

2중 Tent 사상의 분기트리를 이용한 카오스 랜덤 수 발생기

김종남^o, 김준형[”], 정영국^{***}, 임영철^{*}

^{*}전남대 전기공학과, [”](주)한국3M 기술연구소, ^{***}대불대 컴퓨터정보공학부

A Chaos Random Number Generator based on the Bifurcation Tree of Double Tent Mapping

^{*}J.N. Kim, [”]J.H. Kim, ^{***}Y.G. Jung, ^{*}Y.C. Lim

^{*}Chonnam National University, [”]3M Korea, ^{***}Daebul University

Abstract - 본 연구에서는 카오스 2중 Tent 사상에 의한 랜덤 주파수 캐리어 발생기를 제안하고 있다. 제안된 방법은 2중 텐트사상의 분기트리(Bifurcation Tree)에서 카오스 발생 영역인 $\lambda=0.99$ 을 이용하여 랜덤 수를 발생시키고 있다. 제안된 방법과 종전의 LCG(Linear Congruential Generator)에 의한 방법의 고조파 스펙트럼을 실험에 의하여 비교 검토하였다.

1. 서 론

전력전자 회로의 출력을 제어하기 위해 사용되고 있는 확정적 주파수의 스위칭은 전력 변환시 잡음 전력을 특정 주파수에 집중시켜서 전자기적 잡음과 가청 소음을 유발하게 한다. 또한, 시스템의 직류 링크 단에 고조파 전류를 발생함으로써 전원 측에 EMI를 발생하기도 한다. 특정 주파수의 스펙트럼 스파이크를 제거하기 위하여 최근, 비 확정적 스위칭 또는 랜덤 스위칭이 연구되고 있다[1,2].

랜덤 스위칭을 위해서는 랜덤 수 발생이 선행되어야 하며 LCG[3,4]가 보편적으로 많이 사용되고 있다. 이 방법은 랜덤 수를 빠르게 발생할 수 있으나 초기치들 사이에 서로의 제약 조건이 존재하며, 만약 초기치를 부적절하게 선택하는 경우에는 주기성을 갖는 랜덤 수가 발생하기 때문에 초기치 선정에 신중해야 한다[4].

본 연구에서는 종전의 LCG 대신에 카오스[5-10] 특성을 갖는 2중 Tent 사상을 이용하여 랜덤 수를 발생하는 기법을 제안하였다. 2중 Tent 사상에 의한 랜덤 수 발생은 카오스 영역인 $\lambda=0.99$ 에서 2중 Tent 사상의 분기트리(Bifurcation Tree)를 이용하고 있다. 이 방법은 LCG에 비해 우선 수식이 매우 간단하며, 발생된 랜덤 수를 0과 1사이의 수로 변환하기 위한 단계가 없고, 안정된 1개의 초기치와 제어변수로 다양한 카오스 랜덤 수를 발생할 수 있다.

카오스 랜덤 수의 발생을 위하여 80C196 마이크로 콘트롤러가 사용되었다. 카오스 랜덤 수는 80C196 외부에 있는 MAX038에 의하여 랜덤 주파수의 삼각파 캐리어를 실시간적으로 발생한다. 제안된 카오스 방식과 종전의 LCG 방식에 의한 랜덤 캐리어 고조파 스펙트럼을 비교 하였으며, 제안된 방법은 발산의 우려가 없는 간단한 수식만으로도 종전의 방법과 동일한 정도의 고조파 스펙트럼의 분산을 구현할 수 있었다.

2. 이 론

카오스 2중 Tent 사상은 0과 1사이에서 존재하는 초기치 X_0 와 비선형성 조절변수 λ 에 의하여 x_{n+1} 을 발생하며, 이

때 x_{n+1} 과 x_n 는 다음과 같은 비선형적인 Tent 관계가 있다.

$$X_{n+1} = \lambda(1 - 4 | X_n - \frac{1}{4} |) \quad (0 < X_n < \frac{1}{2}) \quad (1)$$

$$X_{n+1} = \lambda(1 - 4 | X_n - \frac{3}{4} |) \quad (\frac{1}{2} \leq X_n < 1)$$

