

## OFDM PAPR reduction을 위한 Complementary Clipping Transform 성능 분석

원성호<sup>\*</sup>

고려대학교<sup>\*</sup> 전파통신공학과<sup>\*</sup>

E-mail: [ghtjddnjs@korea.ac.kr](mailto:ghtjddnjs@korea.ac.kr)

### Analysis of the Complementary Clipping Transform technique for the PAPR reduction of OFDM system

Seong Ho Won

Department of Radio Sciences and Engineering, Korea University

#### Abstract

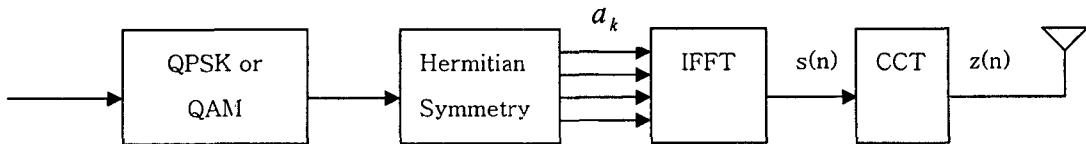
In spite of many advantages of OFDM, a major drawback for implementation is a non-linear distortion in the HPA due to a high PAPR problem. In this paper, the Complementary Clipping Transform technique (CCT) for the PAPR reduction of OFDM system is analyzed for the QPSK and QAM mapping data. BER performance and PSD in front of HPA and after HPA are analytically demonstrated.

Key words: PAPR, Complementary clipping transform, HPA, QAM

#### I. 서론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)은 multi-path fading에 강하고, 높은 spectral efficiency를 갖기 때문에, 이동통신 환경에서 고속의 데이터 전송에 매우 적합한 기술이다[1]. 따라서, OFDM은 WiBro (Wireless Broadband), wireless LAN, DVB (Digital Video Broadcasting) 등에서 사용된다. 그러나, OFDM symbol 내의 각 subcarrier에 해당하는 signal들의 amplitude는 Rayleigh distribution을 갖기 때문에[1], 높은 PAPR (Peak-to-Average Power Ratio)을 갖게 된다. 이렇게 높은 PAPR을 가지는 signal이 선형 HPA (High Power Amplifier)를 통과하게 되면, power efficiency가 나빠져서, energy가 제한되는 mobile transmitter에서는 커다란 약점으로 작용한다. 또한 매우 큰 PAPR을 갖는

신호가 nonlinear power amplifier를 통과할 때에 심각한 nonlinear distortion을 겪게 되어서 높은 out-of-band radiation과 inter modulation noise를 야기시킨다. 그 동안, clipping[2], soft clipping[3], PTS[4], SLM[5], Companding Technique[6], Interleaving[7], Complementary clipping transform[9] 등의 다양한 PAPR reduction method들이 제안되었으나, 성능과 복잡도 면에서 CCT가 가장 현실적인 대안이 될 수 있다. 본 논문에서는, complementary clipping transform을 OFDM system에 적용했을 때의 PAPR 수식, QPSK와 16QAM mapping을 했을 때의 CCDF (Complementary Cumulative Distribution Function)와 BER (Bit Error Rate) curve를 분석한다. 또한, nonlinear power amplifier를 HPA로 적용시킨 경우의 BER curve와 PSD (Power spectral Density)를 분석한다.



<그림 1. Tx Block diagram >

## II. OFDM signal과 PAPR

Subcarrier의 수가 N인 OFDM system에서 송신되는 신호의 discrete한 형태는 다음과 같다.

$$s(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot \exp[j2\pi kn/N] \quad \dots(1)$$

여기에서,  $n=0,1,\dots,N-1$ 이다.  $X_k$ 는 각 subcarrier에 할당되는 data이고,  $s(n)$ 은 IFFT 후의 time domain signal이다. N이 매우 큰 경우(1,024)에, Central limit theorem에 의해서  $s(n)$ 은 mean이 0 인 Gaussian distribution이 된다. 따라서, OFDM signal의 pdf는 다음과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right] \quad \dots(2)$$

