

## 시간 지연 이득 계획 제어와 자기 부상 시스템에의 응용

성호경, 조정민, 조흥제, 김동성  
한국기계 연구원

### A Time Delay-Based Gain Scheduled Control and It's Application to Electromagnetic Suspension System

Ho-Kyong Sung, Jeong-Min Jho, Heung-Jae Cho, Dong-Sung Kim  
Korea Institute of Machinery & Materials

**Abstract** - This paper proposes a gain scheduled control technique using time-delay for the nonlinear system with plant uncertainties and unexpected disturbances. The time delay-based gain scheduled control depends on a direct estimation of a function representing the effect of uncertainties. The information from the estimation is used to cancel the unknown dynamics and the unexpected disturbances simultaneously. The proposed estimation scheme with a finite convergence time is formulated in order to estimate the unknown scheduling variable variation. In other words, the time delay-based gain scheduled control uses the past observation of the system's response and the control input to directly modify the control actions rather than to adjust the controller gains or to identify system parameters. It has a simple structure so as to minimize the computational burden. The benefits of this proposed scheme are demonstrated in the simulation of an electromagnetic suspension system with plant uncertainties and external disturbances, and the proposed controller is compared with the conventional state feedback controller.

#### 1. 서 론

이득계획제어 기법은 제어기의 이득이 고정되어 원하는 결과를 내지 못하는 경우 여러 응용사례에서 이용되어져 왔다[1]-[4]. 그러나 이러한 방식들은 시스템의 계수가 상수이거나, 충분히 천천히 변화하는 시변 계수를 갖는 시스템이어야 하는 한계점을 가지고 있다. 최근, 비교적 빠르게 변화하는 시변 계수를 가진 시스템의 경우에도 제어성능을 향상시키기 위해서 [5]-[6]과 같이 미분 정보를 이용하는 방법들이 제안되었다. 또한, 적합된(matched) 불확실성과 부적합된(mismatched) 불확실성에 대한 제어기 설계 방법을 [7]-[9]에서 제시하고 있다. 그리고, [10]-[11]은 공칭 점에서  $k$  차 근사화에 대한 개념을 소개하였는데, 이 개념의  $k$  차수 강인 제어법칙은 시변 계수를 갖는 불확실한 비선형 시스템에 이용되었다. 더 최근에는 안정성과 강인성 관점에서 불확실성을 갖는 플랜트에서의 추적 제어 문제를 해결하기 위한 더 효과적인 설계방법으로  $H_\infty$  제어가 연구되어지고 있다. 부가적으로,  $H_\infty$  제어이론과 이득 계획 제어의 결합은 제어기 설계에 많은 기여를 하고 있다[12]-[15]. 선형 시스템에서의  $H_\infty$  이득 계획 제어기의 이용은 직접적인 운전점에서 강인성을 보장할 수 있음을 보인다. 그러나, 많은 실제적인 문제에서, 시스템의 어떤 계수들은 정확하게 정의하기가 매우 어렵거나, 시스템이 동작하는 실제의 환경에서 예측하지 못하는 상황으로 변한다. 이러한 경우에 일반적인 고정 이득 제어는 전체 동작 범위에서 만족할 만한 성능을 기대하기 어렵다. 때문에, 몇 가지 진보된 제어 기법들이 이러한 시스템을 위

해서 개발되었는데, 그 중 하나가 시간 지연 제어이다 [16]-[19]. 따라서 본 논문에서는 시간 지연에 근거하는 계획 변수 추정기와 불확실한 계수 및 외부 외란을 갖는 비선형 시스템을 위한 시간 지연 이득 계획 제어를 제안한다. 제안된 시간지연 이득 계획 제어기는, 불확실성을 직접 추정하고, 이 추정된 정보는 미지의 동특성과 외부 외란을 동시에 제거하는데 사용된다. 또한 유한 수렴시간을 갖는 계획 변수 추정기는 미지의 계획 변수 변화를 추정하기 위하여 제안되었다.

