

배전계통의 분산형 조류계산 : Part 1 수학적 모델

\*이상성 \*\*박종근 \*\*문승일 \*\*윤용태

\*차세대지역에너지연구소 및 전력시스템연구소(기초전력연구원), \*\*서울대학교 전기컴퓨터공학부, 신림9동, 관악구, 151-742, 서울특별시

Distributed Load Flow of Power Distribution System : Part 1 Mathematical Model

\*S. S. Lee \*\*J. K. Park \*\*S. I. Moon \*\*Y. T. Yoon

\*RERI and PSRD (KESRI), \*\*Seoul National University, ShinLim-9Dong, KwanAk-Gu, Seoul, 151-742, Korea

**Abstract** - 본 논문은 Part 1 으로 배전계통의 분산형 조류계산을 위한 기본적인 수학적 모델을 제안한다. 송전계통과 비슷하게 배전계통의 조류계산은 배전계통의 실시간 모니터링과 제어를 위한 가장 유용한 도구이다. 배전계통은 지역적인 특성으로 인하여 그 구조가 변전소를 중심으로 여러 개의 주 피이드로 나누어지게 되고 이러한 변전소가 수많이 산재되어 있다. 이런 관점에서 볼 때 배전계통에 대한 조류계산은 분산 조류계산(Distributed Computation of Load Flow) 알고리즘을 필요로 한다. 특히, 분산전원 출현으로 인한 이러한 필요성은 점점 증가하고 있다. 배전조류계산은 분산전원이 배전계통에 추가됨에 따라 더욱 부담이 되었다. 본 논문에서는 배전계통을 위한 분산형 조류계산 알고리즘의 구성에 필요한 기본적인 수학적 모델을 제안하고자 한다.

**Index Terms** - 분산형 조류계산, 수학적 모델, 수정된 자코비안  $J$ , 지역 데이터 처리(localized data processing)

1. 서 론

컴퓨터 모니터링과 제어를 소비자 수준으로 확장하는 것은 현대 전력계통에 있어서 새로운 추세가 되어왔다. 이러한 문제는 구조개편 환경하에서 특별한 관심거리이다. 이 새로운 발전은 분산처리를 배전관리시스템(Distribution Management Systems)에 응용하므로써 크게 부흥시켰다. 배전관리시스템(DMSs)은 배전 계통과 소비자의 운용에 관한 많은 양의 실시간 데이터의 양을 수집하여 처리한다[1].

그러나, 계통제어센터에서 이들 모든 데이터를 처리하기 위하여 전송하는 것은 불필요할 뿐만 아니라 실용적이지도 않을 것이다. 특히 지역 데이터 처리(localized data processing)는 분산 및 구조개편 전력계통에 대하여 가장 적합한 접근방법임이 입증되었다.

배전계통 운영의 모니터링과 제어를 용이하게 하고 통신망의 투자자본을 최소화하기 위하여, 배전계통은 일반적으로 몇 개의 구간들(zones)로 나눌수 있다. 각 구간은 실시간 모니터링과 에너지 분배함에 있어 제어에 응답할 수 있는 급전지령소(dispatching center)를 가지고 있다. 배전계통이 방사상 네트워크 위상구조를 가지고 있기 때문에 이들 지역 급전지령소들 사이에는 상호협조가 잘 이루어지지 않고 있다. 이런 배전계통의 배전은 변전소와 각 급전지령소들과 상호협조를 통하여 이루어진다. 배전계통은 일반적으로 송전계통 해석에서의 등가 모델로서 모델이 된다[2-5].

2. 본 론

송전계통 조류계산[6]과 비슷하게 배전계통의 조류계산은 배전계통의 실시간 모니터링과 제어를 위한 가장 유용한 도구가 된다. 여기에서 우리는 배전계통의 특성

한 특성을 가진 배전계통에 대하여 논의하고 이에 따른 분산형 조류계산을 살펴보고자 한다. 논의하고자하는 문제는 분산형 조류계산 알고리즘에 필요한 기본적 수학적 구조와 수렴 분석을 위한 설계 기법에 관한 것이다. 설계된 분산형 조류계산은 예측할 수 없는 통신 지연에 대하여 변동기 분산형 알고리즘을 설계하여 고려하여야 한다[1].

