯째, 패트리엇 포대 설치시 설치 방향은 정방향(자북)으로 한다.

4)  $d = \sqrt{(\text{Target과 VP와의 거리} + 1.5)^2 + (\text{패트리엇 포대와 VP와의 거리})^2}$

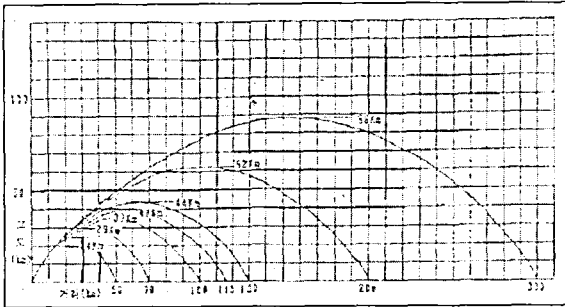
### 3.2.2.2. 기호

격추확률 산출시 사용되는 기호는 다음과 같이 정의한다.

- Target  $t$  : 적 스킨드의 공격 목표지( $t = 1, \dots, T$ )
- SCUD  $i$  : 적 스킨드 미사일 ( $i = 1, \dots, I$ )
- Patriot  $j$  :  $j$ 지역에 위치한 패트리엇 포대
- Critical Point CP : 패트리엇 포대가 스킨드 미사일이 발사된 후부터 탐지, 포착할 수 있는 스킨드 미사일 비행 경로상 최종 지점
- Distance  $d$  : Target으로부터 CP까지의 거리
- Altitude  $a$  : CP에서 스킨드 미사일의 고도

### 3.2.2.3. 산출절차

패트리엇으로 스킨드 미사일을 요격할 때 요격이 이루어지는 시점은 스킨드의 비행경로 상 하강단계에 있으면서 속도는 최대속도를 내는 시점이다. <그림 3-11> SCUD-B 탄도를 보면 발사거리별 탄도의 최고 정점 고도를 지난 이후에 격추가 가능한 것이다.



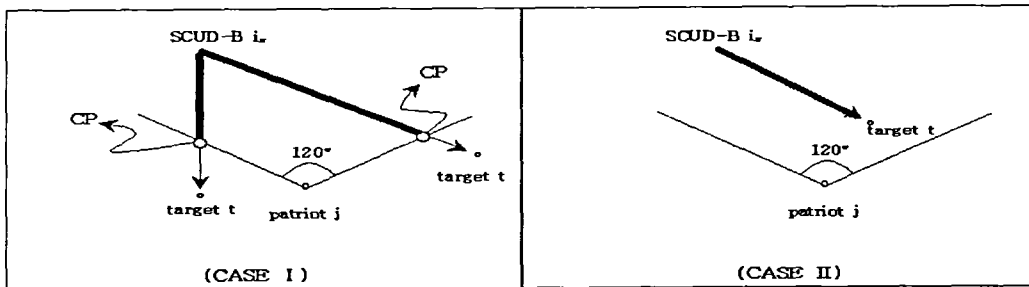
<그림 3-11> SCUD-B 탄도

이러한 특성을 고려한 무기체계 성능 시험자료5)에 따르면 스킨드가 발사되어 그 비행경로에 있을 때 스킨드 미사일이 포대로부터 거리가 0~00km 이고 그때의 고도가 00~00km인 공중 공간(Kill Box)에 위치할 때만 격추확률 00%를 부여할 수 있다.

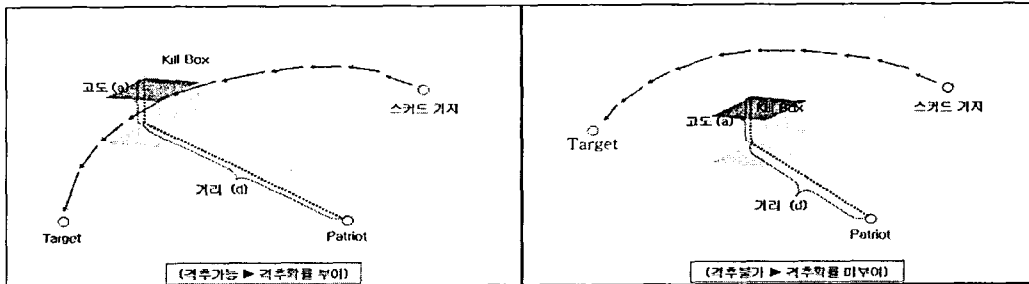
본 연구에서는 보안 목적상 가상의 Data인 거리 3~50km, 고도 10~30km의 공중공간(Kill Box)에 위치할 때 격추확률 80%를 부여하는 것으로 가정한다. 따라서, 발사된 스킨드 미사일이 Kill Box를 통과하는지 여부를 확인하여 일정한 격추확률을 부여하여야 하며, 그러기 위해서는 패트리엇 포대의 설치 위치와 Target의 위치에 따라 CASE 별로 구분하여 분석하여야 한다.

