

ESPRIT 방법을 이용한 진동모드 추정

최 흥 관 심 관 식* 이 병 준**
 한국전기연구원 전남대학교* 고려대학교**

Estimation of Oscillation mode Using ESPRIT Method

H.K. Choi, K.S. Shim*, B.J. Lee**
 K E R I C N U* Korea University**

Abstract - Power system transients cause problems and disturbances that might be harmful to generators. However, very little have been done to systematically understand and analyze power system transients. There is also a lack of computational effective methods as transients are short and associated with a wide range of events and system conditions. This paper addresses to propose a signal processing method, ESPRIT, for the analysis of a range of transients due to disturbance. Experimental results are included to evaluate the usefulness of ESPRIT in power system transient analysis.

on과 cross-correlation을 구하고 이로부터 형성된 한 쌍의 행렬에 적용한다.

ESPRIT 알고리즘의 출력결과를 통하여 다음과 같은 파형 정보를 알 수 있다.

- 진폭
- 주파수
- 감쇄정수
- 초기 위상

이후 ESPRIT 기반 알고리즘을 이용한 사인파 모델의 파라미터 추정방법을 설명한다.

먼저, 외란 파형을 포함한 모델을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^p A_k e^{[(a_k + j2\pi f_k)(n-1)T + j\theta_k]} \quad (1)$$

여기서 p : 모델 차수, A_k : 모델 진폭, a_k : 감쇄정수, f_k : 주파수, θ_k : 초기 위상, T : 샘플링 주기

실제적인 주파수의 경우, p는 존재하는 주파수 개수의 두 배가 된다. $p = 2 \times (\text{frequencies})$.

실제 존재하는 신호를 알고리즘을 이용해 재현했을 때의 오차는 다음 식으로 주어진다.

$$error_{construction} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^q |x(n) - x'(n)|^2}{q}} \quad (2)$$

여기서 q는 데이터의 개수이고, x(n)은 원시 외란파형, x'(n)은 재현된 외란파형을 의미한다.

2.1.2 ESPRIT 알고리즘

ESPRIT을 기반으로 하는 신호처리방법은 외란 파형에 대해 다음과 같은 식으로 감쇄되는 사인파를 나타낼 수 있다.

$$\hat{x}(n) = \sum_{i=1}^p A_i e^{c_i n} + w(n) \quad (3)$$

여기서 c_i 는 감쇄되는 사인파의 감쇄정수와 주파수를 나타내는 복소수이며, p는 모델의 차수, A_i 는 진폭과 초기 위상 매개변수를 포함하는 복소수, w(n)은 분산 σ^2 의 zero-mean Gaussian 잡음이다.

결국 외란파형으로부터 $i=1 \dots p$ 에 대해 A_i 와 c_i 를 추정하는 것이 이 알고리즘의 주 목적이다. 모델의 차수를

1. 서 론

근래의 전력계통은 대규모이면서 중부하로 운용되는 특징을 가지고 있다. 이와 같은 계통의 특성은 다양한 안정도 문제를 발생하고 있으며 특히 계통에서 발생하는 저주파 진동은 계통의 운용을 제한하고 안전운전에 장애가 되고 있다. 결국 계통의 진동모드를 정확히 추정하는 것은 계통운용에 있어서 중요한 정보를 제공하는 것이다. 진동모드의 추정은 계통의 규모가 크기 때문에 모드를 추정해야 할 신호가 매우 많고 종류도 다양하다. 또한 모든 신호들이 독립적이지 않고 서로 종속되어 있다.

지금까지 시계열 데이터에서 계통해석과 운용정보를 얻을 수 있는 방법으로 DFT(Discrete Fourier Transform)방법을 가장 많이 사용하였다. 이는 이산시계열 데이터로부터 빠르고 정확하게 주파수를 얻을 수 있는 장점 때문이었다. 그러나 시계열데이터의 진동모드를 비롯한 파라미터 추정에는 DFT방법보다 Prony법과 ESPRIT 방법이 적용되고 있다.

본 논문에서는 데이터의 샘플링 간격과 잡음에 대해서 민감하고 미지수의 수에 따라서 진동모드가 계산되는 단점을 극복하기 위해 ESPRIT 알고리즘을 이용하였다. 고장시의 한전계통 응답 데이터를 ESPRIT 알고리즘을 이용하여 모드를 추정하고 원시 응답파형을 거의 정확하게 재현함으로써 그 성능을 평가하였다.

