

# 차패턴을 갖는 선전원 배열 안테나 합성을 위한 새로운 방법

◦ 송창현 · 전상재 · 박의준  
 금오공과대학교 전자공학부

## A New Method for Synthesis of Line Source Array Antennas with Difference Patterns

◦ Chang Hyun Song · Sang Jae Jun · Eui Joon Park  
 School of Electronic Engineering, Kumoh National Institute of Technology

### Abstract

In the synthesis of the continuously distributed line source antennas with arbitrary patterns, the formulas of Taylor sum pattern and Bayliss difference pattern have been mainly used. In this paper, an optimization scheme is newly presented to directly synthesize the desired difference patterns from Taylor line source formula, and then the distributions are numerically adapted to the specified difference patterns by using an appropriate iterative sampling method.

key word: array antennas, difference pattern, sum pattern

### I. 서론

연속적으로 분포된 선전원 안테나의 합성은 주로 Taylor의 합패턴(sum pattern)[1]과 Bayliss의 차패턴(difference pattern)[2] 합성법에 기본을 두어 왔다. 그리고 Elliot[3] 등은 이들 패턴의 개별 lobe들의 크기를 제어하여 원하는 패턴을 합성하기 위해 null점의 위치를 최적화시키는 방법을 제시하였다. 이 때 차패턴 합성의 경우 패턴식이 갖는 mainlobe의 크기가 null점들의 위치에 따라 변화함으로써, 최적화 시 정규화된 mainlobe의 크기를 사용해야 하므로 합패턴 합성 과정보다 복잡하고, 임의 크기의 side lobe 합성에 제한이 따른다.

본 논문에서는 null점을 갖는 lobe형 패턴 즉, Taylor의 연속적인 선전원 합패턴을 합성하고, 이로부터 원하는 차패턴을 합성되는 방법을 연구하였다. 합패턴을 제어하여 차패턴 및 해당 분포함수를 수치적으로 도출할 수 있도록 푸리에 변환 관계에 샘플링법을 적용할 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 그리고 lobe형 뿐만 아니라 리플형 패턴을 합성할 수 있도록 복소 null점을 적용하였으며, 그 수치적 예를 통해 제안한 알고리즘의 타당성을 보였다.

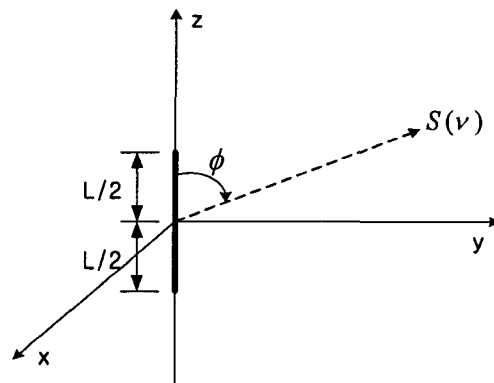


그림 1. 선전원에 의한 공간인자

### II. 선전원에 의한 패턴

그림 1은 임의의 매질 내에서 총 길이  $L$ 인 연속적인 선전원이  $z$  방향으로 분포되어 있을 경우, 분포함수  $f(z)$ 에 의해 형성되는 원거리에서의 공간인자(space factor)를 나타낸 그림이다. 그 분포함수에 의해 공간인자는 다음과 같이 표현된다[4].

$$S(\nu) = k \int_{-L/2}^{L/2} f(z) \exp(-jkz \cos \phi) dz \quad (1)$$

여기서  $\nu$ 는 각주파수  $\omega$  혹은  $\phi$ 의 함수로 표현되며  $k$ 는 매질이 갖는 파수를 의미한다. 식(1)을  $p = -2\pi z/L$  와  $u = kL \cos \phi / 2\pi$ 로 치환하면 다음과 같이 표현된다.

$$S(u) = \frac{kL}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(p) \exp(-jpu) dp \quad (2)$$

식(2)에서 적분항을 다음과 같이 공간인자  $F(u)$ 로 두면 이는 다음 식과 같이 주기적으로 null점을 갖는 정규화된 lobe형 패턴을 나타낸다.

$$F(u) = \int_{-\pi}^{\pi} f(p) \exp(-jpu) dp \quad (3)$$

$$f(p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \exp(jpu) du \quad (4)$$

위 식에서  $F(u)$ 와  $f(p)$ 는 소위 푸리에 변환쌍을 의미하며 이 적분식들은 각각 일차원 배열안테나의 비선형 선전원 분포에 의한 공간인자와 비선형 분포함수를 의미한다.