CASE I은 Target이 패트리엇의 탐지 및 포착 방위각 범위 밖에 있을 때 발사된 스킨드 미사일이 패트리엇의 임무가능 범위내의(CP를 지나기전) Kill Box를 통과하는 경우이고, CASE II는 발사된 스킨드가 Target을 향해 비행할 때 Target이 패트리엇가 탐지 및 포착을 할 수 있는 방위각 범위 내에 있으면서 CP를 지나기 전에 Kill Box를 통과하는 경우로 구분 할 수 있다.

따라서, 발사된 스킨드 미사일이 Kill Box를 통과하면 격추가 가능한 것으로 간주하여 일정한 격추확률 80%를 부여하고 Kill Box를 통과하지 않으면 격추가 불가능한 경우로 간주하여 격추확률을 0으로 할 수 있다. 이와 같은 격추확률 부여논리는 <그림 3-13>으로 설명할 수 있으며, 임무가능 범위내의 Kill Box통과여부는 CASE 별로 다음의 절차에 의해 구할 수 있다.



<그림 3-12> Target 및 포대의 위치에 따른 스킨드 방어형태



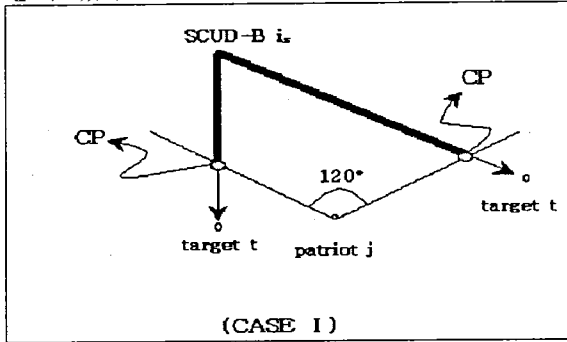
<그림 3-13> 스킨드 미사일 격추가능 공간

5) 무기체계 성능 시험자료에 따르면 포대로부터 일정한 거리와 그때의 고도 구간에 스킨드 미사일이 위치했을 때 격추시킬 수 있는 확률이 부여된다. [차기유도무기(SAM-X) 시험평가 결과보고, 2001, 차기유도무기 평가 사업단.]



### 3.2.2.4. Kill Box 통과여부 판단 절차

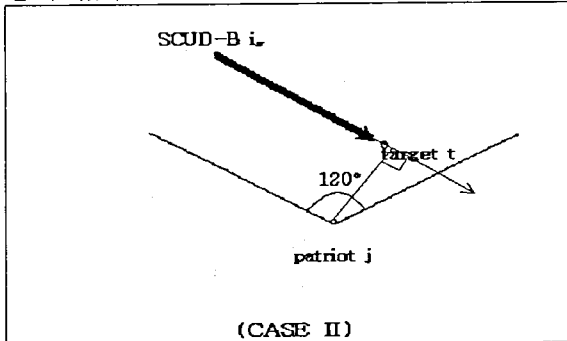
CASE I의 경우 다음과 같은 절차에 따라 판단할 수 있다.



<그림 3-14> Target 및 포대의 위치에 따른 스킨드 방어형태 CASE I

- CP를 구한다.(적 항공기 격추확률 산출절차와 동일)
- 스킨드 기지에서 Target까지 미사일의 비행 궤적 포물선의 방정식을 구한다. 절차는 3.2.2.5를 따른다.
- Target으로부터 CP까지의 거리  $d$ 를 구한다.
- CP의 고도  $a$ 를 구한다. 절차는 3.2.2.5를 따른다.
- 스킨드 미사일이 CP를 지나기전 Kill Box를 통과하는가 여부를 판단한다.

CASE II의 경우 다음과 같은 절차에 따라 판단할 수 있다.



<그림 3-15> Target 및 포대의 위치에 따른 스킨드 방어형태 CASE II

- VP를 구한다.(적 항공기 격추확률 산출절차와 동일)
- 패트리엇 포대와 VP와의 거리를 구한다.
- Target과 VP와의 거리를 구한다.
- 패트리엇 포대와 VP와의 거리, Target과 VP와의 거리 및 미사일 격추가능 거리 (3 ~ 50km)를 이용해서 Target으로부터 CP까지의 거리  $d$ 를 구한다.
- Target과  $d$ 만큼 떨어진 지점(CP)에서의 고도  $a$ 를 구한다.
- 스킨드 미사일이 CP를 지나기전 Kill Box를 통과하는가 여부를 판단한다.