여기에서, variance는 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma^2 = E[s^2(n)]$$

그러므로,  $|s(n)|$ 은 Rayleigh distribution을 갖고, 다음과 같이 정의되는 PAPR을 갖게 된다[1].

$$PAPR = \frac{\max\{s^2(n)\}}{E[s^2(n)]}$$

여기에서,  $E[s^2(n)]$ 은 average power,  $\max\{s^2(n)\}$ 은 peak power이다.

## III. Complementary Clipping Transform

<그림1>은 OFDM system에 CCT (Complementary Clipping Transform)가 적용되었을 때의 transmitter block diagram을 나타낸 것이다. QPSK 또는 QAM mapping 된 값( $d_k$ )들은 다음과 같은 Hermitian symmetry를 통해서 N개의 IFFT input complex data를

형성한다[5].

$$X_k = X_{N-k}^*, \quad (X_0 = X_{N/2} = 0)$$

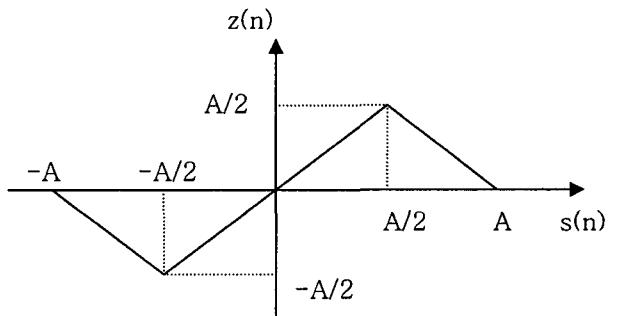
$k=0,1,\dots,N/2-1$ .

다음으로, IFFT output  $s(n)$ 은 다음과 같이 정의되는 Complementary Clipping Transform을 거친다[8].

$$z(n) = \begin{cases} s(n), & |s(n)| \leq A/2 \\ jy(n), & |s(n)| > A/2 \end{cases} \quad \dots(3)$$

여기에서,  $A = \max|s(n)|$ ,  $n=0,1,\dots,N-1$

$$y(n) = (A - |s(n)|) \cdot \text{sgn}(s(n)) \text{ 이다.}$$



<그림 2. z(n) >

<그림2>는 CCT 된 후의  $z(n)$ 의 값을 표현한 것이다. <그림2>에서 보듯이, one-to-one mapping이 아니므로, transform된 신호를 receiver에서 구분하기 위해서, 식 (3)과 같이,  $j (= \sqrt{-1})$  를 곱해주었다. 따라서, CCT되어진 신호  $z(n)$ 의 peak power와 average power는 각각 다음과 같다.

$$\max\{|z(n)|\} = A/4 \quad \dots(4)$$

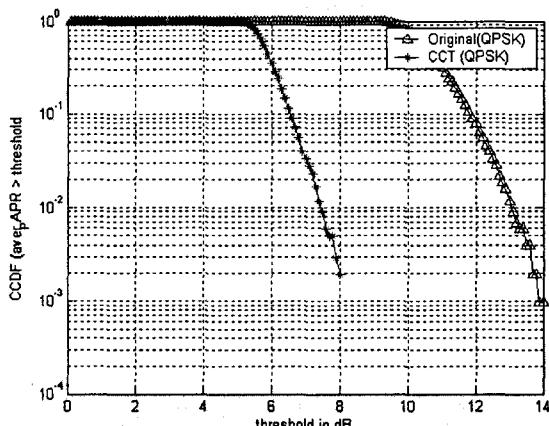
$$\begin{aligned} E[z^-(n)] &= (A^- + \sigma^-) \cdot erf\left(\frac{-A^-}{\sqrt{2}\sigma}\right) - A^- \cdot erf\left(\frac{-A^-}{2\sqrt{2}\sigma}\right) \\ &+ \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma A \left( \exp\left[-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right] - 2 \cdot \exp\left[-\frac{A^2}{8\sigma^2}\right] \right) \\ \dots(5) \end{aligned}$$