그 응용사례로, 자기부상 열차(Maglev)에 적용하여 그 성능을 조사한다. 자기부상 열차는 개 루프 불안정 시스템일 뿐만 아니라 높은 비선형 특성을 갖는다. 또한 자기부상 시스템은 레일의 불규칙성과 레일의 이음매 의한 외부 공극 외란을 가진다. 그러나 이러한 자기부상열차는 소음 진동 및 유지보수의 잇점을 가지고 있어 차세대 교통수단으로 다가오고 있다. 자기부상열차의 선로에서의 레일 이음매와 레일의 불규칙성은 부상상태의 공극 오차를 크게 하여 때로는 시스템을 불안정하게 한다. 때문에 자기부상열차에서 공극 오차를 줄이는 것은 차량의 안정성과 승차감 개선 측면에서 매우 중요한 일이다. 특히 플랜트의 불확실성과 외부 외란은 시스템의 성능을 나쁘게 한다. 최근에, 이러한 점들을 해결하기 위하여 이득 계획[20]과 궤환 선형화 방법[21]-[22]을 사용하는 다양한 비선형 제어 방법들이 제안되었다. 궤환 선형화 방법[21]-[22]은 자기부상 시스템의 비선형 특성을 효과적으로 제거하지만, 미지의 부상하중의 변화와 외부 외란을 제거하는 데에는 약간의 한계점을 가지고 있다. 그러므로 여기서 제안된 시간 지연 이득 계획 제어기는 이득 계획 제어의 확장된 형태인데, 이 제어기를 부상 시스템에 적용하여 공극 외란과 부상력의 변화에 대해서 강인성을 보이고자 한다.

본 논문의 구성은 II장에서 제어기의 구조와 제어의 문제점에 대해서 정의하고, III장에서는 자기부상 시스템을 위한 강인 이득 계획 제어를 설계한다. 그리고 IV장에서는 일반적인 상태 궤환 제어기와 제안된 제어기를 시뮬레이션하여 비교 검토하고 V장에서 결론을 도출한다.

#### 2. 제어기 구조 및 제어 문제 정의

다음과 같이 기술되는 단일입력 단일출력 시스템을 고려해보자.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= H(x(t), w(t), u(t)) + \Delta H(t) \\ &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \\ f(x(t), w(t), u(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \Delta f(t) \end{bmatrix} \\ y(t) &= h(x(t)), \end{aligned} \tag{1}$$

여기서  $\mathbf{x}(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in R^n$  는 상태 변수 벡터,  $H(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t), u(t))$  는 비선형 시스템의 공칭모델,  $\Delta H(t)$  는 비선형 시스템의 불확정성 부분,  $y(t) \in R$  는 시스템의 출력,  $u(t) \in R$  는 플랜트의 입력이고,  $w(t) \in R$  는 계획 변수이다. 그리고, 함수  $f$  와  $h$  는 임의의 시간에서 연속적으로 미분 가능하다. 또한  $\Delta f(t)$  는 플랜트의 불확정성을 표현한다. 다시 (1)식의 핵심부분을 정리하면 (2)식으로 쓸 수 있다.

$$\dot{x}_n(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t), u(t)) + \Delta f(t) \quad (2)$$

$\Delta f(t) = 0$  이면, 불확정성이 없는 비선형 시스템으로 제어 법칙은 (3)식으로 주어진다 고 하자.

$$\bar{u}(t) = k(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t)) \quad (3)$$

여기서  $k$  는 연속미분 가능한 함수이다. 계획 변수가  $w(t) = w$  인 경우 페루프 시스템은  $y(t) = y(w)$  으로 주어지는 일정한 출력의 동작점을 가져야 한다. 따라서,  $y(t) = r$  인 경우는 각각의 동작점에서 선형화 된 페루프 시스템이며 점근적으로 안정하여야 한다. 즉, 시스템의 출력이 기준입력을 추종하여야 한다. 여기서  $w$  은 일정한 크기의 계획변수 이고,  $r$  은 고정된 기준입력이다. 페루프 시스템의 일정한 동작점이 존재하기위해서 다음과 같은 가정 1이 필요하다.

**가정 1 :** 각각의  $w \in \Gamma$  인 경우, 아래와 같은 조건 (4)식과 (5)식을 만족하는 연속미분 가능한 함수  $\mathbf{x}(w)$  및  $u(w)$  가 존재한다[3].

$$0 = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(w)_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}(w)_n \\ f(\mathbf{x}(w), u(w), w) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$r = h(\mathbf{x}(w))$$

$$u(w) = k(\mathbf{x}(w), w) \quad (5)$$

여기서, 평형 궤적에서의 일정한 크기의 계획변수  $w$  을 가진  $\mathbf{x}(w)$  는 선형  $n \times 1$  상태 벡터이고,  $u(w)$  는 선형 플랜트 입력이다.