### III. 합패턴 합성 과정

선전원 패턴식을 나타내는  $F(u)$ 를 효율적으로 제어하기 위해서는  $F(u)$ 의 일반화된 식이 필요하다. 식(4)로부터 계산되는  $f(p)$ 는  $|p| > \pi$  구간에서 영이 되며,  $F(u)$ 의 적절한 한정범위를 위해 Woodward-Lawson 표본화법[5]을 적용하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F(u) = \sum_{n=-N}^N F(n) \frac{\sin \pi(u-n)}{\pi(u-n)} \quad (5)$$

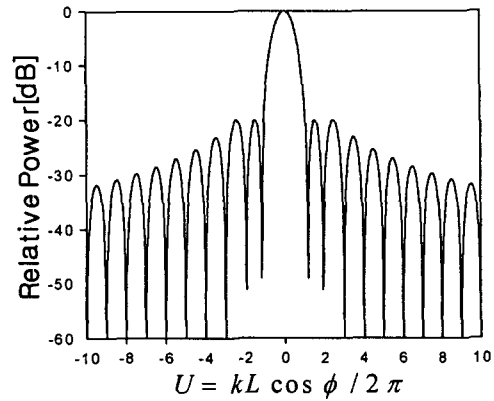
여기서  $F(n)$ 은  $u=n$ 일 때  $F(u)$ 의 표본화 값이며 복소수로 표현될 수 있다. 만약  $F(n)$ 이 설정되면  $F(u)$ 가 계산되고 해당 분포함수  $f(p)$ 는 다음 식에 의해 합성된다.

$$f(p) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-N}^N F(n) e^{jnp}, \quad -\pi \leq p \leq \pi \quad (6)$$

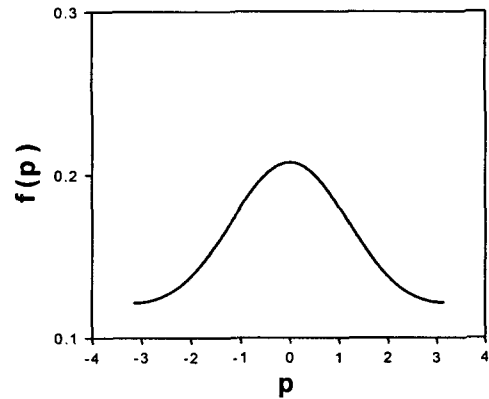
식(5)를 제어하기 위해 다음과 같이 null점을 갖는 lobe형 패턴 즉, Taylor의 연속적인 선전원 패턴으로 일반화시킬 수 있다.

$$F(u) = A \frac{\sin \pi u}{\pi u} \prod_{n=1}^N \left[ \frac{1 - (\frac{u}{u_n})^2}{1 - (\frac{-u}{n})^2} \right]$$

(7)여기서  $N$ 은 교란될  $u_n$ 의 총 개수를 의미하며  $u_n$ 은 식(7)의 lobe 패턴에 내재된 null점들을 의미



(a)



(b)

그림2. 제어된 합패턴 합성예.

한다. 식(7)에서  $N$ 이 무한대이고  $F(u)$ 의 크기가 주기적으로 일정한 피크치를 가지면 소위 체비셰프 응답특성을 가지며  $u_n = 1, 2, 3, \dots$ 로 두면 sidelobe들의 크기가 지수함수형으로 작아지는 특성을 가지게 된다. 그러나  $N$ 을 무한히 크게 할 수 없으므로  $u$ 를 제한된 범위로 즉, 대역을 임의로 정한다면  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ 까지 계산할 수 있다. 그리고( $u_1, u_2, \dots, u_n$ )을 적절히 도출함으로써 원하는 결합특성을 갖는  $f(p)$ 를 계산할 수 있다. 식(6)으로부터  $f(p)$ 는 다음과 같다.

$$f(p) = \frac{1}{2\pi} [F(u)|_{u=0} + 2 \sum_{n=1}^N F(n) \cos np] \quad (8)$$

식(7)과 식(8)로부터 만약  $u \rightarrow 0$ 일 때,  $F(u) \rightarrow A$ 가 되므로  $u=0$ 일 때 임의의 크기를 갖는 합패턴이 된다.

그림 2는 식(7),(8)로 부터 합패턴과 분포함수를 나타내었다. 여기서  $N=3$ 이고, 첫째, 둘째 sidelobe의 크기를 -20dB의 목표값으로 설정하고 conjugate

gradient 법을 사용하여 최적화시켰다.