그리므로, (5)식과 (6)식을 이용해서, 다음의  $z(n)$ 에 대한 PAPR을 수식으로 정의할 수 있다.

$$PAPR_z = \frac{\max\{|z^2(n)|\}}{E[z^2(n)]}$$

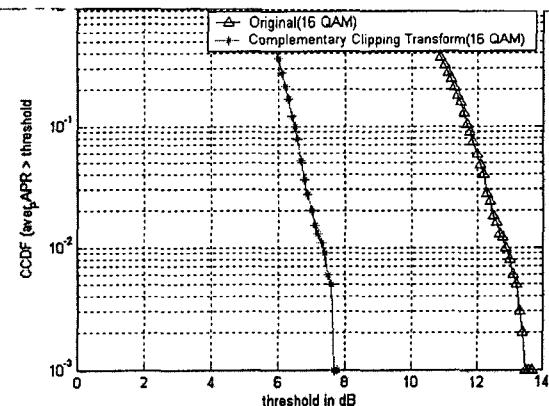
#### IV. Simulation 결과와 토의

본 논문에서는,  $1,024 \times 1,022 (=1046528)$ 개의 random한 data를 생성하고 QPSK와 16QAM mapping하여, 1,024개의 sub-channel을 사용해서 simulation을 했다. 또한, AWGN channel 환경을 고려하였다. <그림3>과 <그림4>는 각각 QPSK와 16QAM mapping 했을 때의 CCDF를 나타낸다. 두 경우 모두  $CCDF = 10^{-3}$ 에서 약 6dB의 gain을 얻는다.

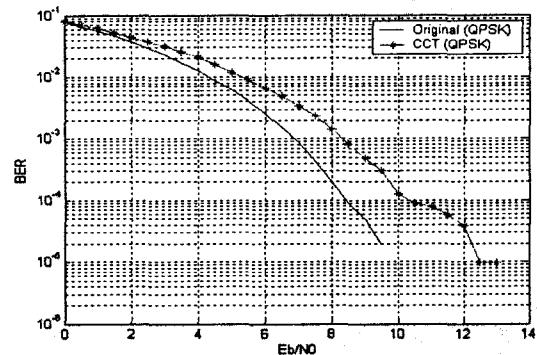


<그림 3. CCDF (QPSK) >

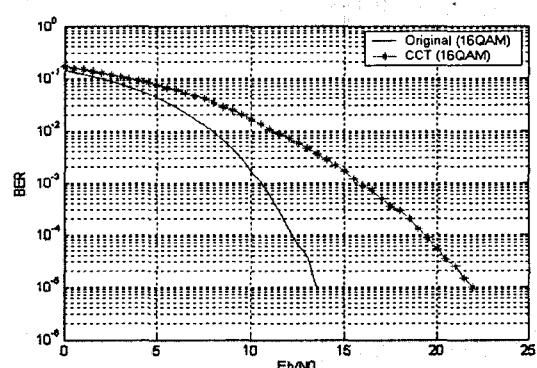
<그림5>와 <그림6>은 HPA를 고려하지 않은 상황에서의  $E_b/N_0$ 에 대해서 BER curve를 그린 것이다. CCT를 적용했을 때, QPSK mapping의 경우 original OFDM system과 비교했을 때,  $BER = 10^{-4}$ 에서 약 1.5dB, 16QAM mapping의 경우는 약 7dB의 BER performance loss가