### 3.2.2.5. 스킨드 비행궤적 포물선의 방정식 산출 절차

스킨드의 거리별 고도는 다음과 같은 2차원 포물선의 방정식을 이용하여 구할 수 있다.

$$y = ax^2 + bx + c \quad (3.7)$$

위의 방정식에서  $x$ 는 거리,  $y$ 는 고도를 나타내며, 발사지역의 좌표, Target의 좌표, 그리고 비행경로상의 최고점의 좌표를 알면 계수  $a, b, c$ 를 구할 수 있다. 따라서 <그림 3-11>의 Data를 활용하면 포물선의 형태를 알 수 있다. 예를 들어 세 점 (0, 0), (300, 0), (150, 88)을 지나는 포물선의 방정식은  $y = -0.004x^2 + 1.173x$  이다.

이 포물선은 300km 떨어진 Target을 향해 발사된 스킨드 미사일의 비행경로 형태로 표적의 거리가 변화함에 따라 2차원 포물선의 방정식도 변화한다. 그러므로 탄두거리별 최고점 높이를 구하면 거리에 따른 스킨드 미사일의 경로 즉, 포물선의 형태를 알 수 있다.

탄두거리별 최고점의 높이는 <그림 3-11>의 Data를 활용, 선형회귀분석으로 구할 수 있다.

<표 3-3> 스킨드 발사 거리에 따른 비행경로상 최고점 높이

거리( $\alpha$ )	50	70	100	115	130	200	300
최고점( $\beta$ )	24	25	37	40	44	62	88

<표 3-3>에서 독립변수  $\alpha$ 는 거리, 종속변수  $\beta$ 는 최고점으로 추정식은 다음과 같으며 결정계수  $r^2$ 는 0.988이다.

$$\beta = 0.262\alpha + 9.59 \quad (3.8)$$

위와 같은 방법을 적용하면 탄두거리별 최고점 좌표를 구할 수 있으므로 탄두거리별 2차원 포물선 방정식  $y = ax^2 + bx + c$ 를 구하면 발사된 스킨드의 비행경로상 어떠한 지점에서라도 그때의 고도를 계산하여 Kill Box 통과여부를 확인할 수 있다.

## 4. 수리모형의 적용

앞서 구축한 모델에 축소된 문제를 적용해서 패트리엇의 적항공기 및 스킨드 미사일 격추확률을 산출하고 0-1 IP Problem을 적용한 해법절차로 문제의 최적해를 구하도록 하겠다.

### 4.1. 적용사례

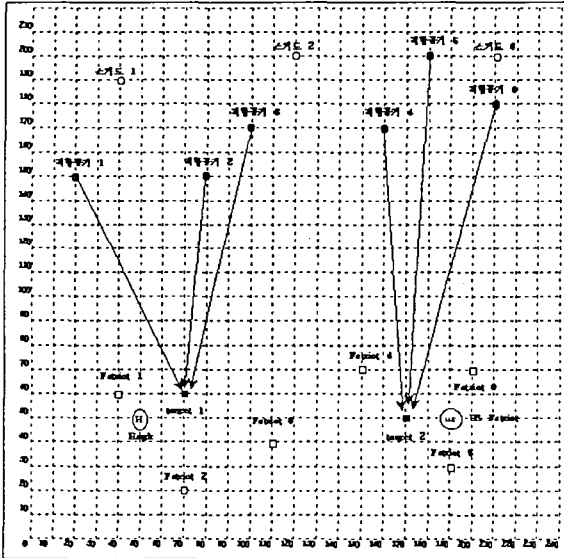
<표 4-1>에서 보는 바와 같이 6개의 패트리엇 설치 후보지, 2개의 아군 Target, 6개의 적 항공기 (Number of First Point) 및 3개의 스킨드 기지 (미사일 발사지점)가 있으며 가용 설비 수( $N$ )는 3개로 제한한다. 또한 아군 지역에 Hawk와 주한 미군이 운용하는 패트리엇 포대가 각 1개씩 위치하고 있으며 지휘관이 요망하는 수준의 격추확률은 25% 이상이다. 이들의 위치 및 공격형태는 <그림 4-1> 및 <그림 4-2>와 같다.