2. 본 론

2.1 ESPRIT 알고리즘

2.1.1 외란 파형 모델

원시 신호를 사인 감쇄파형으로 분해하는 방법의 핵심은 Prony 법에 있다. 그러나 ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) 방법이 Prony법과 틀린 점은 접근하는 방법에서 차이가 있다. 즉, 신호 매개변수들의 추정은 일반화된 고유치 문제를 풀어 추정하며, 분할된 데이터 상에서 autocorrelati

$M > p$ 로 놓고 데이터를 벡터로 나타내면 다음과 같다.

$$\underline{X}_k = [x(k) \ x(k+1) \ \dots \ x(k+M-1)]^T \quad (4)$$

$$\underline{W}_k = [w(k) \ w(k+1) \ \dots \ w(k+M-1)]^T \quad (5)$$

위의 (3)식을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\underline{X}_k = \underline{\Phi}_k \underline{a} + \underline{W}_k \quad (6)$$

$$\text{여기서, } \underline{\Phi}_k = \begin{bmatrix} e^{c_1 k} & \dots & e^{c_p k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{c_1(k+M-1)} & \dots & e^{c_p(k+M-1)} \end{bmatrix}$$

$$\text{그리고, } \underline{a} = [A_1 \ \dots \ A_p]^T$$

행렬 $\underline{\Phi}_k$ 는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\underline{\Phi}_k = \underline{\Phi}_1 \underline{\Lambda}^{k-1} \quad (7)$$

$$\text{여기서 } \underline{\Lambda} = \text{diag}[e^{c_1} \ \dots \ e^{c_p}]$$

식 (4)와 (5)에서 정의한 데이터벡터에 대해 상관관계와 교차관계를 계산하면 다음과 같다.

$$\underline{R}_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \underline{X}_k \underline{X}_k^H \quad (8)$$

$$\underline{R}_2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \underline{X}_k \underline{X}_{k+1}^H \quad (9)$$

여기서 K 는 p 보다 큰 고정값이고 (8)식과 (9)식을 풀어서 다음과 같다.

$$\underline{R}_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [\underline{\Phi}_k \underline{a} \underline{a}^H \underline{\Phi}_k^H + \underline{W}_k \underline{W}_k^H + \underline{\Phi}_k \underline{a} \underline{W}_k^H + \underline{W}_k \underline{a}^H \underline{\Phi}_k^H] \quad (10)$$

$$\underline{R}_2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [\underline{\Phi}_k \underline{a} \underline{a}^H \underline{\Phi}_{k+1}^H + \underline{W}_k \underline{W}_{k+1}^H + \underline{\Phi}_k \underline{a} \underline{W}_{k+1}^H + \underline{W}_k \underline{a}^H \underline{\Phi}_{k+1}^H] \quad (11)$$

위 식들을 살펴보면 식 (10)의 $\underline{\Phi}_k \underline{a} \underline{a}^H \underline{\Phi}_k^H + \underline{W}_k \underline{W}_k^H$ 부분과 식 (11)의 $\underline{\Phi}_k \underline{a} \underline{a}^H \underline{\Phi}_{k+1}^H + \underline{W}_k \underline{W}_{k+1}^H$ 부분이 교차상관관계를 나타내는 항이다. K 가 증가함에 따라 이러한 항들은 더 작아지게 된다. 또한 K 가 극한으로 가면 잡음은 공분산 행렬과 교차 공분산 행렬과 같아진다. 결국 상관관계는 다음과 같이 좀 더 단순한 식으로 표현할 수 있다.

$$\underline{R}_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \underline{\Phi}_k \underline{a} \underline{a}^H \underline{\Phi}_k^H + \underline{R}_1^w = \frac{1}{K} (\underline{\Phi}_1 \underline{A} \underline{\Phi}_1^H) + \underline{R}_1^w \quad (12)$$

$$\underline{R}_2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \underline{\Phi}_k \underline{a} \underline{a}^H \underline{\Phi}_{k+1}^H + \underline{R}_2^w = \frac{1}{K} (\underline{\Phi}_1 \underline{A} \underline{\Lambda} \underline{\Phi}_1^H) + \underline{R}_2^w \quad (13)$$

여기서,

$$\underline{R}_1^w = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \underline{W}_k \underline{W}_k^H \xrightarrow{K \rightarrow \infty} \sigma^2 \underline{I} \quad (14)$$

그리고,

$$\underline{R}_2^w = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \underline{W}_k \underline{W}_k^H \xrightarrow{K \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \sigma^2 \underline{I} & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

식 (14)와 (15)에서 행렬 \underline{I} 는 $M \times M$ 항등행렬이다.