<그림 4. CCDF (16QAM) >



<그림 5. BER curve (QPSK) >



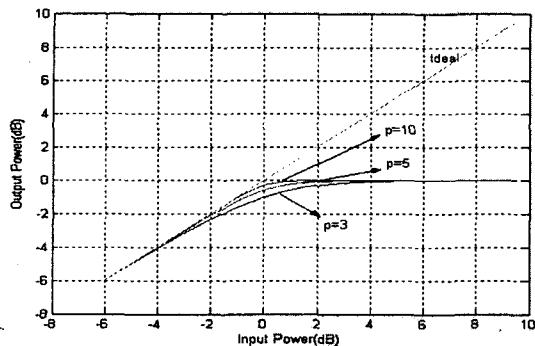
<그림 6. BER curve (16QAM) >

있음을 알 수 있다. <그림8>과 <그림9>은 HPA를 적용시켜 BER curve를 그린 것이다. 여기에서, HPA로 SSPA (Solid State Power Amplifier)를 사용했고, IBO (Input Back-Off)가 6dB인 경우를 고려했다. SSPA의 output은 다음과 같이 표현된다[7].

$$g(A) = \frac{A}{(1+A^{2p})^{1/2p}}$$

여기에서, A는 SSPA input signal의 amplitude이고, p는

SSPA input-output power의 관계를 나타낸 그림이다.



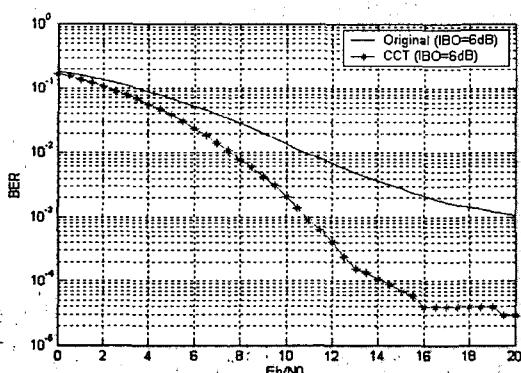
< 그림 7. SSPA의 input-output 관계 >

SSPA에서  $p=3$ 인 경우가 일반적인 power amplifier에 가장 근접하므로, 본 논문에서는  $p=3$ 으로 simulation을 했다. 또한, IBO는 다음과 같이 표현된다[8].

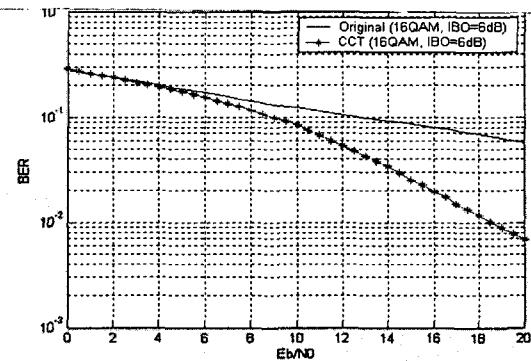
$$IBO = \frac{P_{i,\max}}{P_{i,\text{avg}}}$$

$P_{i,\text{avg}}$ 는 평균 파워,  $P_{i,\max}$ 는 saturation point에서의

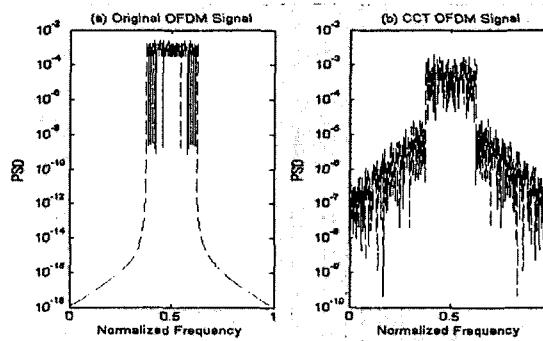
input 신호의 파워이다. <그림8>과 <그림9>에서 보듯이, CCT 되어진 신호는 original signal보다 PAPR이 작아서, nonlinear amplifier를 통과했을 때에, nonlinear distortion이 적어지게 된다. 따라서, BER performance가 향상 되었음을 알 수 있다. 그러나, CCT는 nonlinear process이므로 <그림10>에서 보듯이, out-of-radiation의 증가를 야기시킨다. 또한, nonlinear amplifier를 통과했을 때에는, original signal과 PSD가 비슷함을 <그림11>을 통해서 알 수 있다.