6)  $2500 = (\text{패트리엇 포대와 VP와의 거리})^2 + (\text{Target과 VP와의 거리} + d)^2$

<표 4-1> 사례 요소별 좌표

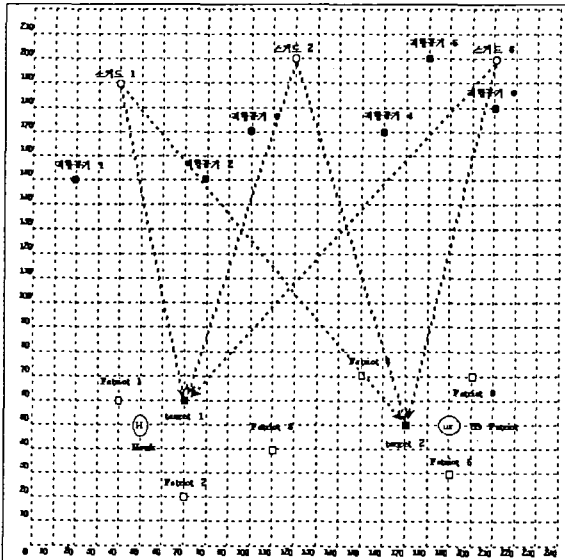
$i_a$	좌 표 (First Point)	$j$	좌 표 (Patriot 후보지)	$i_s$	좌 표 (스커드 발사지점)	$t$	좌 표 (고정표적)
1	(20, 150)	1	(40, 60)	1	(40, 190)	1	(70, 60)
2	(80, 150)	2	(70, 20)	2	(120, 200)	2	(170, 50)
3	(100, 170)	3	(110, 40)	3	(210, 200)	호크	(50, 50)
4	(160, 170)	4	(150, 70)			US	(190, 50)
5	(180, 200)	5	(190, 30)				
6	(210, 180)	6	(200, 70)				

단위 : km



<그림 4-1> 적 항공기 공격 형태

단위 : km



<그림 4-2> 스커드 미사일 공격 형태

#### 4.2. 격추확률 산출 및 해법절차

이상의 문제에 대하여 적 항공기 및 스커드에 대한

격추확률을 구하고 해법절차를 제시한다.

##### 4.2.1. 적 항공기에 대한 격추확률 산출

패트리엇 포대 좌표, 적 항공기 위치(First Point) 좌표, 및 Target의 좌표를 활용하여 다음의 5단계를 통해  $p_{i,j}$ 를 구한다.

단계 1) 식 (3.6)을 적용하기 위해 패트리엇 포대와 적 항공기(First Point)와의 거리를 구한다.

단계 2) 패트리엇 포대와 Critical Point와의 거리  $d$ 를 구하기 위해 우선 3.2.1.6의 절차에 따라 Vertical Point와 다른 좌표와의 거리를 구한다.

단계 3) 단계 2)의 Data를 활용하여 3.2.1.5의 절차에 의거 CASE별 패트리엇 포대와 Critical Point와의 거리를 구한다.

단계 4) 식 (3.6)을 적용하기 위해  $\int_0^f p(x)dx$ 와

$$\int_{\phi}^f p(x)dx$$

를 구하여  $p_{i,j}$ 를 구한다.

이와 같은 절차로  $p_{i,j}$ 를 구하면 <표 4-2>와 같다.

<표 4-2>  $p_{i,j}$

$i_a \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	0.621694	0.399013	0.31002	0	0	0
2	0.479964	0.391484	0.301686	0.010539	0.010804	0
3	0.395489	0.401808	0.31838	0.025983	0.02639	0.007688
4	0.000497	0.040795	0.067922	0.648663	0.603447	0.305257
5	0	0.02285	0.079418	0.597909	0.608269	0.511967
6	0	0	0.082957	0.277532	0.609206	0.637958
Total	1.497644	1.25595	1.160383	1.560626	1.858116	1.46287
평균	0.25	0.21	0.19	0.26	0.31	0.24

단계 5) Target과 패트리엇 포대에 인접한 Hawk<sup>7)</sup> 포대가 기여하는 격추확률을  $\alpha$ 라 하고 배치된 위치에 따라 계산출된  $p_{i,j}$ 에 추가, 부여한다.

7) Hawk 무기체계는 전방향으로 40km이내에 있는 항공기를 격추시킬 수 있다.