#### IV. 차폐턴 합성 알고리즘

식(6)을 삼각함수 급수 전개시키면

$$f(p) = \sum_{n=0}^N (a_n \cos(np) + b_n \sin(np)) \quad (9)$$

가 되고,  $F(u)$  는 식(5)로부터 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$F(u) = \sum_{n=0}^N \pi a_n (Sa(\pi(u-n)) + Sa(\pi(u+n))) - j \sum_{n=1}^N \pi b_n (Sa(\pi(u-n)) - Sa(\pi(u+n))) \quad (10)$$

여기서,  $F(n) = \pi(a_n - j b_n)$  이며,  $F(0) = 2\pi a_0$  을 의미한다.  $u$  영역에서 실수와 허수부분은 각각 even 과 odd이다. 여기서  $b_n \neq 0$  의 경우를 고려하면 식(7)은 복소수가 되도록 수정되어야 하며, 이는 다음과 같이 Orchard[6]의 리플 패턴 형성을 위한 방법을 적용시킬 수 있다.

$$F(u) = A \cdot Sa(\pi u) \cdot \prod_{n=1, n \neq m}^N \left( \frac{n^2}{n^2 - u^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{u}{u_n - jv_m} \right) \left( 1 + \frac{u}{u_n + jv_m} \right) \quad (11)$$

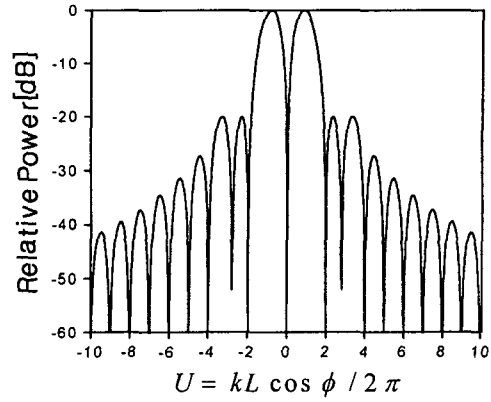
실수와 허수가 모든  $u$  영역에서 even과 odd이기 때문에  $F(u) = F_e(u) + jF_o(u)$  이 된다. 여기서  $F_o(0) = 0$ 이고,  $u_n$  은  $u$  영역에서 null점이고,  $v_m$  은 리플을 만든다. 따라서 식(10)과 식(11)은 동일한 형태의 패턴을 만족시킨다. 만약 식(11)에서  $v_m$  을 0으로 두면  $u_n$  은 null점을 가지는 lobe패턴인 식(7)을 만족시킨다.

그러나  $v_m \neq 0$  이면 null점 대신에  $m$  dip 점을 가진다. 여기서 차폐턴을 합성하기 위해서는  $F_e(u)$  는  $F_e(0) = 0$  가 되도록 odd가 되어야 된다. 그리고  $F_o(u)$  는 even이 되어야 하고 식(10)의 기본틀에는 변화가 없어야 된다. 이를 위해 우선  $F(u)$  를 다음과 같이 정의한다.

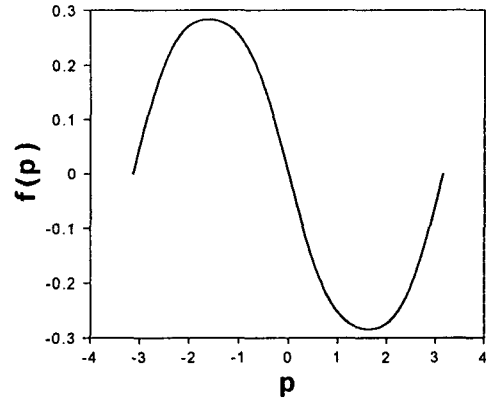
$$F^A(u) = F_e^A(u) + jF_o^A(u) \quad (12)$$

$F'(u) = jF^A(u)$  로 정의하면, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$F'(u) = -F_e^A(u) + jF_o^A(u) \quad (13)$$



(a)



(b)

그림 3. 개별 sidelobe가 제어된 차폐턴 합성에.

식(10)에서 even 과 odd항을 대수적으로 변경, 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$F_e^A(u) = F_o(u) + D_1, \quad (14)$$

$$F_o^A(u) = F_e(u) - D_0 - D_2, \quad (15)$$

여기서,

$$D_0 = 2\pi a_0 \cdot Sa(\pi u), \quad (16)$$

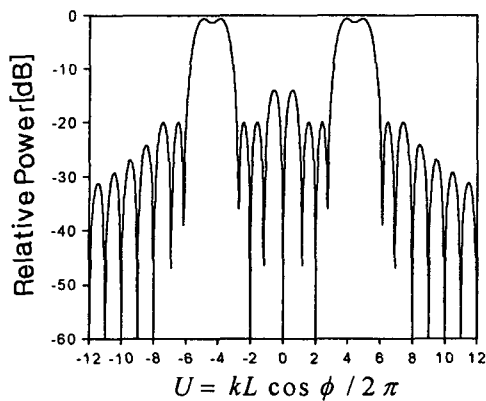
$$D_1 = 2\pi \sum_{n=1}^N b_n \cdot Sa(\pi(u-n)), \quad (17)$$