그리고 선형화 된 제어법칙의 계수는 다음과 같이 표시 할 수 있다.

$$K_1(w) = \frac{\partial k}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}(w), w)$$

$$K_2(w) = \frac{\partial k}{\partial w}(\mathbf{x}(w), w) \quad (6)$$

(5)식을  $w$  에 대해서 미분하면 (7)식으로 표현된다.

$$\frac{\partial u(w)}{\partial w} = K_1(w) \frac{\partial \mathbf{x}(w)}{\partial w} + K_2(w) \quad (7)$$

따라서, 식(5)를 만족시키기 위하여  $K_2$  는 (8)식으로 선정해야 한다.

$$K_2(w) = \frac{\partial u(w)}{\partial w} - K_1(w) \frac{\partial \mathbf{x}(w)}{\partial w} \quad (8)$$

따라서, 비선형 제어법칙은 (5)식과 (6)식으로부터 다음과 같이 정의할 수 있다. [3]

$$\begin{aligned} \bar{u}(t) &= k(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t)) \\ &= u(w) + K_1(w)(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(w)) \end{aligned} \quad (9)$$

그러나, (1)식과 같은 시스템은 불확정성 부분을 가지고 있다는 것에 주목해야 한다. 따라서, 이득 계획 방법을

사용하여 제어를 하는 동안 시간 지연 기법으로 불확정성 부분을 소거한다. 이러한 동작을 하는 제어기를 시간 지연 이득 계획 제어기라고 칭하고, 그 불확정성 부분은 (2)식으로부터 (10)식과 같이 다시 표현 할 수 있다.

$$\Delta f(t) = \dot{x}_n(t) - f(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t), u(t)) \quad (10)$$

첫째, 현재시간  $t$  에서  $\Delta f(t)$  는 매우 작은 시간 지연을 갖는  $t-L$  에서의  $\Delta f(t-L)$  와 매우 유사하다고 하면 (11)식으로 표현 할 수 있다. [17]

$$\hat{\Delta f}(t) \equiv \Delta f(t-L) \quad (11)$$

그러면, (10)식과 (11)식으로부터 불확정성 요소는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{\Delta f}(t) \equiv \dot{x}_n(t-L) - f(\mathbf{x}(t-L), \mathbf{w}(t-L), u(t-L)) \quad (12)$$

둘째, 시간 지연을 이용하여 계획 변수  $\hat{w}(t-L)$  를 추정하자. (10)식으로부터 (13)식과 같이 다시 표현 할 수 있다.

$$f(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t), u(t)) = \dot{x}_n(t) - \Delta f(t) \quad (13)$$

(13)식의 좌변을 공칭점(nominal point)에서 테일러 급수로 전개하여 근사화 하면 (14)식으로 표현된다.

$$f(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t), u(t)) \equiv f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0) + A\mathbf{x}_\delta + \alpha w_\delta + bu_\delta \quad (14)$$

여기서

$$A = \left[ \frac{\partial f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0)}{\partial \mathbf{x}} \right]$$

$$\alpha = \frac{\partial f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0)}{\partial w}$$

$$b = \frac{\partial f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0)}{\partial u}$$

이고,  $\mathbf{x}_0, w_0, u_0$  는 공칭점,  $\mathbf{x}_\delta, w_\delta, u_\delta$  는 다음과 같이 정의 되는 충분히 작은 값들이다.

$$\mathbf{x}_\delta = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0$$

$$w_\delta = w(t) - w_0$$

$$u_\delta = u(t) - u_0$$

$\alpha \neq 0$  인 경우,  $w(t)$  는 (14)식으로부터 (15)식과 같이 계산 한다.

$$\begin{aligned} w(t) &\equiv \alpha^{-1} \{ f(\mathbf{x}(t), \mathbf{w}(t), u(t)) - f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0) - A\mathbf{x}_\delta - bu_\delta \} + w_0 \\ &= \alpha^{-1} \{ \dot{x}_n(t) - \Delta f(t) - f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0) - A\mathbf{x}_\delta - bu_\delta \} + w_0 \end{aligned} \quad (15)$$

또한, (11)식을 이용하여, 추정된 계획 변수  $\hat{w}(t)$  는 (16)식으로 얻어진다.

$$\begin{aligned} \hat{w}(t) &\equiv \alpha^{-1} \{ \dot{x}_n(t) - \Delta f(t-L) - f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0) - A\mathbf{x}_\delta - bu_\delta \} + w_0 \\ &= \alpha^{-1} \{ \dot{x}_n(t) + f(\mathbf{x}(t-L), \mathbf{w}(t-L), u(t-L)) - \dot{x}_n(t-L) \\ &\quad - f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0) - A\mathbf{x}_\delta - bu_\delta \} + w_0 \end{aligned} \quad (16)$$

실제적으로, 현재 시간  $t$  에서의  $\hat{w}(t)$  은 현재시간  $t$  의 정보를 사용할 수 없다. 그러므로, 매우 작은 시간 지연을 갖는  $t-L$  에서의  $\hat{w}(t-L)$  는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{w}(t-L) &\equiv \alpha^{-1} \{ \dot{x}_n(t-L) + f(\mathbf{x}(t-2L), \mathbf{w}(t-2L), u(t-2L)) - \dot{x}_n(t-2L) \\ &\quad - f(\mathbf{x}_0, w_0, u_0) - A\mathbf{x}_\delta - bu_\delta \} + w_0 \end{aligned} \quad (17)$$