<표 4-3> 기온용중인 Hawk무기체계를 고려한 격추확률 ( $p_{i,j} + p_{i,h}$ )

$i_a \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	0.621694+ $\alpha$	0.399013+ $\alpha$	0.31002+ $\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$
2	0.479964+ $\alpha$	0.391484+ $\alpha$	0.301686+ $\alpha$	0.010539+ $\alpha$	0.010804+ $\alpha$	$\alpha$
3	0.395489+ $\alpha$	0.401808+ $\alpha$	0.31838+ $\alpha$	0.025983+ $\alpha$	0.02639+ $\alpha$	0.007688
4	0.000497	0.040795	0.067922	0.648663	0.603447	0.305257
5	0	0.02285	0.079418	0.597909	0.608269	0.511967
6	0	0	0.082957	0.277532	0.609206	0.637958
Total	1.49764+3 $\alpha$	1.256+3 $\alpha$	1.16038+3 $\alpha$	1.56063+3 $\alpha$	1.85812+3 $\alpha$	1.46287+3 $\alpha$
평균	0.25+0.5 $\alpha$	0.21+0.5 $\alpha$	0.19+0.5 $\alpha$	0.26+0.5 $\alpha$	0.31+0.5 $\alpha$	0.24++0.5 $\alpha$

4.2.2. 스킨드 미사일에 대한 격추확률 산출

패트리엇 포대 좌표, 스킨드 미사일 발사지 좌표 및 Target의 좌표를 활용하여 다음의 5단계로  $p_{i,j}$ 를 구한다.

- 단계 1) 식 (3.7)과 (3.8)를 적용하여 스킨드 미사일 (발사지점)로부터 Target까지 비행하는 탄도의 포물선 방정식을 구한다.
- 단계 2) 스킨드 미사일의 Kill Box 통과 여부를 확인하기 위해 3.2.2.4 및 3.2.2.5의 절차에 의거 CP를 구하고 Target에서 CP까지의 거리  $d$  및 CP에서의 고도  $a$ 를 구한다.
- 단계 3) 임무가능 범위내 Kill Box(포대로부터 거리 3 ~ 50km, 고도 10 ~ 30km 이내) 통과여부를 판단한다.
- 단계 4) Kill Box 를 통과하는 스킨드 미사일에  $p_{i,j}$ 를 부여한다. 이와 같은 절차로  $p_{i,j}$ 를 구하면 <표 4-4>와 같다.

<표 4-4>  $p_{i,j}$

$i_s \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	0.8	0.8	0	0.8	0.8	0
2	0	0.8	0.8	0	0.8	0
3	0	0.8	0.8	0	0	0
Total	0.8	2.4	1.6	0.8	1.6	0
평균	0.2667	0.8	0.5333	0.2667	0.5333	0

단계 5) Target과 패트리엇 포대에 인접한 주한미군 패트리엇<sup>8)</sup> 포대가 기여하는 격추확률을  $\beta$ 라 하고 배치된 위치에 따라 기산출된  $p_{i,j}$ 에 추가, 부여한다.

4.2.3. 우선순위에 따른 공중위협 격추확률

각각의 공중위협에 세 가지 경우의 가중치(우선순위)를 부여하여 공격형태별 격추확률  $p_{ij} = w_a(p_{i,j} + p_{i,h}) + w_s(p_{i,j} + p_{i,u})$ 을 <표 4-3>과 <표 4-5>를 이용하여 산출하면 결과는 <표 4-6>, <표 4-7>, <표 4-8>과 같다.

<표 4-5> 기온용중인 미 패트리엇를 고려한 격추확률 ( $p_{i,j} + p_{i,u}$ )

$i_s \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	0.8	0.8	0	0.8	0.8	0
2	0	0.8	0.8	$\beta$	0.8+ $\beta$	$\beta$
3	0	0.8	0.8	$\beta$	$\beta$	$\beta$
Total	0.8	2.4	1.6	0.8+2 $\beta$	1.6+2 $\beta$	2 $\beta$
평균	0.2667	0.8	0.5333	0.267+0.67 $\beta$	0.533+0.67 $\beta$	0.67 $\beta$

<표 4-6> 항공기에 우선순위를 둔 격추확률  $p_{ij}$  ( $w_a = 0.99, w_s = 0.01$ )