(1) 조류계산의 수학적 모델

송전계통에서 널리 적용되는 P-Q fast decoupled 조류계산기법은 배전계통에는 쉽게 적용할 수 가 없다. 이는 왜냐하면 배전계통의 피이드나 분지가 저항 대 리액턴스 비율이 높기 때문이다. 만일 전압크기와 위상각을 상태변수로 선택하여 기존의 뉴턴-랩슨 기법을 배전계통에 적용하려고 한다면 해를 구하는 과정은 왜냐하면 계통의 자코비안을 매번 계산하여야 하기 때문에 매우 느리게 된다.

그래서, 새롭고 더욱 효율적인 조류계산 알고리즘들이 배전계통을 위하여 개발되었다. 그러나 배전계통 운영을 위한 새로운 추세를 나타내기 위해서는 추가적인 개선이 필요한 것으로 보인다. 예를 들면, DistFlow는 계통에 분산전원이 없는 배전계통의 효율적인 조류계산 기법으로 검증되었다.

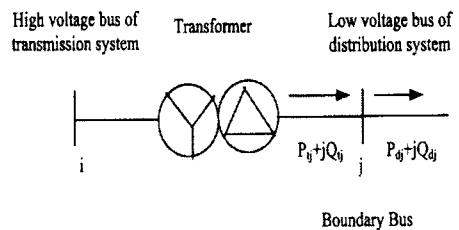


그림 1 송전과 배전의 결합.

1) 1 피이드를 위한 모델(Model for one feeder)

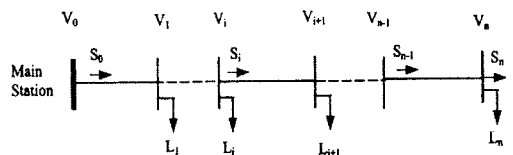


그림 2 하나의 피이드를 가진 배전계통.

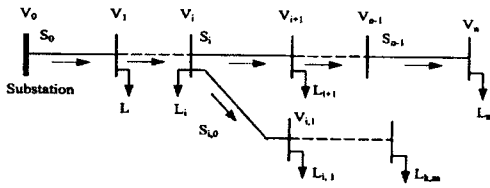


그림 3 하나의 주 피이드와 다중 Laterals 배전계통.

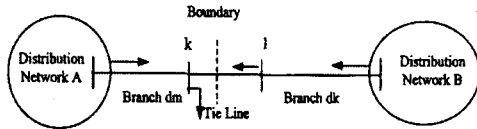


그림 4 강하게 결합된 배전계통.

$z_i = r_i + x_i$ 를  $i$ 번째 지로의 임피던스,  $S_{L,i} = P_{L,i} + jQ_{L,i}$ 를 모선  $i$ 에서 나오는 부하, 그리고  $S_{0,0} = P_{0,0} + jQ_{0,0}$ 를 배전계통으로 흘러들어가는 변전소에서 나온 전력으로 나타낸다. 그리고 주 피이드의 첫 번째 지로로 주입되는 전력은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$S_1 = S_{0,0} - S_{loss} - S_{L1} = S_{0,0} - z_1 \frac{|S_{0,0}|^2}{V_0^2} - S_{L1} \quad (1)$$

$$V_1 = V_0 - z_1 I_0 = V_0 - z_1 \frac{S_{0,0}^*}{V_0} \quad (2)$$

위의 식을 주 피이드 지로에 적용하면, 다음과 같은 반복식을 얻을 수 있다.

$$P_{i+1} = P_i - r_{i+1} \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} - P_{L,i+1} \quad (3)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - x_{i+1} \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} - Q_{L,i+1} \quad (4)$$

$$V_{i+1}^2 = V_i^2 - 2(r_{i+1}P_i + x_{i+1}Q_i) + (r_{i+1}^2 + x_{i+1}^2) \frac{P_i^2 + Q_i^2}{V_i^2} \quad (5)$$