$$D_2 = 2\pi \sum_{n=1}^N a_n \cdot Sa(\pi(u+n)). \quad (18)$$

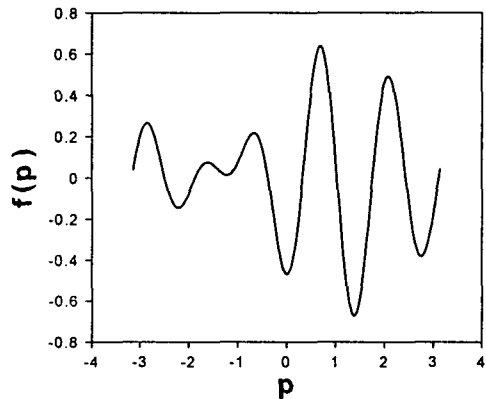
여기서  $D_0$  는 차폐턴이  $u=0$  에서 0 이 되도록 상수  $A$  를 제거시키는 역할을 한다. 결과적으로 식(9)는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$F(u) \leftrightarrow f(p) = \sum_{n=0}^N (a_n \cos(np) + b_n \sin(np)), \quad \text{for sum pattern, (19)}$$

$$F'(u) \leftrightarrow f(p) = \sum_{n=1}^N (b_n^A \cos(np) + a_n^A \sin(np)), \quad \text{for difference pattern, (20)}$$



(a)



(b)

그림 4. 리플을 갖는 차폐턴 합성에

여기서  $b_n^A$ ,  $a_n^A$ 는  $F(u)$ 의  $b_n(= -F_o(n)/\pi)$ 과  $a_n(= F_e(n)/\pi)$ 으로부터 업데이트된 결과이다.

합성 예로서 리플을 갖지 않는 즉,  $v_m=0$ 인 경우,  $N=3$ 으로 두고 두번째 및 세번째 sidelobe의 목표값을  $-20\text{dB}$ 로 두었다. 식(12)~(18)을 사용하여 최적화시킨 결과는 그림 3에 보였다. 그림 3(b)는 식(20)을 사용하여 계산된 분포함수를  $|k|\leq\pi$ 의 범위에서 도시한 것이다.

또 다른 예로서 리플을 가지고, mainlobe가 천이된 차폐턴 합성예를 보였다.  $m=4$ 인 경우, 즉  $v_4$ 를 최적화 변수로 두었고, 첫번째 lobe를  $-15\text{dB}$ , mainlobe 근처의 4개의 sidelobe를  $-20\text{dB}$ 로 두고 최적화 시킨 결과를 그림 4에 보였다. 계산 결과가 정확함을 보이고 있으며, 해당 분포함수 결과값을 그림 4(b)에 도시하였다.

## V. 결론

본 연구에서는 선전원 배열 안테나의 차폐턴

합성과 해당 분포함수를 도출하는 새로운 방법을 제안하였다. 임의의 원하는 sidelobe크기를 갖는 Taylor합패턴 합성 과정에서 mainlobe의 정규화가 불필요한 장점을 활용하여, 합패턴으로부터 직접 차폐턴을 합성하는 방법을 다루었다. 합성예로 리플을 갖는 차폐턴과 그 mainlobe를 쉽게 천이시킬 수 있음을 보임으로써 제안한 방법의 일반성과 타당성을 보였다.

## 참고문헌

- [1] T. T. Taylor, "Design of line-source antennas for narrow beamwidth and low side lobes", *IRE Trans. Antennas and Prop.*, vol. AP-3, pp. 16-28, Jan. 1955.
- [2] E. T. Bayliss, "Design of monopulse difference patterns with low sidelobes", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 47, pp. 623-650, June.1968.
- [3] R. S. Elliott, "Design of line source antennas for difference patterns with sidelobes of individually arbitrary heights," *IEEE Trans.*, vol. AP-24, pp. 310-316, 1976
- [4] R. E. Collin, *Foundations for microwave engineering*. McGraw-Hill, 1966.
- [5] W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antenna theory and design*, John Wiley&Sons,1981
- [6] D. W. Mailloux, *Phased array antenna handbook* Artech House, 1994