그리고 σ^2 은 영평균의 정규분포 백색 잡음이다. 고정값 K 를 $K > M$ 이 되도록 길게 선정하면 할수록 행렬 $\underline{\Phi}_1 \underline{A} \underline{\Phi}_1^H$ 는 full rank가 되어 \underline{R}_1 의 잡음의 고유치는 잡음

에 대한 분산 σ^2 이 된다.

결국 잡음이 제거된 상관관계 행렬은 다음과 같이 구성된다.

$$\hat{\underline{R}}_1 = \underline{R}_1 - \sigma^2 \underline{I} \quad (16)$$

$$\hat{\underline{R}}_2 = \underline{R}_2 - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \sigma^2 \underline{I} & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

이렇게 잡음이 제거된 행렬을 이용하면 복수 매개변수 c_i 는 이 행렬들의 고유치 λ_i 로부터 계산할 수 있다.

$$\hat{\underline{R}}_1 \underline{x} = \lambda_i \hat{\underline{R}}_2 \underline{x} \leftrightarrow \underline{\Phi}_1 \underline{A} \underline{\Phi}_1^H = \lambda_i \underline{A} \underline{A}^H \underline{\Phi}_1^H \leftrightarrow \underline{I} - \lambda_i \underline{A}^H = 0 \leftrightarrow c_i = -\ln(\lambda_i) \quad (18)$$

여기서 *는 공액 복소수를 나타내며 c_i 를 계산하여 감쇄계수와 주파수를 구한다.

다음은 이산 시간 급수를 나타낸다.

$$\underline{x} = \underline{Z} \underline{h} \quad (19)$$

여기서

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_p^{N-1} \end{bmatrix}$$

그리고,

$$\underline{h} = [h_1 \ h_1 \ \dots \ h_n]^T$$

$$\underline{x} = [x_1 \ x_1 \ \dots \ x_n]^T$$

$$z_i = e^{c_i}$$

식 (19)에서 행렬 \underline{Z} 는 Vandermonde 행렬이다. 식 (19)에서 최소제곱 해를 구하면 다음과 같다.

$$\underline{h} = (\underline{Z}^H \underline{Z})^{-1} \underline{Z}^H \underline{x} \quad (20)$$

위와 같은 과정을 통하여, 최종적으로 \underline{h} 를 계산하여 각 지수함수의 진폭과 초기 위상 매개변수는 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$A_i = |h_i| \quad (21)$$

$$\theta_i = \tan^{-1}[\text{Im}\{h_i\} / \text{Re}\{h_i\}] \text{rad} \quad (22)$$

2.2 알고리즘의 성능 분석

2.2.1 분석 대상

본 논문에서는 임의로 설정한 시험합수 데이터와 2004년 한전계통 데이터에 ESPRIT 알고리즘의 성능을 시험하였다. 한전계통의 고유치 계산결과를 이용하여 저주파 진동이 나타나는 지배적인 모드를 알아내는 형태로 접근하였다.

2.2.2 분석 결과

다음 파형들은 원시 데이터 파형과 ESPRIT 알고리즘으로 모드를 구하여 재현한 파형을 함께 도시한 것이다. 실제 입력된 실선 파형에 대해 점으로 표현된 추정신호가 거의 정확하게 추종하며 재현하고 있음을 알 수 있다. 그림 2.1의 파형은 임의의 시험합수에 대해, 그림 2.2의 그림들은 한전계통 데이터에 스텝사이즈를 달리하여 추정된 경우를 나타낸 것이다.

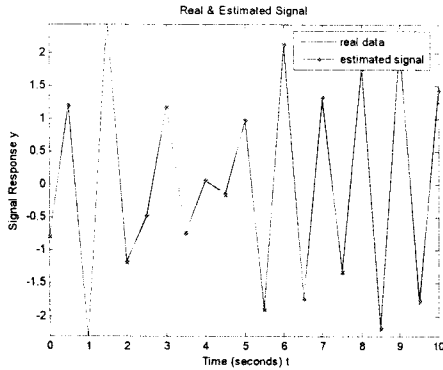


그림 2.1 임의시험 과정과 재현한 과정의 비교

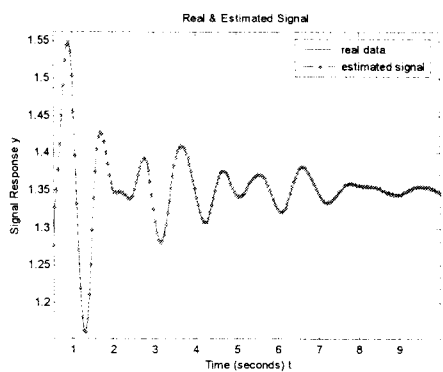
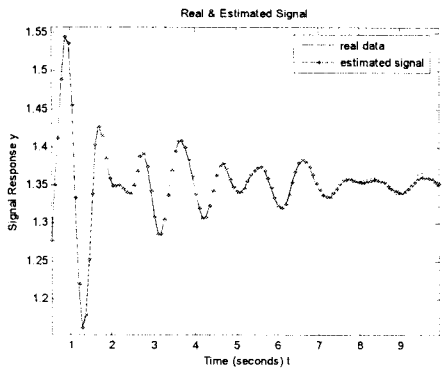


그림 2.2 원시데이터와 추정과정의 비교(스텝변화)

다음 그림은 Z-평면상에 모드들을 도시한 것이다.