여기서  $i=0,1,\dots,n-1$ 이다.  $P_i$ 와  $Q_i$ 는 모선  $i$ 와  $i+1$ 사이의 배전 지로로 주입되는 유효전력과 무효전력이다. 그리고  $V_i$ 는 모선  $i$ 의 전압이다. 위의 수식들을 더욱 일반화하면

$$x_{0,i+1} = f_{0,i+1}(x_{0,i}) \quad i=0,1,\dots,n-1 \quad (6)$$

여기서,  $x_{0,i} = [P_i \ Q_i \ V_i^2]^T$ 이다. 수식 (4)는 다음의 경계조건을 가진다.

$$P_n = 0 \quad (7)$$

$$Q_n = 0 \quad (8)$$

$$V_n = V_n^{ref} \quad (9)$$

윗 식은 주 피이드의 마지막 모선의 조건을 나타낸다. 식 (6)과 위의 경계조건은 배전 조류방정식을 포함하고 있다. 일반적인 형태는 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$G(x_0) = 0 \quad (6)$$

여기서  $x_0 = [x_{0,0}^T, \dots, x_{0,n}^T]^T$ 이다. 정해진 부하 프로파일에 대하여 상태벡터  $x_0$ 는 윗 식에서  $3(n+1)$ 에 대하여 풀어서 정할 수 있다.

## 2) 다중 분지들을 가진 1 피이드를 위한 조류 모델

그림 4에서 하나의 주 피이드,  $n$ 지로,  $m$ 분지를 가진 배전망을 고려한다. 상태변수로 주 피이드의 시작 모선에서 주입전력( $P_{0,0}, Q_{0,0}$ )와 각 지로의 시작모선에서 주입전력( $P_{0,k}, Q_{0,k}$ ),  $k=1,2,\dots,m$ 로 선택한다. 그리고 조류 분

제는 다음과 같은  $2(m+1)$  경계식으로 풀 수가 있다.

$$P_{k,n}, (z_{01}, \dots, z_{0m}, z_{00}) = 0, \quad k=0,1,2,\dots,m \quad (7)$$

$$Q_{k,n}, (z_{01}, \dots, z_{0m}, z_{00}) = 0, \quad k=0,1,2,\dots,m \quad (8)$$

여기서  $P_{k,n}, Q_{k,n}$  ( $k=0,1,\dots,m$ )는 주 피이드의 각 지로와 각 분지의 마지막 모선에서 흘러나오는 유효 및 무효 전력이다.  $n_k$ 는 주 피이드의 지로들의 수 또는  $k$ 번째 분지( $k=1,\dots,m$ )의 수이다.  $z = (z_{01}^T, \dots, z_{0m}^T, z_{00}^T)^T$ 이다. 여기서  $z_{00} = (P_{0,0}, Q_{0,0})^T$ ,  $z_{0k} = (P_{0,k}, Q_{0,k})^T$ ,  $k=1,\dots,m$ 이다. 위의 수식들은 다음으로 조합될 수 있을 것이다.

$$F(z) = 0 \quad (9)$$

연쇄법칙에 의하여 식(9)의 자코비안 행렬은 다음과 같은 형식으로 될 것이다.

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \dots & J_{1m} & J_{10} \\ J_{21} & J_{22} & \dots & J_{2m} & J_{20} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ J_{m1} & J_{m2} & \dots & J_{mm} & J_{m0} \\ J_{01} & J_{02} & \dots & J_{0m} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$J_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{k,nk}}{\partial P_{0,i}} & \frac{\partial P_{k,nk}}{\partial Q_{0,i}} \\ \frac{\partial Q_{k,nk}}{\partial P_{0,i}} & \frac{\partial Q_{k,nk}}{\partial Q_{0,i}} \end{bmatrix}$$

여기서

그래서 조류해는 다음과 같이 수식을 반복해서 구할 수 있다.