(1)식과 같이 위상변수(phase variable) 형태로 기술되는 시스템은 매칭조건(matching condition)을 만족한다. 따라서, 불확정성 요소와 어떤 입력  $\Delta u(t)$  는 동시에 같은 위치에 존재하므로 불확정성 요소를 제거하기 위한 어떤 입력  $\Delta u(t)$  는 (18)식으로 표현 된다.

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= -\Delta f(t-L) \\ &= f(\mathbf{x}(t-L), \hat{w}(t-L), u(t-L)) - \dot{x}_n(t-L) \end{aligned} \quad (18)$$

그러면, 시간 지연 이득 계획 제어기는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \bar{u}(t) + \Delta u(t) \\ &= u(w) + K(w)(\mathbf{x} - \mathbf{x}(w)) - x_n(t-L) + f(\mathbf{x}(t-L), \hat{w}(t-L), u(t-L)) \end{aligned} \quad (19)$$

이 시간 지연 이득 계획 제어기의 블록도를 그림 1에 보였다.

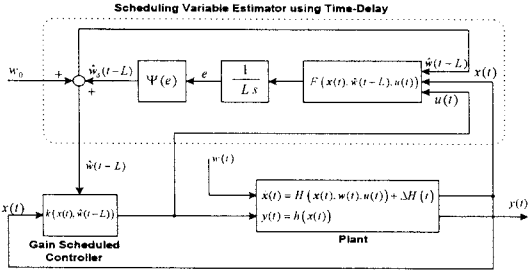


그림 1. 시간 지연 이득 계획 제어기의 블록도  
Figure 1. Block diagram of system with time delay-based gain scheduled control

그림 1에서와 같이 추정된 계획 변수  $\hat{w}(t-L)$ 은 제어기의 제어법칙  $u(t)$ 를 조절한다. 그러므로  $\hat{w}(t-L)$ 이 적절하게 추정되는지를 알아야 한다. 추정된 계획변수  $\hat{w}(t-L)$ 이  $w(t)$ 로 수렴하는 지를 알아보기 위해서 다음과 같은 정리1를 제안하고, 그 수렴조건을 증명한다.

**정리 1 :**  $w(t) \in \Gamma$ 에 대한 계획변수  $w(t)$ 는 제어기  $k(x(t), w(t))$ 를 조절한다. 가장 1조건하에서 오차함수 (20)식의  $e(t)$ 가  $L \rightarrow \varepsilon$  일 때  $e_w$ 가 성립하면  $\hat{w}(t-L)$ 은  $w(t)$ 로 수렴한다.

$$e(t) = \int_{t-L}^t F(x(\tau), \hat{w}(\tau), u(\tau)) d\tau \quad (20)$$

여기서 오차 동특성식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= F(x, \hat{w}, u) \\ &= \sum_{i=1}^n |x(\hat{w}) - x|_i + |u(\hat{w}) - u| \end{aligned} \quad (21)$$

증명 : (17)식으로부터 추정된 값  $\hat{w}$ 이 존재하고,  $\hat{w}_s$ 는  $w_s = w - w_0$ 의 추정된 값이다. 그러면  $\hat{w} = w_0 + \hat{w}_s$ 라고 놓을 수 있고  $\hat{w} = w_0$ 에서 테일러 급수를 이용하여 전개하면,

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \sum_{i=1}^n |x(\hat{w}) - x|_i + |u(\hat{w}) - u| \\ &= \sum_{i=1}^n |x(w_0) - x|_i + |u(w_0) - u| - \left\{ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial x(w_0)}{\partial \hat{w}} \right)_i \hat{w}_s + o(\hat{w}_s) \right\} \\ &= F(x, w_0, u) - D \hat{w}_s + o(\hat{w}_s) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서

$$\begin{aligned} F(x, w_0, u) &= \sum_{i=1}^n |x(w_0) - x|_i + |u(w_0) - u| \\ D &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial x(w_0)}{\partial \hat{w}} \right)_i + \frac{\partial u(w_0)}{\partial \hat{w}} \end{aligned}$$

계획변수 추정기를 구성하기 위해서, 다음과 같은 조건을 만족하도록  $\hat{w}_s$ 의 추정 법칙을 제한한다. 여기서  $k > 0$  이다.

$$\hat{w}_s = \Psi(e) = \frac{k}{D} e \quad (23)$$

(23)식의  $\hat{w}_s = w_s$ 이면,

$$e_w = \Psi^{-1}(w_s) = \frac{D}{k} w_s \quad (24)$$

이고, 여기서  $\lim_{L \rightarrow \infty} e(t) = e_w$ 이다.