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	0.623+0.99 $\alpha$	0.403+0.99 $\alpha$	0.307+0.99 $\alpha$	0.008+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$	0.008+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$	0+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$
2	0.475+0.99 $\alpha$	0.396+0.99 $\alpha$	0.307+0.99 $\alpha$	0.010+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$	0.019+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$	0+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$
3	0.392+0.99 $\alpha$	0.406+0.99 $\alpha$	0.323+0.99 $\alpha$	0.026+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$	0.026+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$	0.008+0.99 $\alpha$ +0.01 $\beta$
4	0.0005	0.040	0.067	0.642	0.597	0.302
5	0	0.023	0.079	0.592	0.602	0.507
6	0	0	0.082	0.275	0.603	0.632
Total	1.491+2.97 $\alpha$	1.268+2.97 $\alpha$	1.165+2.97 $\alpha$	1.553+2.97 $\alpha$ +0.02 $\beta$	1.855+2.97 $\alpha$ +0.02 $\beta$	1.449+2.97 $\alpha$ +0.02 $\beta$
평균	0.25+4.495 $\alpha$	0.21+4.495 $\alpha$	0.19+4.495 $\alpha$	0.26+4.495 $\alpha$ +0.003 $\beta$	0.31+4.495 $\alpha$ +0.003 $\beta$	0.24+0.495 $\alpha$ +0.003 $\beta$

8) 주한미군 패트리엇은 전술 탄도탄 방어임무만을 수행한다.

<표 4-7> 동일한 우선순위를 둔 격추확률  $p_{ij}$  ( $w_a = 0.5, w_s = 0.5$ )

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	0.711+0.5a	0.6+0.5a	0.155+0.5a	0.4+0.5a	0.4+0.5a	0+0.5a
2	0.24+0.5a	0.6+0.5a	0.551+0.5a	0.005+0.5a+0.5β	0.405+0.5a+0.5β	0+0.5a+0.5β
3	0.198+0.5a	0.601+0.5a	0.6+0.5a	0.013+0.5a+0.5β	0.013+0.5a+0.5β	0.004+0.5a+0.5β
4	0.0002	0.02	0.034	0.324	0.302	0.153
5	0	0.011	0.04	0.299	0.304	0.256
6	0	0	0.041	0.139	0.305	0.319
Total	1.1492+1.5a	1.832+1.5a	1.421+1.5a	1.18+1.5a+β	1.729+1.5a+β	0.732+1.5a+β
평균	0.19+0.25a	0.31+0.25a	0.24+0.25a	0.20+0.25a+0.167β	0.29+0.25a+0.167β	0.12+0.25a+0.167β

<표 4-8> 스커드에 우선순위를 둔 격추확률  $p_{ij}$  ( $w_a = 0.01, w_s = 0.99$ )

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	0.798+0.01a	0.796+0.01a	0.003+0.01a	0.792+0.01a	0.792+0.01a	0+0.01a
2	0.005+0.01a	0.796+0.01a	0.795+0.01a	0.0001+0.01a+0.99β	0.792+0.01a+0.99β	0+0.01a+0.99β
3	0.004+0.01a	0.796+0.01a	0.795+0.01a	0.0003+0.99β	0.0003+0.01a+0.99β	0.0001+0.01a+0.99β
4	0.000005	0.0004	0.0007	0.006	0.006	0.003
5	0	0.0002	0.0008	0.006	0.006	0.005
6	0	0	0.0008	0.003	0.006	0.006
Total	0.807+0.03a	2.3886+0.03a	1.5953+0.03a	0.8074+0.03a+1.98β	1.6023+0.03a+1.98β	0.0141+0.03a+1.98β
평균	0.13+0.005a	0.40+0.005a	0.27+0.005a	0.13+0.005a+0.33β	0.27+0.005a+0.33β	0.00+0.005a+0.33β

#### 4.2.4. 해법절차

본 문제는 0-1 IP Problem으로 다음과 같은 해법절차를 통해 최적해를 구할 수 있다.

적용사례를 식 (3.5)에 적용하면 식 (4.1) 및 식 (4.2)와 같이 수식화 할 수 있다.

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^6 \{w_a(p_{i,j}+p_{i,h})+w_s(p_{i,j}+p_{i,u})\}x_j \quad (4.1)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^6 x_j \leq 3$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \{w_a(p_{i,j}+p_{i,h})+w_s(p_{i,j}+p_{i,u})\} \geq 0.25$$

$$x_j = 0 \text{ or } 1, \quad i_a = 1, \dots, 6, \quad i_s = 1, \dots, 3$$

$$j = 1, \dots, 6$$

$$0 \leq w_a(p_{i,j}+p_{i,h})+w_s(p_{i,j}+p_{i,u}) \leq 1,$$

$$w_a + w_s = 1$$

여기에서  $w_a(p_{i,j}+p_{i,h})+w_s(p_{i,j}+p_{i,u})$ 를  $p_{ij}$ 로 바꾸면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^6 p_{ij}x_j \quad (4.2)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^6 x_j \leq 3$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 p_{ij} \geq 0.25$$

$$x_j = 0 \text{ or } 1,$$

$$i_a = 1, \dots, 6, \quad i_s = 1, \dots, 3 \quad j = 1, \dots, 6$$

$$0 \leq p_{ij} \leq 1, \quad w_a + w_s = 1$$

따라서 위 세 가지 경우의 가중치(우선순위)를 부여한 공격형태별 격추확률  $p_{ij}$ 를 최대화 하는 최적 위치 선정 모형은 식 (4.2)를 이용하여 아래와 같이 Formulation함으로써 최적의 위치를 선정할 수 있다.