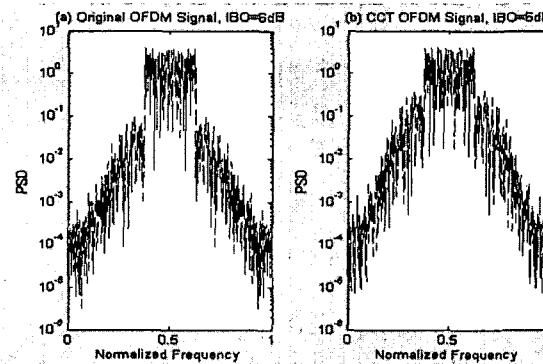
< 그림 8. BER curve (QPSK, IBO=6dB) >



< 그림 9. BER curve (16QAM, IBO=6dB) >



< 그림 10. PSD (No Amplifier) >



< 그림 11. PSD (IBO=6dB) >

## V. 결론

본 논문에서는 PAPR reduction method 중의 하나인 Complementary Clipping Transform에 대해서 분석하였다. 이 방법은 간단하면서, side information이 필요 없다는 장점이 있어서 low complexity로 구현이 가능하다. 또한,  $CCDF = 10^{-3}$ 에서 original OFDM system 보다 PAPR을 약 6dB 낮추고, nonlinear amplifier를 통과했을 때에는 BER performance가 더 향상 됨을 알 수 있다. 그러나 원래 CCT는 nonlinear process이므로 out-of-radiation의 상당한 증가를 야기시키는 문제점이 있음을

참조 논문

"OFDM transmitter power amplifier and PAR reduction performance: measurement and simulation", MILCOM2002, proceedings, volume1, 7-10. Oct. 2002.

- [1] R. Van Nee and R. Prasad, "OFDM for Wireless Multimedia Communications" Artech House, 2000
- [2] Xiaodong Li and Cimini, L.J. Jr., "Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM", IEEE Communications Letters, pp.131-133, May 1998.
- [3] Heung-Gyo Ryu, Byoung-II Jin and In-Bae Kim, "PAPR reduction using soft clipping and ACI rejection in OFDM system", IEEE Transactions on Consumer Electronics, Vol.48, No.1, FEBRAUARY 2002.
- [4] Leonard J. Cimini. Jr. and Nelson R. Sollenberger, "Peak-to-Average Power ratio reduction of an OFDM Signal using Partial Transmit Sequences", Proc. IEEE VTC, pp. 511-515, 1999
- [5] R.W. Bauml, R.F.H. Fischer and J.B. Huber, "Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping", Electronics Letters 24<sup>th</sup> OCTOBER 1996, Vol.32 NO.22
- [6] Xiabin Wang, T.T. Tjhung, C.S. Ng, "Reduction of Peak-to-Average power ratio of OFDM system using A Companding Technique", IEEE Trans. On Broadcasting, Vol.45, No3, pp.303-307, SEPTEMBER, 1999
- [7] A.D.S Jayalath and C. Tellambura, "Peak-to Average power ratio reduction of an OFDM Signal using data permutation with Embedded Side information", The 2001 IEEE International Symposium on Volume 4 6-9, May 2001
- [8] Elena Costa and Silvano Pupolin, "M-QAM-OFDM system performance in the presence of a Nonlinear Amplifier and Phase Noise", IEEE Trans. on Communication Vol.50, No.3 MARCH 2002
- [9] Guangliang Ren, Hui Zhang and Yilin Chang, "A Complementary Clipping Transform Technique for the reduction of Peak-to-Average Power Ratio of OFDM system", IEEE Transaction on Consumer Electronics, Vol.49, No.4 NOVEMBER 2003.

M E M O