$$J\Delta z(k+1) = -F(z(k)) \quad (11)$$

여기서  $\Delta z(k+1)$ 은  $(K+1)$ 번째 반복시의 상태 변수들의 수정치이고,  $F(z(k))$ 는 주입전력의 잔류 벡터이다. 마지막 행을 제외하고 행렬  $J$ 의 모든 비-대각 블록은  $J_{0,i} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$ 이다. 여기서  $\epsilon$ 는 매우 작은 양수이다. 즉,  $0 < \epsilon < 1$ 이다. 그러나, 행렬  $J$ 의 마지막 행은  $J_{0,i} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$ 이다. 그래서, 행렬  $J$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J_{mm} & 0 \\ J_{01} & J_{02} & \dots & J_{0m} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (12)$$

그래서 조류계산 문제는 다음 방정식을 반복함으로써 다시 풀 수 있다.

$$J\Delta z(k+1) = -F(z(k)) \quad (13)$$

배전계통이 정상상태에서 운전될 경우에 계통의 Jacobian 행렬  $J$ 는 정칙적이고, 식(11)에는 하나의 해가 있을 수 있다. 이 Jacobian 행렬은 배전계통의 망의 파라미터와는 아무런 관계가 없다. 그래서 이 조류계산 기법은 수치적으로 매우 안정되어야 한다. 이 조류계산 해법은 매우 우수한 수렴 특성을 보여주었다. 실제적으로,  $J$ 는 상수로 가정한다. 이는 굉장히 조류계산을 간단하게 할 수 있다.

## (2) 분산 전원을 가진 조류 모델

분산전원을 가진 배전계통에 대하여 조류의 수학적 모델은 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$-J(x(k))\Delta x(k+1) = \Delta S(x(k)) \quad (14)$$

원래의 배전계통이 하나 이상의 분지들을 가진  $N$ 개의 구역들로 나눈다고 하자. 역시, 주 피이드가  $N$ 번째 구역을 형성하고 있다고 하자. 만일  $X_k$  ( $k=1,\dots,N$ )가  $k$ 번째 구역의 상태 벡터라고 한다면, 다음과 같은 형식으로 다시 쓸 수가 있다.

$$-\begin{bmatrix} J_{11}(x) & & & \\ & J_{22}(x) & & \\ & & J_{33}(x) & \\ & & & J_{N,N}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta S_1(x) \\ \Delta S_2(x) \\ \Delta S_3(x) \\ \Delta S_N(x) \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서  $J_{k,k}$ 는  $k=1,\dots,N$ , 구역  $k$ 의 자코비안 행렬이다.  $J_{k,N}$ 은 구역  $N$ 에 대하여 구역  $k$ 의 자코비안 행렬이

다.  $J_{N,k}$ 은  $k=1, \dots, N$ , 구역  $k$ 에 대하여 구역  $N$ 의 자코비안 행렬이다. (15)는 앞에서 논의된 송전계통에 대한 조류계산 모델과 비슷하다. 그러나, P-Q fast decoupled 기법은 여기에서 사용할 수 없기 때문에 모션 주입  $P_i$ ,  $Q_i$ 의 모든 쌍에 대하여 자코비안 행렬은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} & \frac{\partial P_i}{\partial v_j} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} & \frac{\partial Q_i}{\partial v_j} \end{bmatrix} \quad (16)$$

자코비안 행렬의 비대각 요소들은 분산전원을 가진 배전계통의 병렬 및 분산 계산 조류 알고리즘에 대하여 생략할 수가 없다. 이는 배전 계통의  $r/x$ 비가 높기 때문이다. 한편, 단일 송전계통을 위한 분산 조류 알고리즘과 유사하게 (17)을 간단하게 분해할 수 있다면, 다음과 같은 수식을 얻을 수 있다.

$$-J_{ii}(x(k))\Delta x_i(k+1) = \gamma \Delta S_i(x(k)) \quad i=1, \dots, N-1 \quad (17)$$