첫째, 항공기에 우선순위를 두었을 시의 모형은 다음과 같으며

$$\text{Max } Z = (1.491 + 2.97\alpha)x_1 + (1.268 + 2.97\alpha)x_2 + (1.165 + 2.97\alpha)x_3 + (1.553 + 2.97\alpha + 0.02\beta)x_4 + (1.855 + 2.97\alpha + 0.02\beta)x_5 + (1.449 + 2.97\alpha + 0.02\beta)x_6$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 3$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 p_{ij} \geq 0.25$$

$$x_j = 0 \text{ or } 1,$$

$$i_a = 1, \dots, 6, \quad i_s = 1, \dots, 3 \quad j = 1, \dots, 6$$

$$\alpha, \beta = 0 \text{이 아닌 최소값}$$

이 때 설비 수를 3개로 제한하고 각 설치 후보지에서 지휘관이 요망하는 평균 격추확률이 25%이상인 입지 후보지를 선택하면 1, 4, 5지역으로 최적해는  $x_1 = x_4 = x_5 = 1, \quad x_2 = x_3 = x_6 = 0$ , 그때의 격추확률은  $4.899 + 8.91\alpha + 0.04\beta$ 이다. 따라서 패트리엇 입지 후보지중 1, 4, 5지역에 각 1개씩 배치한다.

둘째, 동일한 우선순위를 두었을 시의 모형은 다음과 같으며

$$\text{Max } Z = (1.1492 + 1.5\alpha)x_1 + (1.832 + 1.5\alpha)x_2 + (1.421 + 1.5\alpha)x_3 + (1.18 + 1.5\alpha + \beta)x_4 + (1.729 + 1.5\alpha + \beta)x_5 + (0.732 + 1.5\alpha + \beta)x_6$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 3$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 p_{ij} \geq 0.25$$

$$x_j = 0 \text{ or } 1,$$

$$i_a = 1, \dots, 6, i_s = 1, \dots, 3 \quad j = 1, \dots, 6$$

$$\alpha, \beta = 0 \text{이 아닌 최소값}$$

이 때  $x_2 = x_3 = x_5 = 1, x_1 = x_4 = x_6 = 0$ , 격추확률은  $4.982 + 4.5\alpha + \beta$ 로 패트리엇 입지 후보지 중 2, 3, 5지역에 각 1개씩 배치한다.

셋째, 스커드에 우선순위를 두었을 시의 모형은 다음과 같으며

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & (0.807 + 0.03\alpha)x_1 + (2.389 + 0.03\alpha)x_2 + (1.595 + 0.03\alpha)x_3 \\ & + (0.807 + 0.03\alpha + 1.98\beta)x_4 + (1.602 + 0.03\alpha + 1.98\beta)x_5 \\ & + (1.004 + 0.03\alpha + 1.98\beta)x_6 \end{aligned}$$

$$\text{subject to } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 3$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 p_{ij} \geq 0.25$$

$$x_j = 0 \text{ or } 1$$

$$i_a = 1, \dots, 6, i_s = 1, \dots, 3 \quad j = 1, \dots, 6$$

$$\alpha, \beta = 0 \text{이 아닌 최소값}$$

이 때  $x_2 = x_3 = x_5 = 1, x_1 = x_4 = x_6 = 0$ , 격추확률은  $5.586 + 0.09\alpha + 1.98\beta$ 로 패트리엇 입지 후보지 중 2, 3, 5지역에 각 1개씩 배치한다.

<표 4-9> 공중위협 가중치 변화에 따른 최적배치 결과

우선순위	최대 격추확률	최적배치 방안
항공기	$4.899 + 8.91\alpha + 0.04\beta$	입지 후보지 1, 4, 5지역에 각 1개
동 일	$4.982 + 4.51\alpha + \beta$	입지 후보지 2, 3, 5지역에 각 1개
스커드	$5.586 + 0.09\alpha + 1.98\beta$	입지 후보지 2, 3, 5지역에 각 1개