$\lim_{L \rightarrow \infty} e(t) = e_w$ 임을 확인하기 위하여, 리아프노프

(Lyapunov) 함수  $V = \frac{1}{2}(e - e_w)^2$ 를 미분 한다. 그러면 (22)식과 (23)식을 이용하여 (25)식을 얻는다.

$$\dot{V} = (e - e_w)\dot{e} = -(e - e_w)(e - \zeta(e)) \quad (25)$$

여기서  $\zeta(e) = F(x, w_0, u) + o(\hat{w}_s)$ 이다.

$e_w - \zeta(e_w) = 0$ 인 사실로부터 다음 관계식 (26)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} e - \zeta(e) &> 0 \text{ for } e > e_w \\ e - \zeta(e) &< 0 \text{ for } e < e_w \end{aligned} \quad (26)$$

그림 2에서 나타난 바와 같이 (26)식의 조건은  $e_w$ 의 부호와는 관계없이 항상 만족한다. 그러므로 (26)식을 이용하여  $\dot{V} < 0$ 은 (25)식의  $e \neq e_w$ 인 경우 항상 만족한다는 사실로부터 (23)식의 추정법칙을 포함한 오차함수  $e$ 는  $e_w$ 로 수렴한다. 따라서  $\lim_{L \rightarrow \infty} e(t) = e_w$ 과  $\lim_{L \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0$ 이므로, (21)식에서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} F(x, \hat{w}, u) &= \sum_{i=1}^n |x(\hat{w}) - x|_i + |u(\hat{w}) - u| = 0 \\ \lim_{L \rightarrow \infty} e(t) - e_w &= \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{t-L}^t F(x, \hat{w}, u) - F(x, w, u) d\tau \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} \int_{t-L}^t \omega(\tau) d\tau = 0 \end{aligned}$$

따라서  $\lim_{L \rightarrow \infty} (x(\hat{w}) - x, u(\hat{w}) - u) = (0, 0)$ 이 된다. 결과적으로, 점근적 추적은  $(x(\hat{w}), u(\hat{w})) = (x(w), u(w))$ 를 만족하고,  $(x(t), u(t))$ 는  $w \in \Gamma$ 에 대해서 역함수가 존재하므로  $\hat{w}$ 는  $w$ 으로 수렴한다.

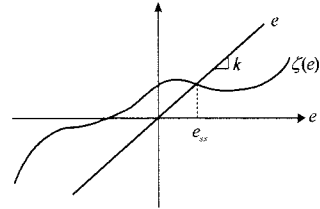


그림 2.  $e_w$ 의 결정  
Figure 2. Determination of  $e_w$ .

### 3. 자기부상열차를 위한 시간지연 이득 계획 제어기설계

본 절에서는 단일 자유도를 갖는 자기부상 시스템에 제안된 제어기를 적용하고자 한다. 이 자기부상 시스템은 상전도 자기부상 시스템으로 모델은 그림 3과 같다. 이 시스템의 상세한 이론은 [24]에서 다루고 있다. 그리고, 실제의 자기부상 시스템은 레일의 불규칙성과 레일 사이의 이음매부분을 가지고 있다. 이 시스템에서 전자석코일에 의한  $z$  방향의 흡인력은 (27)식으로 주어진다.

$$F(z(t), i(t)) = -\frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left( \frac{i(t)}{z(t) - w(t)} \right)^2 + mg + \Delta f(t) \quad (27)$$

$$G(x)G(x)^T = G(x)(G(x)) \quad (28)$$

그러면, 부상 시스템의 개 루프 상태방정식은 (28)식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{\mu_0 N^2 A}{4m} \left( \frac{u(t)}{x_1(t) - w(t)} \right)^2 + g + \frac{1}{m} \Delta f(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned} \quad (28)$$

여기서  $x_1(t)$ 은 수직방향 공극  $z(t)$ 이고,  $x_2(t)$ 는 수직방향 속도  $\dot{z}(t)$ 이고,  $u(t)=i(t)$ 는 플랜트 입력으로 전자석의 전류이다. 그리고  $w(t)$ 는  $\|w(t)\| < \|z(t)\|$ 를 만족하는 공극 외란이고,  $m$ 은 전체의 부상중량,  $N$ 은 전자석 코일의 권선수,  $A$ 는 전자석의 유효 단면적,  $\mu_0$ 는 공기중의 투자율,  $\Delta f(t)$ 는 부상력 변화에 기인한 시스템의 불확실성이다.  $g$ 는 중력가속도,  $y$ 는 플랜트모델의 출력이다.