(1)은 (2)와 같이 구간 별로 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= 4\lambda X_n && \text{if } 0 < X_n < \frac{1}{4} \\ X_{n+1} &= 4\lambda(0.5 - X_n) && \text{if } \frac{1}{4} \leq X_n < \frac{1}{2} \\ X_{n+1} &= 4\lambda(X_n - 0.5) && \text{if } \frac{1}{2} \leq X_n < \frac{3}{4} \\ X_{n+1} &= 4\lambda(1 - X_n) && \text{if } \frac{3}{4} \leq X_n < 1 \end{aligned} \quad (2)$$

그림 1은 2중 Tent 사상의 분기트리를 나타내고 있다. 초기상태 $\lambda=0.25$ 로부터, 카오스가 발생하기 시작하는 임계상태 $\lambda=\lambda_c=0.35$ 그리고 x_n 이 0과 1사이에서 모두 카오스가 나타나는 $\lambda=0.99$ 까지의 진화과정을 나타내고 있다. 그림 1을 보면 2중 Tent 사상은 매우 빠른 카오스 전이 과정을 가짐을 알 수 있다.

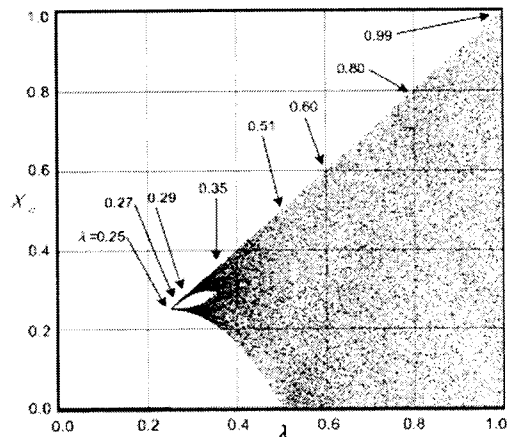


Fig.1 Bifurcation tree of the double tent mapping g with different λ

그림 2는 (1) 또는 (2)에 의하여 카오스 2중 Tent 사상의 x_{n+1} 과 x_n 의 관계를 나타내고 있다. $\lambda=0.25$ 인 한점

의 상태는 $\lambda=0.27$ 인 두 점의 상태로 전환되고 있으며 이는 또한 4개의 띠로 나타내어지는 $\lambda=0.29$ 인 상태로, 그리고 하나의 커다란 일차원 사상의 모습을 보이기 시작하는 $\lambda=0.35$ 인 상태로 바뀔을 알 수 있다. $\lambda=0.5$ 이 되면 $x_n=0.5$ 를 중심으로 좌측 Tent(①)가 완벽하게 생성되며, $\lambda=0.5$ 이상으로 진전하면서 우측 Tent(②)가 생성되기 시작하여 $\lambda=0.99$ 가 되면 완벽한 2중 Tent가 생성된다. 2중 Tent 사상은 λ 의 변화에 따라서 처음에는 안정한 고정점이 나타나다가, λ 가 커지면 카오스 상태로 진화한다. 그림 2에서 보는 바와 같이 초기 상태에서 0과 1 범위 내에서 카오스가 발생하는 양상이 Tent가 2개 있는 모습과 동일하기 때문에 2중 Tent 사상이라 한다.