주 피이드에 대하여

$$-J_{N,N}\Delta x_N(k+1) = \gamma \Delta S_N(x(k)) \quad (18)$$

여기서  $N-1$ 은 분지들에 대한 구역들의 수이다. (16)에서 자코비안 행렬의 비대각 요소들은 무시할 수 없기 때문에 (17)과 (18)에서 기술한 분산 알고리즘은 수렴문제를 지니고 있다. 비록 주 피이드 수식에 경계 정보를 취하고 (18) 대신에 다음 식을 사용하면

$$J_{N,1}(x)\Delta x_1 + \dots + J_{N,i}(x)\Delta x_i + \dots + J_{N,N}(x)\Delta x_N = \Delta S_N(x) \quad (19)$$

자코비안 행렬의 비-대각 부행렬들은 분산전원을 가진 배전계통의 분산 조류 알고리즘에서 고려해야 한다. 분지에 대하여

$$J_{ii}\Delta x_i + J_{i,N}\Delta x_N = -\Delta S_i \quad i=1, \dots, N-1 \quad (20)$$

주 피이드에 대하여

$$J_{N,1}\Delta x_1 + \dots + J_{N,i}\Delta x_i + \dots + J_{N,N}\Delta x_N = -\Delta S_N \quad (21)$$

$$\Delta x_i = J_{ii}^{-1} \{-\Delta S_i - J_{i,N}\Delta x_N\}, \quad i=1, \dots, N-1 \quad (22)$$

다음과 같이 정의를 하면

$$J_i = J_{N,i}J_{ii}^{-1}J_{i,N} \quad (23)$$

$$S_i = J_{N,i}J_{ii}^{-1}S_i \quad (24)$$

$\Delta x_k$ 를 (16)에 대입하면,

$$\Delta x_N = \left\{ J_{N,N} - \sum_{i=1}^m J_i \right\}^{-1} \left\{ -\Delta S_N + \sum_{i=1}^m S_i \right\} \quad (25)$$

분산전원을 가진 배전계통에 대하여 분산 조류는 (25)와 (22)를 교번적으로 풀면 될 것이다. 주 피이드의 계산을 위한 프로세스는 중재자로서의 역할을 한다면 병렬 및 분산 조류 알고리즘은 다음과 같이 표시할 수 있다.  $x_i = x_i(0)$ ,  $i=1, \dots, N$ 로 시작한다.

- (i) 프로세스  $i(i=1, \dots, N-1)$ 는  $J_{ii}$ ,  $J_{i,N}$ ,  $J_{ii}^{-1}$ , 그리고  $\Delta S_i$ 를 동시에 계산한다.
- (ii)  $J_{N,i} = J_{i,N}$ 에 대하여, 프로세서  $(i=1, \dots, N-1)$ 는  $J_{N,i}$ ,  $J_{ii}^{-1}$ ,  $J_{i,N}$ , 그리고  $J_{N,i}$ ,  $J_{ii}^{-1}$ ,  $\Delta S_i$ 를 동시에 계산하고 프로세서  $N$ 에 통신 결과를 전달한다.
- (iii) 프로세서  $N$ 은 (25)에 따라  $\Delta x_N$ 을 풀고 프로세스  $i(i=1, \dots, N-1)$ 에 결과를 전송한다.
- (iv) 프로세스  $i(i=1, \dots, N-1)$ 는 (22)에 따라  $\Delta x_i$ 를 푼다.
- (v) 수렴조건이 만족하는 지를 검사한다. 수렴하지 않으면, 프로세서는 상태변수들을 수정하고 step (ii)로 돌아간다. 수렴하면, 계산을 종료한다.