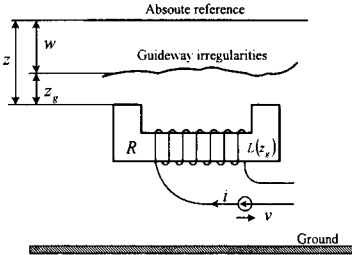


그림 3 실제의 전자석-레일 구조  
Figure 3. Real electromagnet-track configuration

공칭 점에서  $x(w_0), u(w_0)$  및  $y(w_0)$ 은 (29)식으로 계산된다.

$$\begin{aligned} x(w_0) &= \begin{bmatrix} w_0 + \frac{N}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 A}{mg}} u(w_0) & 0 \end{bmatrix}^T \\ u(w_0) &= \frac{2(r-w_0)}{N} \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 A}} \\ y(w_0) &= r \end{aligned} \quad (29)$$

선형화 된 시스템 계수는 다음식으로 계산된다.

$$\begin{aligned} A(w_0) &= \frac{\partial f(x(w_0), u(w_0), w_0)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2g & 0 \\ r-w_0 & 0 \end{bmatrix} \\ b(w_0) &= \frac{\partial f(x(w_0), u(w_0), w_0)}{\partial u} = \frac{N}{(w_0-r)} \sqrt{\frac{\mu_0 A g}{m}} \\ C(w_0) &= \frac{\partial h(x(w_0))}{\partial x} = [1 \quad 0] \end{aligned} \quad (30)$$

시간 지연을 사용한 계획 변수는 (17)식에 의해서 추정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{w}(t-L) &= \frac{w_0 - x_{10}}{2g} \{ \dot{x}_2(t-L) + f(x(t-2L), \hat{w}(t-2L), u(t-2L)) \\ &\quad - \dot{x}_2(t-2L) + \frac{\mu_0 N^2 A}{4m} \left( \frac{u_0}{x_{10} - w_0} \right) - \frac{2g}{x_{10} - w_0} (x_1(t-L) - x_{10}) \\ &\quad - \frac{N}{w_0 - x_{10}} \sqrt{\frac{\mu_0 A g}{m}} (u(t-L) - u_0) \} + w_0 \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 공칭점에서  $x_0$ 는  $r$ ,  $w_0$ 는  $0$ ,  $u(w_0)$ 는  $\frac{2r}{N} \left( \frac{mg}{\mu_0 A} \right)^{0.5}$ 이다. 그러면, 시간 지연 이득 계획 제어법칙은(19)식으로부터 (32)식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{2(r-w_0)}{N} \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 A}} + \frac{(r-w_0)}{N} \sqrt{\frac{m}{\mu_0 A g}} (\lambda^2 + \frac{2g}{r-w_0}) x_1(t-r) \\ &\quad + \frac{2\lambda(r-w_0)}{N} \sqrt{\frac{m}{\mu_0 A g}} x_2(t) - \dot{x}_2(t-L) + f(x(t-L), \hat{w}(t-L), u(t-L)) \end{aligned} \quad (32)$$

비교를 위해서, 일반적인 상태 궤환 제어법칙은 (33)식으로 표현된다.

$$u(t) = \frac{2r}{N} \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 A}} + k_1(x_1(t)-r) + k_2 x_2(t) + k_3 \dot{x}_2(t) \quad (33)$$

여기서,  $k_1$ ,  $k_2$  및  $k_3$ 는 상태 궤환 제어기의 궤환 이득을 표시한다.

#### 4. 시뮬레이션 및 검토

자기부상 시스템에서의 공극 외란과 부상력의 변화가 작용할 경우에 논문에서 제안한 제어기의 성능을 확인하기 위해서 다음의 같은 조건으로 시뮬레이션 한다.

$$F(z(t), i(t)) = -\frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left( \frac{i(t)}{z(t)-w(t)} \right)^2 + mg + \Delta f(t)$$

$$\text{여기서 } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [H/m], \quad N = 660, \quad A = 0.04 [m^2],$$

$$g = 9.8 [m/sec^2]$$

공극 외란은 주기적인 외란과 랜덤 잡음을 포함한 불규칙적인 외란으로  $w(t) < Max. \pm 10 [mm]$ 이고, 자기부상 시스템의 부상력의 변화는  $\Delta f(t) = mg(0.1 \sin 5t + 1) [N]$ 으로 가해졌다. 여기서  $m = 300 [kg]$ 이다.

