

P-e 곡선의 타원특성을 고려한 전력계통의 최대 허용부하의 예측

김범식, 문영현, 권용준  
연세대학교 전기전자공학과

Estimation of Maximum Loadability in Power Systems  
By Using Elliptic Properties of P-e curve

Beom-Shik Kim, Young-Hyun Moon, Yong-Jun Kwon  
Dept. of Electrical Engineering, Yonsei. University

**Abstract** - This paper presents an efficient algorithm to estimate the maximum load level for heavily loaded power systems with the load-generation variation vector obtained by ELD (Economic Load Dispatch) and/or short term load forecasting while utilizing the elliptic pattern of the P-e curve. It is well known the power flow equation in the rectangular coordinate is fully quadratic. However, the coupling between e and f makes it difficult to take advantage of this quadratic characteristic. In this paper, a simple technique is proposed to reflect the e-f coupling effects on the estimation of maximum loadability with theoretical analysis. An efficient estimation algorithm has been developed with the use of the elliptic properties of the P-e curve. The proposed algorithm is tested on IEEE 14 bus system, New England 39 bus system and IEEE 118 bus system, which shows that the maximum load level can be efficiently estimated with remarkable improvement in accuracy.

1. 서 론

전압 안정도는 전압 불안정에 의해 야기된 시스템의 중요한 고장을 의미하며 최근에 와서 전력계통에서 중요하고 이슈가 되어 왔다. 전압 안정도는 분기점 방법을 포함하여 고유치(또는 특이치)를 이용한 방법, 에너지 함수법, 손실 분석법등 여러 가지 방법을 통해 다양하게 접근되어져 왔다. 전압 안정도와 관련한 부하제한은 어떠한 측면에서는 전압 붕괴점에 대한 예측점을 나타내는 지표보다 운영자에게 더욱 정확한 정보를 줄 수 있으며 이러한 측면에서 연속조류계산법(Continuation Power Flow)은 시간 모의 반복법에 의해 시간의 소비에도 불구하고 최대 허용부하의 계산을 하는데 이용되었다.[1-2]

연속조류계산법의 결점은 최대허용부하의 정확한 추정을 위해 연산의 반복을 획기적으로 감소시키는 알고리즘에 의해 극복될 수 있다. 치앙(Chiang)은 일명 예측법(Look-ahead method)이라고 칭한 부하와 전압 마진을 계산하는 효율적인 방법을 제안하였다. 그는 대규모 전력계통에서 여러개의 상정사고를 고려할 수 있는 전압 안정도의 온라인 감시 시스템을 보였다.[3]. 예측법의 특징은 조류계산 방정식의 2차 근사화를 통해 최대 부하 레벨( $\lambda_{max}$ )의 예측을 단시간 내에 할 수 있는 것이다. 치앙의 방법은 실제적으로 계통에 적용하기에 매우 유용하다. 그러나, 상태변수  $[V, \theta]$  와 좌표계가 적용되면 조류계산 방정식의 2차 근사식에서는 근사오차 때문에 근사치의 정확성이 감소한다. 정확하게 P-V 곡선은 부하여용 레벨( $\lambda$ )의 2차 함수만큼 근사화될 수 없고 그러므로

추정치의 정확성은 P-V곡선의 끝점의 근처에서만 보장된다.[3]

본 논문은 P-V가 아닌 P-e 곡선을 이용하여 최대 부하 허용레벨의 추정을 개선하는 것을 그 목적으로 하며 세 개의 다른 부하 레벨에서 조류 계산의 해를 이용한 P-e 곡선의 곡선 추정 기술(curve fitting technique)을 적용하여  $\lambda_{max}$ 를 추정하는 새로운 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘은 조류방정식의 어떠한 불안정도도 필요하지 않으며, 제안된 알고리즘은 IEEE 14모선 시스템, New England 39모선 시스템, IEEE 118모선 시스템에 적용되어 부하만 증가하거나 부하와 발전량이 동시에 증가하는 두 가지 시나리오 하에서 테스트 하였다.