위의 알고리즘은 병렬기구나 컴퓨터 회로망에서 실행하기가 용이하다. 프로세서들 간에 통신지연을 고려하여 다음과 같이 나타낸다.

$$x^i(t) = (x_1(\tau_1^i(t)), \dots, x_N(\tau_N^i(t))) \quad (26)$$

여기서  $x_j(\tau_j^i(t))$ 는 시간  $t$ 에서 프로세서  $j$ 에서 프로세서  $i$ 로 보내는 요소  $x_j$ 를 나타낸다. (22)와 (25)의 비동기 분산알고리즘은 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$\Delta x_i(t+1) = \gamma J_{ii}^{-1}(x^i(t)) \{-\Delta S_i(x^i(t)) - J_{i,N}(x^i(t))\Delta x_N(\tau_N^i(t))\} \quad i=1, \dots, N-1 \quad (27)$$

$$\Delta x_N(t+1) = \left\{ J_{N,N} \left( x^N(t) - \sum_{i=1}^{N-1} J_i(t) \right) \right\}^{-1} \left\{ -\Delta S_N \left( x^N(t) + \sum_{i=1}^{N-1} S_i(t) \right) \right\} \quad (28)$$

여기서

$$J_i(t) = J_{N,i}(x^i(t))J_{ii}^{-1}(x^i(t))J_{i,N}(x^i(t)) \quad (29)$$

$$S_i(t) = J_{N,i}(x^i(t))J_{ii}^{-1}(x^i(t))S_i(x^i(t)) \quad (30)$$

$\Delta x_N(0)$ 를 초기치로 선택하면 (29)와 (30)은 완전 분산 방식으로 계산할 수 있다. 만일 (29)와 (30)에 통신지연은 완전 비동기 가정을 만족한다면, (29)와 (30)은 분산전원을 가진 배전계통에 대하여 완전 비동기 조류 알고리즘이라 부른다. 만일 (29)와 (30)에서 통신지연이 부분 비동기 가정을 만족한다면, (29)와 (30)은 분산전원을 가진 배전계통에 대하여 부분 비동기 조류 알고리즘이라 부른다.

### 3. 결 론

지금까지 제시한 분산형 조류 계산을 위한 수학적 기본을 제시하였으며, 계통이 하나의 배전계통 이상일 경우에 대하여 쉽게 확장할 수 있다. 이러한 상황에서, 각 배전계통에 대한 조류계산은 분산 방식으로 나누어서 수행할 수가 있다. 배전계통이 정상상태에서 운전될 경우에 계통의 Jacobian 행렬  $J$ 는 정칙이고, 하나의 해가 있을 수 있다. 이 Jacobian 행렬은 배전계통의 망의 파라미터와는 아무런 관계가 없다. 그래서 이 조류계산 기법은 매우 수치적으로 안정하게 되어야 한다. 실제적으로,  $J$ 는 상수로 가정한다. 이는 굉장히 조류계산을 간단하게 할 수 있다.

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력연구원 주관으로 수행된 과제이며 관계 기관에 감사드립니다.

### [참 고 문 헌]

- [1] M. Shahidepour, Y. Wang, "Communication and Control in Electric Power Systems", Wiley Inter-Science, 2003.
- [2] A. Augugliaro, L. Dusonchet, M. G. Ippolito, and E. R. Sanseverino, "An efficient iterative method for load flow solution in radial distribution networks", *IEEE Porto Power Tech Proceedings*, Vol. 3, 2001.
- [3] D. Das, H. S. Nagi, and D. P. Kothari, "Novel method for solving radial distribution networks", *IEEE Proceedings of Generation Transmission and Distribution*, Vol. 141, No. 4, pp. 291-298, July, 1994.
- [4] N. Hatziaargyriou, T. Karakatsanis, M. Papadopoulos, "Probabilistic load flow in distribution systems containing dispersed wind power generation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 8, No. 1, pp. 159-165, February, 1993.
- [5] S. Naka, T. Genji, Y. Fukuyama, "Practical equipment models for fast distribution power flow considering interconnection of distributed generators", *Proceedings of Power Engineering Society Summer Meeting*, Vol. 2, pp. 1007-1012, 2001.
- [6] W. F. Tinny and C. E. Hart, "Power flow solution by Newton's method", *IEEE Trans.*, PAS-86, pp. 1449-1456, 1967.