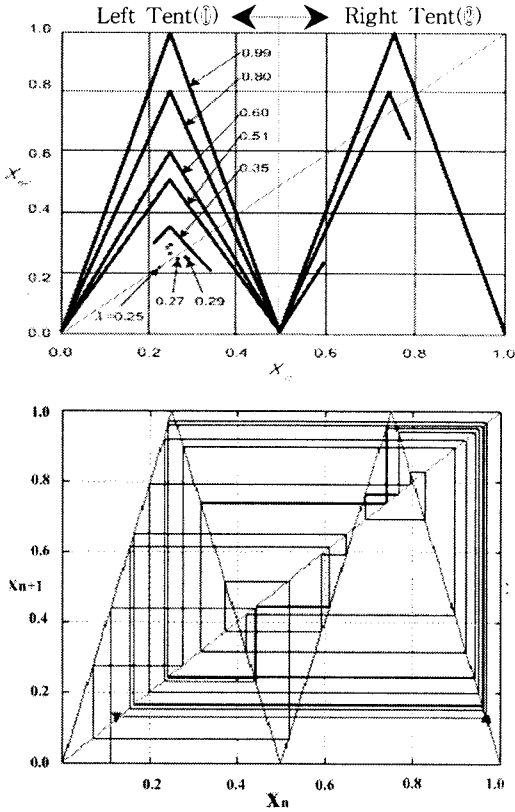


Fig.2 Double Tent mapping with different λ

3. 하드웨어 구성

그림 3은 본 연구에서 제안된 2중 Tent 사상을 이용하여 구현된 카오스 랜덤 주파수 캐리어 발생기를 보여 주고 있다. 80C196 마이크로 콘트롤러는 삼각파 캐리어의 주파수를 매 주기마다 결정하기 위해 $\lambda=0.99$ 의 분기 트리에 의하여 카오스 랜덤 수를 발생시킨다. 80C196은 소수점 연산이 불가능하므로 랜덤 값은 큰 수로 계산하여 복원하는 방법으로 unsigned long형($0 \sim 2^{32}$)이 사용되었다.

결국 D/A변환기로 출력되는 랜덤 값은 $0 \sim 2^7(0 \sim 127)$ 의 범위 내에 존재한다. D/A변환기에서 발생된 랜덤 수는 샘플 홀더로 작용하는 D래치, MAX038 주파수 변조기 및 비교기에 의하여 랜덤 캐리어의 경사도가 실시간적으로 구해진다. 이상에서 발생된 랜덤 삼각파 캐리어를 정현파 전압 지령치 신호와 비교하게 되면 전력전자 변환기를 위한 랜덤 PWM을 발생시킬 수 있다.

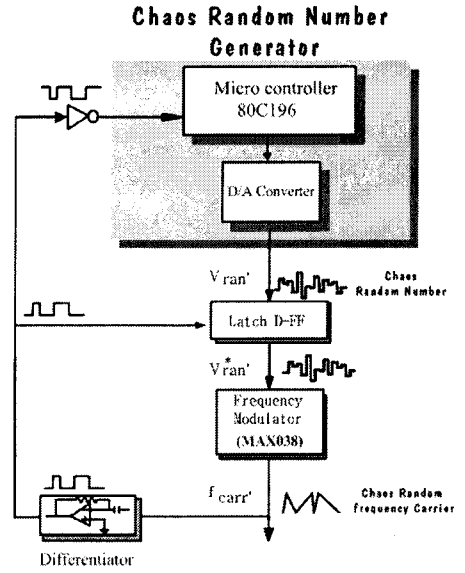
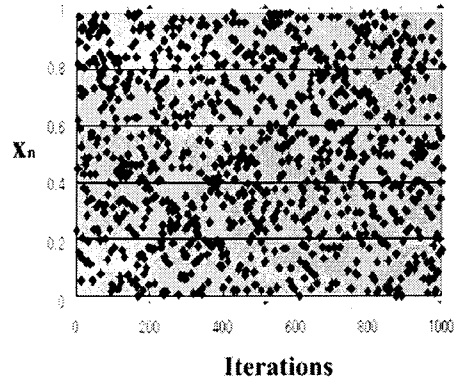


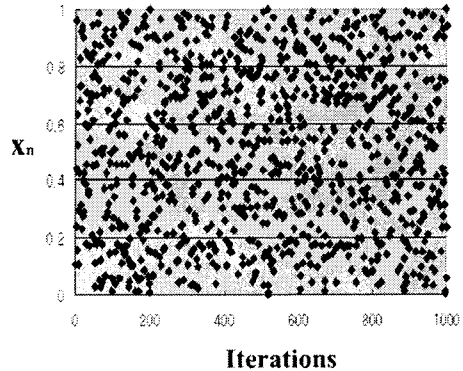
Fig.3 The experimental setup

4. 실험 결과 및 고찰

그림 3의 카오스 랜덤 수 V_{ran}' 을 종전의 LCG의 결과와 비교한 것을 그림 4에 나타내었다.