2. 직교좌표계에서의 최대 허용부하 추정식

직교 좌표 변수를 반영한 정적 전력 조류 방정식을 고려해 보면:

$$f(x) - \lambda b = 0 \tag{1}$$

단,  $x = [e^T, f^T]^T \in R^n$

$f(x) \in R^n$ : 조류 계산 방정식에 의한 2차함수의 실수부

$\lambda \in R^1$ : 부하 레벨을 반영한 조정변수

$b \in R^n$ : 발전량-부하 변동에 따른 방향 벡터

벡터 **b**의 방향은 각 모선에 대응하는 부하 수요의 각 모선별 예상치와 경제급전 결과에 의한 부하 발전의 분배에 의해 결정된다. 조류 계산 방정식 (1)은 2차 방정식 형태를 지닌다. 여기에서 중요한 것은 현재 운영 상태에서의 부하 발전 방향 벡터 **b**와 연관된 최대 허용부하  $\lambda_{max}$ 를 찾는 것이다. 부하 발전 방향 벡터 **b**는 부하 모선의 부하만 증가한다고 가정된 시나리오와 모든 모선의 부하와 슬랙 모선을 제외한 모든 발전기의 유효전력 출력은 기저부하에서의 부하분담 비율로 증가하는 시나리오 두 가지 경우에 대해 구하였다. 실제 계통 운전 조건에서 부하 증가 방향은 발전기 보수 계획과 경제 급전 등 매우 복잡한 시나리오에 의해 결정되고 이러한 조건에서 전압 안정도 해석결과와는 본 논문에서 가정한 단순한 시나리오 하에서의 전압 안정도 해석결과와는 다를 수 있음을 미리 언급한다.

$\lambda_{max}$ 의 사용과 함께 현재 운영점과 안정점 분기사이의 직접 부하 마진(MW 또는 MVAR)을 계산할 수 있다. 첫째로 각각 다른 부하 레벨  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 에서 대응하는 조류 계산 방정식의 해  $x_1, x_2, x_3$ 를 계산할 수 있다. (단,  $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ ) 또한 파라메타  $\lambda$ 에 대응하는 상태변수의 미분치 즉,  $x_1, x_2, x_3$ 를 계산할 수 있다. 이러한 미분값을 계산하기 위해 식 (1)은 방정식의 해  $(x_0, \lambda_0)$

근처에서 다음과 같이 선형화 시킬 수 있다.

$$f_x \Delta x - b \Delta \lambda = 0 \quad (2)$$

단,  $\Delta \lambda$ 와  $\Delta x$ 는  $\lambda - \lambda_0$ 와  $x - x_0$ 에 각각 대응하는 변수의 증분

만약 자코비안 행렬  $f_x$ 가 비특이 행렬이면 미분벡터  $x$ 는 식(2)에 의해 다음과 같이 직접 계산가능하다.

$$\dot{x} = \frac{dx}{d\lambda} \cong \frac{\Delta x}{\Delta \lambda} = f_x^{-1} b \quad (3)$$

위 등식에서 자코비안은 풀이해의 알고리즘에 의해 붕괴점까지 항상 비특이 행렬이다.

한편 조류계산 방정식과 그 미분치가 계산되면 최대 허용 부하 레벨  $\lambda_{max}$ 는 전압 안정 민감도에 의해 선정된 가장 취약한 모선중 하나의 P-e 곡선의 타원형적인 특징에 의해 구해될 수 있다. 취약 부하 모선은  $\lambda$ 의 변화에 따른 전압 민감도를 관찰함에 따라 쉽게 선정할 수 있다. 상대적인 전압 민감도는 i모선에서 대략 다음과 같이 계산한다.

$$\frac{1}{V_i} \frac{\partial V_i}{\partial \lambda} \cong \frac{(V_i|_{\lambda=\lambda_1} - V_i|_{\lambda=\lambda_2})}{V_i(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (4)$$

식(4)에 의해 상대적으로 가장 큰 전압 민감도를 가진 취약 모선을 쉽게 선정할 수 있으며 모선j가 선정된 모선이라고 가정하면 선택된 모선에서의 최대 부하 레벨  $\lambda_{max}$ 는 모선 i에서  $\lambda$ -e 곡선의 곡선 피팅 기술을 적용함으로써 추정가능하다.  $\lambda$ -e 곡선의 왜곡된 타원 방정식은 일반적으로 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\lambda^2 + \alpha \lambda e_i + \beta e_i^2 + \gamma \lambda + \zeta e_i + \psi = 0 \quad (5)$$

위 식의  $\lambda$ 에 대한 미분식은 아래와 같이 주어진다.

$$2\lambda + \alpha(e_i + \lambda e_i) + 2\beta e_i e_i + \gamma + \zeta e_i = 0 \quad (6)$$