일반적인 상태 궤환 제어기의 제어기 이득은  $k_1 = 1000, k_2 = 100, k_3 = 1$ 로 선정 하였다.

일반적인 상태 궤환 제어기와 시간 지연 이득 계획 제어기의 고유치는  $\lambda_1 = \lambda_2 = -5.5$ 이고, 시간 지연은  $0.001 [sec]$ 이다.

시뮬레이션은 MATLAB을 사용하여 수행하였다. 일반적인 상태 궤환 제어기와 시간 지연 이득 계획 제어기의 시스템 성능의 비교를 그림 4와 그림 5에 보였다. 시뮬레이션 방법은 첫째, 실제 공극 외란이 시스템에 인가되었을 때 제안된 계획변수 추정기에 의한 공극 외란의 추정성능을 확인하는 것이고, 둘째, 이 추정된 공극 외란을 제어기의 계획변수로 이용하여 제어한 결과 제어기의 성능을 확인하는 것이다. 시뮬레이션 결과에서 나타난 바와 같이 시간지연을 이용한 계획변수 추정기는 실제로 인가된 공극 외란을 어느정도는 잘 추종하고 있음을 보이고 있다. 또한, 일반적인 상태 궤환 제어기는 공극 외란과 부상력의 변화등의 시스템의 불확정성을 제거하지 못하는 반면, 제안된 시간 지연 이득 계획제어기는 시스템의 불확정성을 크게 제거하는 효과가 있음을 나타내고 있다. 따라서, 제안된 시간 지연 이득 계획 제어기는 불규칙한 공극 외란 및 규칙적인 공극 외란에 상관없이 기존의 상태 궤환 제어기보다 더 좋은 제어성능을 가지고 있음을 나타내고 있다.

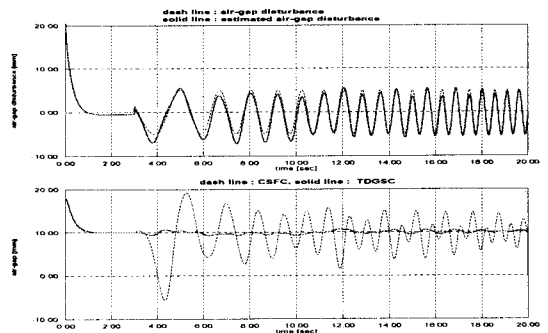


그림 4 규칙적인 공극 외란과 부상력의 변화에 대한 상태 궤환 제어기(CSFC)와 시간 지연 이득 계획 제어기(TDGSC)의 성능 비교

Figure 4. CSFC and TDGSC against regular air-gap disturbance and lift force variation

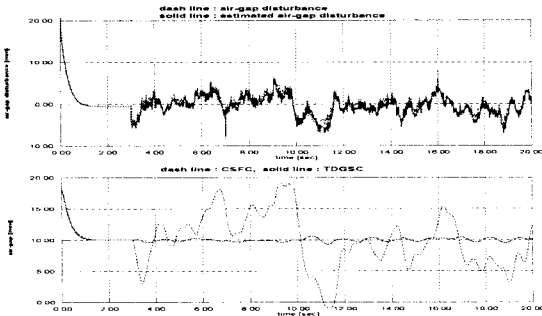


그림5. 불규칙적인 공극 외란과 부상력의 변화에 대한 상태 제한 제어기(CSFC)와 시간 지연 이득 계획 제어기(TDGSC)의 성능 비교

Figure 5. CSFC and TDGSC against irregular air-gap disturbance and lift force variation

## 5. 결 론

지금까지 비선형 불확실성 시스템에서의 시간 지연 이득 계획 제어기를 제안하고, 자기부상 시스템에 적용에 대하여 연구하였다. 이 제안된 제어기는 비선형 불확실성을 가진 시스템에 강인한 제어특성을 보여준다. 시간 지연을 이용한 계획변수 추정기를 제안하고, 추정된 계획변수가 유한 시간 내에 실제의 계획변수로 수렴함을 증명하였다. 또한, 추정된 계획변수가 실제의 계획 변수로 잘 추종함을 시뮬레이션으로 확인하였다. 이 추정된 계획변수를 시간 지연 이득 계획 제어기에 이용하여 공극 외란과 동적인 부상력의 변화가 존재하는 시스템에 적용한 결과 기존의 상태 제한 제어기 보다 공극 외란과 동적인 부상력의 변화에 대하여 우수한 제어 특성을 보였다. 그러나 제안된 제어기의 응용 범위는 비선형 단일 입력 단일 출력 시스템이고 위상 변수형태를 가진 경우에 사용 할 수 있다.