### 4.3. 결과분석

4.1에서 제시한 적용사례에 대해 0-1 IP로 모형화 하고 격추확률 산출절차 및 해법절차에 의거 최적해를 구하면 <표 4-9>에서 보는 바와 같이 항공기에 우선순위를 둔 경우는 항공기 및 스커드 격추확률을 최대화하는 입지 후보지가 1, 4, 5지역으로 선정 되었으며, 동일한 우선순위를 부여하거나 스커드에 우선순위를 둔 경우는 입지 후보지 2, 3, 5지역에 각 1개를 배치하는 최적안이 도출 되었다. 그런데 만약 호크 및 미 패트리엇가 기여하는 격추확률을 무시했을 때 동일한 수준의 격추확률을 보이는 입지 후보지가 발생한다면 기존 무기체계가 기여하는 격추확률을 0이 아닌 작은 값을 대입함으로써 입지 후보지 선정의 우선순위를 결정할 수 있다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 고가의 패트리엇 미사일 배치문제에 있어 경험적이고 주관적인 요소들을 배제하고 실제작전에서 결정적 영향요소인 무기체계의 특성과 성능을 고려한 최적배치모형을 제시하였다. 본 모형은 지역담당(Set Covering)이론과 IP를 적용

하였으며, 기존의 배치모형에서 사용된 병렬구조 신뢰도 개념은 고가의 패트리엇에는 현실성이 없어 적용하지 않았다. 또한 항공기 및 전술탄도탄 방어를 동시에 고려하였으며 기존의 호크 및 미군의 패트리엇 미사일 위치도 추가 반영할 수 있는 현실적인 최적배치모형을 개발, 제시하였다.

모형 구축 시 가장 중요한 고려요소는 아군 지역의 Target을 공격하는 적 항공기 및 스커드 미사일을 어느 정도의 확률로 격추시킬 수 있는가를 파악하는 것이다. 이를 위해 본 논문에서는 적 항공기 및 스커드 미사일 격추확률 산출절차를 새롭게 제시하였으며, 사례연구를 통해 공중위협 우선순위(가중치) 부여에 따른 최적해를 도출, 제시하였다.

본 모형 적용시 패트리엇 입지 후보지별 공중위협 격추확률을 객관적으로 판단할 수 있으므로 효율적인 부대배치를 위한 과학적 의사결정에 직접 활용할 수 있을 것이다.

본 논문에서는 패트리엇 성능 시험결과를 보안상의 이유로 비밀문건에서 획득한 Data를 기초로 가상의 Data로 가공하여 적용하였다. 따라서 본 모형을 실제 적용 시에는 정확한 실제 Data를 사용해야 할 것이다. 또한 본 연구에서 제시한 공중위협 격추확률 산출절차는 실제 패트리엇 도입 사업시 단거가 된 실험자료를 기초로 한 것으로 향후 추가 도입될 타 방공무기체계의 배치 문제에도 직접 적용이 가능 할 것이다.

### 참고문헌

- [1] 김성인, "군사설비의 최적위치 결정을 위한 지역담당(Set Covering)모델 및 해법의 개발", 화랑대 심포지움 논문집, 1987.
- [2] 오제상, "신뢰도를 최대화하는 지역담당(Set Covering)모델", 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1981. 11.
- [3] 오원민, "PATRIOT 미사일의 최적 배치에 관한 연구", 고려대학교 대학원 석사학위논문, 1993. 12.
- [4] 김승빈, "지역담당(Set Covering)모형을 이용한 차기유도무기의 최적배치 모형에 관한 연구" 국방대학교 석사학위 논문, 2003. 12.
- [5] 김충영외 1명, "정수계획법을 이용한 의사결정기법에 관한 연구", 국방대학교 교수연구보고서, 1991. 12., pp.16~53.
- [6] 이동호, "포병화기의 진지할당에 관한 연구", 국방대학교 대학원 석사학위 논문, 1989. 12.
- [7] 남상역, "단거리 지대공 미사일의 최적배치에 관한 연구", 한양대학교 대학원 석사학위 논문, 1999. 5.
- [8] (주)레이디온, "패트리엇 방공유도탄 체계", 1997.
- [9] 공군 방공포병학교, 「패트리엇 운용」, 2003
- [10] Raytheon systems company, "Patriot Test and evaluation Performance Notebook for the Republic of Korea(u)", 1998.
- [11] Dantzig, G.B. and Ramser, J.H., "The Truck Dispatching Problem", Management Science, Vol. 6, 1960,
- [12] Garfinkel, R.S. and Nemhauser, G.E., 「Integer Programming」, John Wiley, Inc., New York, 1972.
- [13] Revelle, C. and Swain, R., "Central Facilities Location", Geogr. Anal, Vol, 2, No. 1, 1970,