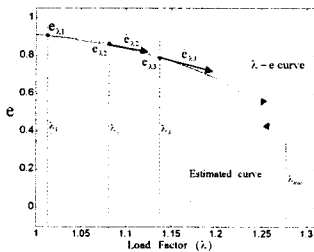


그림 1  $\lambda$ -e 곡선과 상부 해의 타원의 곡선 피팅

식(5)의 5개의 상수는 그림 1에서 보는 것과 같이 세 개의 조류계산 방정식의 해와 두개의 부하 레벨의 미분치에 의해서 성립된 5개의 방정식에 의해 구하여진다. 만약  $(e_1, f_1), (e_2, f_2), (e_3, f_3)$ 을 세 개의 다른 부하 레벨  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 에 대응하는 조류계산해라고 한다면 식(5)를 이용하여 세 개의 방정식을 구할 수 있다. 식 (7)에서  $e_{1i}, e_{2i}, e_{3i}$ 는 조류계산해 벡터  $e_1, e_2, e_3$ 의 i번째 모선의 성분이다. e의  $\lambda$ 에 대한 미분은 식 (5)에 의해 쉽게 계산이 가능하다. 취약모선이 i번째 모선이라 할 때 각각의 조류해를 대입하여 식 (6)에 의해 두개의 등식을 얻을

수 있다.

조류계산해는 e의 미분치보다 더욱 신뢰할만 하고 부하가 높아질수록 붕괴점에 더욱 접근하게 되기 때문에 추정치의 정확성을 증대시키기 위해서는  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 에 대응하는 세 개의 방정식과  $\lambda_2, \lambda_3$ 에 대응하는 두개의 미분식, 이렇게 총 다섯 개의 방정식을 이용하여 5개 변수  $\alpha, \beta, \gamma, \zeta, \psi$ 를 계산한다.

한편,  $e_i$ 에 대응되는 식 (5)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\beta e_i^2 + (\alpha \lambda + \zeta) e_i + \lambda^2 + \gamma \lambda + \psi = 0 \quad (7)$$

변수  $e_i$ 가 실수해를 가져야 하기 때문에 2차 방정식의 판별식은 다음과 같은 조건을 가져야 한다.

$$D = (\alpha^2 - 4\beta)\lambda^2 + 2(\alpha\zeta - 2\beta\gamma)\lambda + \zeta^2 - 4\beta\psi \geq 0 \quad (8)$$

식 (8)에서, 최대허용 부하  $\hat{\lambda}_{max}$ 는 D=0 일때 가지게 되며 그 값은

$$\hat{\lambda}_{max} = \frac{(2\beta\gamma - \alpha\zeta) - \sqrt{(2\beta\gamma - \alpha\zeta)^2 - (\alpha^2 - 4\beta)(\zeta^2 - 4\beta\psi)}}{\alpha^2 - 4\beta} \quad (9)$$

이다. 판별식 D=0 일때의 다른 한근은  $\hat{\lambda}_{max}$ 의 값이 매우 작기 때문에 제외시키며 이 값은 최대부하레벨의 추정과 관계없다. 위의 방법은 조류계산 방정식(1)이 완전한 2차 방정식의 꼴이기 때문에  $\lambda_{max}$ 의 정확성을 추정하는 개선된 방법이 된다. 최대 부하 레벨  $\lambda_{max}$ 의 정확한 계산을 위해서는 부하 해답점을 갱신함으로써 추정을 반복하는 것이 필요하다. 과추정된  $\lambda_{max}$ 의 경우에 조류계산의 발산을 피하기 위해  $\lambda$ 가 초기치  $\hat{\lambda}_{max}$ 와 함께 관찰되는 변수라 여기는 연속 조류계산법을 적용한다.[4] 변형된 조류계산에서 등식의 원식은 몇 개의 특정한 값을 고정시킨 상태 변수들 중에 하나를 갖는 부가적인 식이다.

### 3. 시뮬레이션 및 결과 고찰

제안된 알고리즘은 두가지 부하 발전 증가의 방법으로 세개의 계통 환경에서 테스트 하였다. 하나는 부하 발전의 베이스에 부하와 발전이 동시에 비례적으로 증가하는 경우로,  $\lambda=1$ 일 때, 계통의 부하와 발전은 기본 부하와 동일하며, 정확한 부하레벨과 추정된 최대 부하 허용 레벨은 각각  $\lambda_{max}$ 와  $\hat{\lambda}_{max}$ 로 나타내었다.

시뮬레이션 결과는 제안된 방법이 look-ahead 방법과 비교하여 추정의 정확성이 매우 증대된 최대 허용 부하레벨을 산출하는 효과적인 알고리즘을 제공한다는 것을 증명한다. 또한, 과추정된  $\hat{\lambda}_{max}$ 의 경우에도 역시 후자보다도 정확한 부하레벨을 예측할 수 있음을 보여준다.