## [참 고 문 헌]

- [1] J. Huang and W. J. Rugh, "On a nonlinear multivariable servomechanism problem", *Automatica*, vol. 26, no. 6, pp. 963-972, 1990.
- [2] J. Huang and W. J. Rugh, "Stabilization on zero-error manifolds and the nonlinear servomechanism problem", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, No. 7, pp. 1009-1013, 1992.
- [3] W. J. Rugh, "Analytical framework for gain scheduling", *IEEE Contr. Sys. Mag.*, vol. 11, no. 1, pp. 79-84, 1995.
- [4] I. Kaminer, A.M. Pascoal, P. P. Khargonekar, and E. E. Coleman, "A velocity algorithm for the implementation of gain-scheduled controllers", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, no. 7, pp. 1009-1013, 1992.
- [5] N. Sureshbabu and W. J. Rugh, "Output regulation with derivative information", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, no. 10, pp. 1755-1766, 1995.
- [6] S.-H. Lee and J.-T. Lim, "Fast gain scheduling on tracking problems using derivative information", *Automatica*, vol. 33, pp. 2265-2268, 1997.
- [7] Y. H. Chen, "A new matching condition for robust control design", *Proc. American Control Conf.* San Francisco, California, pp. 122-126, 1993.
- [8] M. P. Glazos and S. H. Zak, "Practical stabilization of nonlinear/uncertain dynamic systems with bounded controllers", *Int. J. Control*, vol. 62, no. 1, pp. 153-171, 1995.
- [9] S.-H. Lee and J.-T. Lim, "Locally robust gain scheduling in nonlinear systems with uncertain time varying inputs", *Int. J. of Systems Science*, vol. 28, no. 6, pp. 587-593, 1997.
- [10] J. Huang and W. J. Rugh, "An approximation method for the nonlinear servomechanism problem", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, no. 9, pp. 1395-1398, 1992.
- [11] J. Huang, "Asymptotic tracking and disturbance rejection in uncertain nonlinear systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, no. 6, pp. 1118-1122, 1995.
- [12] R. A. Nichols, R. T. Reichert, and W. J. Rugh, "Gain scheduling for H-infinity controllers: A flight control example", *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 1, 2, pp. 69-79, 1993.
- [13] A. Helmersson, "Application of real- $\mu$  gain scheduling", *Proc. Of the 35th Conf. Dec. and Contr.*, Kobe, Japan, pp. 1666-1671, 1999
- [14] P. Apkarian and P. Gahinet, "A convex characterization of gain-scheduled  $H_\infty$  controllers", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, no. 5, pp. 853-864, 1995.
- [15] W. W. Lu and G. J. Balas, "Robust, gain-scheduled control design of a lightly damped plant", *Proc. Of the 34th Conf. Dec. and Contr.*, New Orleans, LA, pp. 2694-2695, 1995.
- [16] I.H. SUH and Z. BIEN, "Proportional Minus Delay Controller", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.24, no.2, pp.370-372, 1979.
- [17] K. Youcef-Toumi. And O. Ito, "A Time Delay Controller for Systems with Unknown Dynamics", *ASME Journal Of Dynamic Systems, Measurement, and Control.*, vol. 112, pp. 133-142, 1990.
- [18] P. H. Chang, D. S. Kim and K. C. Park, "ROBUST FORCE/POSITION CONTROL OF A ROBOT MANIPULATOR USING TIME-DELAY CONTROL", *Control Engineering Practice.*, vol. 3, no. 9, pp. 1255-1264, 1995.
- [19] T. C. Hsia and L. S. Gao, "Robot Manipulator Control Using Decentralized Time-Invariant Time-Delayed Controller", in *Proc. Of IEEE int. Conf. Robotics and Automation.*, pp. 1070-1075, 1990.
- [20] C. Y. Kim and K. H. Kim, "Gain scheduling control of magnetic suspension systems", in *Proc. Amer. Contr. Conf.*, June, pp.3127-3131,1994.
- [21] Y.-S. Lu and J.-S. Chen, "design of a perturbation estimator using the theory of variable-structure systems and its application to magnetic suspension systems," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 42., pp 281-289, 1995.
- [22] S. J. Joo and J. H. Seo, "Design and analysis of the nonlinear feedback linearizing control for an electromagnetic suspension system", *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 5, no. 1, pp. 135-144, 1997.
- [23] D. L. Trumper, S. M. Olson, And P.K. Subrahmanyam, "Linearizing control of magnetic suspension systems", *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 5, no. 4, pp. 427-438, 1997.
- [24] P. K. Sinha, *Electromagnetic Suspension: dynamics and control*, Peter Peregrinus Ltd., London, 1987