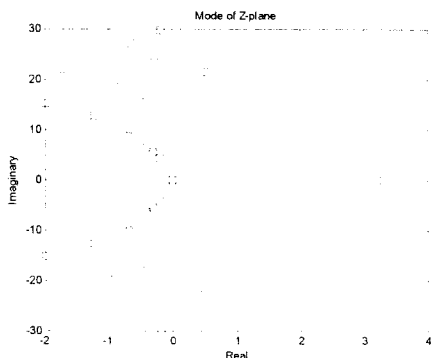


그림 2.3 Z-평면의 모드 표현

이와 같이 임의의 시험과정과 한전계통데이터를 추정 한 비교 결과에서처럼 ESPRIT 알고리즘이 거의 정확하게 원시과형을 재현하고 있음이 확인 되었다. 이때 한전 계통데이터에 대해 구한 저주파영역 모드와 감쇄정수, 그리고 주파수는 다음과 같다.

표 2.1 ESPRIT으로 구한 모드, 감쇄정수, 주파수

No.	Modes	Damping	Frequency
1	-0.399	j6.466	6.155

3. 결 론

전력계통의 외란을 모델링하고 분석하는 접근법으로 ESPRIT 기반 방법을 이용하였다. 외란으로 인해 발생한 응답신호를 ESPRIT 알고리즘을 사용하여 모드들을 찾아내고 이러한 모드들을 이용하여 원시 응답과형을 거의 정확하게 재현하여 성능을 확인하였다.

ESPRIT 방법은 전력계통의 해석에서 많이 쓰이지 않다가 근래에 들어 다양한 적용이 시도되고 있는 실정이다. 이러한 방법은 특히 계통외란에 대한 응답신호의 주파수 분해에 유용하고 강력한 성능을 보이고 있다. 결국 system identification에 커다란 강점을 가지고 있는 것이다. 또한 대규모 계통에 대한 reduction, 잡음이 포함된 과형을 원시 신호와 잡음으로 분해함으로써 원시신호를 복구하는 등 많은 분야에 유용할 것으로 보인다.

[참 고 문 헌]

- [1] JAIME QUINTERO RESTREPO, A REAL-TIME WIDE-AREA CONTROL FOR MITIGATING SMALL-SIGNAL INSTABILITY IN LARGE ELECTRIC POWER SYSTEMS, WASHINGTON STATE UNIVERSITY School of Electrical Engineering and Computer Sciences, MAY 2005
- [2] Emmanouil Styvaktakis, Irene Y.H.Gu, Math H.J. Bollen, Event-based Transient Categorization and Analysis in Electric Power Systems, IEEE, 2003
- [3] Mohammed A. Hasan and Ali A. Hasan, Subspace Approximation with Applications to System Identification, AACC, 2000
- [4] Chris j. Dafis, Analysis of Power System Transient Disturbances Using and ESPRIT-based Method, IEEE, 2000
- [5] Powertech, Small Signal Stability Tools (SSAT), User manual, Version 1.2, 2001.
- [6] H. K. Nam, S. G. Song, K. S. Shim, D. J. Kim, Y. H. Moon, C. J. Moon, Hessenberg Method for Small Signal Stability Analysis of Large Scale Power Systems, IEEE PES WM 2000, Vol. 2, pp.872-876, Jan.
- [7] J. F. Hauer, C. J. Demeure, L. L. Scharf, "Initial Results in Prony Analysis of Power System Response Signals," IEEE Trans. on Power Systems, vol. 5, pp.80-89, Feb. 1990.
- [8] J. F. Hauer, "Application of Prony Analysis to the Determination of Modal Content and Equivalent Models for Measured Power System Response," IEEE Trans. on Power Systems, vol.6, pp.1062-1068,
- [9] D. J. Trudnowski, J. R. Smith, T. A. Short, D. A. Piene, "An Application of Prony Method in PSS Design for Multimachine Systems," IEEE Trans. on Power Systems, vol. 6, pp.118-126, 1991.