#### 3.1 부하만 증가하는 경우

시나리오 1의 경우에 제안된 알고리즘의 간단한 테스트를 슬랙 모선에 의한 전력 불균형의 결과로 인한 부하 증가를 가정하여 실행한다. 이 시나리오는 실제 계통 운영과는 조금 차이가 있지만 시뮬레이션은 간단한 방법으로 실행할 수 있고 그 결과가 분석하기 간결하기 때문에 새로운 알고리즘의 유효성을 판별하기 위해 자주 보여진다. 먼저 연속 조류계산을 통해 얻은  $\lambda$ 와 V값을 이용하여 식 (4)에 대입하여 각 모선 계통의 상대적 전압 민감도를 구한다. 실제로 부하의 증가에 따라 상대적 전압

민감도는 다양하게 변화하지만 아래의 결과는 최종 결과치가 나오기 전의 상태에서의 결과이다.

2	2.0000	2.7000	3.14912	3.247131	0.239980	2.7000	3.15768	3.21519	0.70788
3	2.7000	3.14912	3.23494	3.23991	0.000037	3.15768	3.21515	3.23932	0.09918
4	3.14912	3.23494	3.23991	3.23998	0.000031	3.21515	3.23972	3.239774	0.00101

표 6 시나리오 2에 의한 IEEE 118모선 계통 실험 결과  
(취약 모선 : Bus 38,  $\lambda_{max} = 3.239807$ )

반복 횟수	제안된 방법					Look-ahead 법			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)
1	1.0000	2.3000	2.4000	4.14492	3.423013	2.3000	2.4000	3.00424	2.62729
2	2.3000	2.4000	3.95652	4.012484	0.144538	2.4000	3.0042	3.00594	1.14532
3	2.4000	3.95652	4.00543	4.00700	0.00300	3.0042	3.9079	4.001073	0.1423
4	3.95652	4.00556	4.00338	4.00305	0.000075	3.9079	4.00107	4.00124	0.01142

표 1 시나리오 1에 의한 IEEE 14 모선계통 실험 결과  
(취약 모선 : 모선 5,  $\lambda_{max} = 4.006692$ )

반복 횟수	제안된 방법					Look-ahead 법			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)
1	1.0000	1.1000	1.3000	1.281081	0.25236	1.1000	1.2000	1.234738	3.32109
2	1.1000	1.3000	1.27235	1.279988	0.216390	1.3000	1.23472	1.337578	1.12102
3	1.3000	1.27235	1.27916	1.27916	0.216394	1.23472	1.33752	1.273684	0.27178
4	수렴					1.23472	1.27368	1.27368	0.03006

표 2 시나리오 1에 의한 New England 39 모선계통 실험 결과  
(취약 모선 : Bus 6,  $\lambda_{max} = 1.277151$ )

반복 횟수	제안된 방법					Look-ahead 법			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)
1	1.0000	1.1000	1.2000	2.15725	1.33938	1.1000	1.2000	1.61117	12.0651
2	1.1000	1.3000	1.74918	1.85375	0.30252	1.3000	1.6111	1.72361	8.39908
3	1.2000	1.83216	1.87774	1.87801	0.00039	1.61111	1.72361	1.83059	3.05130
4	1.83216	1.87774	1.87806	0.00000	1.72361	1.83059	1.83059	0.73498	

표 3 시나리오 1에 의한 IEEE 118 모선 계통 실험 결과  
(취약 모선 : 47번 모선,  $\lambda_{max} = 1.878086$ )

제안된 방법에 의한 추정 결과는 look-ahead법과 계산 시간 관점에서 훨씬 효율적인 방법이기 때문에 비교된다. 결과에 따르면 제안된 방법은 훨씬 추정 정확성을 증대시켰으며 두 번째 추정은 오차 범위의 1%미만에 머무르는 것을 볼 수 있다. 표 1에서 제안된 방법의 첫 번째 추정은 look-ahead 법보다 더 오차가 컸다. 그러나 이것은 제안된 알고리즘이  $\lambda_1$ 이 전압 붕괴점과 매우 큰 차이가 난 값을 사용했기 때문이다. 만약 부하 레벨  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 을 똑같은 간격으로 선정한다면 첫 번째 추정은 또한 매우 정확한 추정을 가능하게 하며, 그것은 직접 표 2와 표 3을 보면 알 수 있다. 표 2는 제안된 알고리즘이 충분한 추정 정확성을 위해 반복 횟수를 look-ahead법보다 줄이는 것을 가능하게 함을 보여준다.

### 3.2 부하와 발전량이 동시에 증가하는 경우

두번째 시나리오에서는 부하와 그에 상응하는 발전량이 둘 다 동시에 증가하는 경우를 가정하고 테스트 하였다. 이 시뮬레이션은 시나리오 1에 비해 다소 실제적이나 전압 안정도 측면에서 최악의 경우를 놓칠 수 있다. 결과적으로 시나리오 1과는 상호 보완적으로 받아 들일만 하다. 먼저 연속 조류계산을 통해 얻은  $\lambda$ 와 V의 값을 통하여 취약모선의 선정 결과는 다음과 같다.

반복 횟수	제안된 방법					Look-ahead 법			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)
1	1.0000	2.0000	2.7000	4.16735	2.58507	2.0000	2.7000	3.99536	1.61969
2	2.0000	2.7000	4.0577	4.05730	0.11709	2.7000	3.99574	4.03572	0.65711
3	2.7000	4.0577	4.05955	4.03000	0.001132	3.99574	4.0357	4.00101	0.02045
4	4.0577	4.05955	4.03213	4.03233	0.000028	4.0357	4.00101	4.00268	0.00361

표 4 시나리오 2에 의한 IEEE 14 모선계통 실험 결과  
(취약 모선 : Bus 5,  $\lambda_{max} = 4.062534$ )

반복 횟수	제안된 방법					Look-ahead 법			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)
1	1.0000	1.1000	1.3000	2.23750	0.32276	1.1000	1.2000	1.84453	16.0049
2	1.1000	1.3000	2.1273	2.21435	0.117340	1.3000	1.8445	2.09634	3.2025
3	1.3000	2.1273	2.23548	2.21428	0.10223	1.8445	2.0963	2.18104	1.0201
4	2.1273	2.23547	2.21325	2.21471	0.103112	2.0963	2.18105	2.20957	0.16919

표 5 시나리오 2에 의한 New England 39모선 계통 실험 결과  
(취약 모선 : Bus 7,  $\lambda_{max} = 2.211824$ )

반복 횟수	제안된 방법					Look-ahead 법			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\hat{\lambda}_{max}$	오차율(%)
1	1.0000	2.0000	2.7000	3.41232	3.24035	2.0000	2.7000	3.15768	2.3197

## 4. 결론

본 논문은 각 모선별 부하 수요의 예상치와 그에 상응하여 재할당된 발전량에 근접한 값을 반영한 최대 허용부하 지표( $\lambda_{max}$ )를 추정하는 효율적인 알고리즘을 제안하였다. 제안된 방법은 계산적인 관점에서 look-ahead보다 추정 정확성에서 좀더 효율적인 방법이라고 생각된다. 이러한 이점은 look-ahead 법은 알지 못하는 곡선 패턴을 가지고 추정하는데 반해 제안된 방법은 이미 알고 있는 곡선 패턴으로 곡선 피팅을 하는 것에 기초하여 실행되는 것에 기인한다.

제안된 방법은 최대 허용부하를 추정하기 위한 반복 횟수를 줄임으로써 전체계통으로는 계산시간을 상당히 줄일 수 있다. 그리고 이는 수많은 상정사고 해석을 위한 전압 안정도 모니터링을 가능하게 할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 제안된 방법은 IEEE14모선 계통, New England 39 모선 계통, IEEE 118 모선 계통에서 시뮬레이션 되었고 수많은 결과값에서 볼 수 있듯이 제안된 방법은 온라인 계통의 전압 안정도에 적용 가능할 수 있음을 보여준다.

### [참고 문헌]

- [1] H. D. Chiang, A. J. Flueck, K. S. Shah, N. Balu, "CPFLOW: A Practical Tool for Tracing Power System Steady-State Stationary Behavior Due to Load and Generation Variations", IEEE Trans. On Power systems, Vol. 10, No. 2, May 1995, pp. 623-634.
- [2] Kenji Iba, H. Suzuki, M. Egawa, T. Watanabe, "Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve Using Homotopy Continuation Method", IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 6, No. 2, May 1991, pp. 584-593.
- [3] H. D. Chiang, C. S. Wang, A. J. Flueck, "Look-ahead voltage and load margin contingency selection functions for large-scale power systems", IEEE Trans. On Power Systems, Vol. 12, No. 1, February 1997, pp. 173-180.
- [4] Venkataramana Ajjarapu, Colin Christy, "The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis", IEEE Trans. On Power systems, Vol. 7, No. 1, Feb. 1992, pp. 416-423.