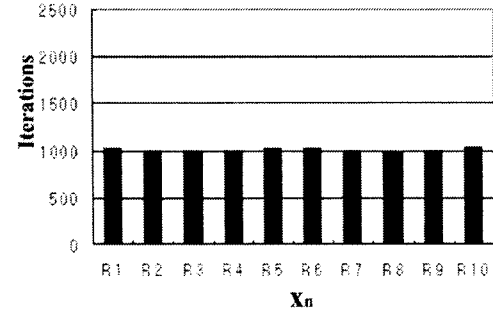
(a) LCG($i_a=106, i_c=1283, i_m=6075$)



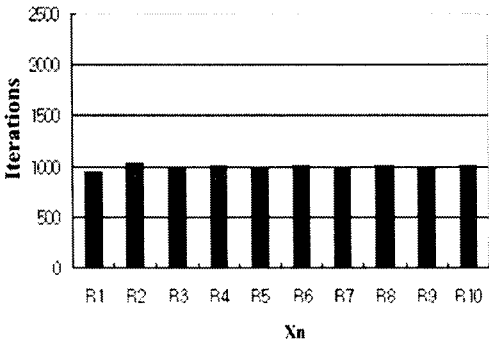
(b) Double Tent Mapping ($\lambda=0.99$)

Fig.4 Measured random number

두 방식 모두 0과 1사이에서 랜덤 수가 고루 발생함을 알 수 있다. 그림 5는 LCG와 제안된 방법을 이용한 0과 1사이의 랜덤 수 분포를 발생 횟수에 대하여 나타내었다. 역시 두 방식 모두 0과 1사이에서 랜덤 수가 고르게 발생하고 있다. 이 결과로부터 제안된 방법은 랜덤 수 발생기로서의 균일한 분포, 비 주기성, 랜덤 수의 발생 범위의 3가지 조건을 만족하고 있음을 알 수 있다.



(a) LCG ($i_a=106$, $i_c=1283$, $i_m=6075$)



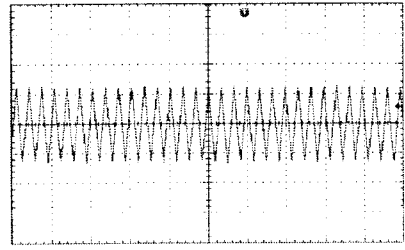
(b) Double Tent Mapping ($\lambda=0.99$)

Fig.5 Random number distribution

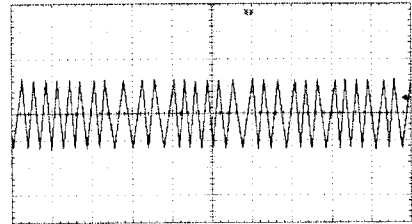
그림 6은 그림 4를 이용하여 변조지수 $M=0.95$ 의 조건 하에서 각 방식에 따라 삼각파 캐리어를 발생한 결과를 비교한 것이다. 우선 그림 6(a)는 3kHz 고정 주파수인 경우로서 삼각파의 매 주기는 일정함을 알 수 있다. 그림 6(b)-(c)는 스위칭 주파수 3kHz ± 1 kHz로 동작하는 LCG와 제안된 방법의 삼각파 캐리어를 나타내고 있다. 두 방식 모두 삼각파 주기가 랜덤하게 변하고 있음을 알 수 있다.

그림 7은 그림 6으로 나타낸 고조파 스펙트럼을 보이고 있다. 우선 그림 7(a)로 나타낸 3kHz 고정 주파수의 경우에는 3kHz 특정 주파수에 스펙트럼이 집중되고 있다. 이와 같이 특정 주파수에 집중된 고조파는 전력전자 변환기에 EMI나 스위칭 소음 등을 유발할 수 있다. 따라서 전체 고조파 에너지는 동일하면서 집중된 고조파를 광대역으로 분산하는 랜덤 주파수 캐리어가 요구된다. 그림 7(b)-(c)는 고조파 스펙트럼을 광대역으로 분산하기 위한 종전의 방법과 제안된 방법의 결과를 나타내고 있다. 두 방식 모두 3kHz의 중심 주파수에 대해 ± 1 kHz의 대역폭으로 분포되고 있다.

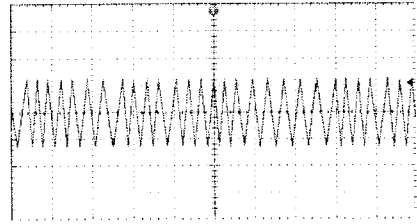
그러나 서론에서 이미 언급한 바와 같이 카오스에 의한 기법은 LCG에 비해 수식이 매우 간단하고 안정적인 1개의 초기치를 갖고 있기 때문에 발산의 우려가 없다는 장점이 있다. 또한 상한이나 하한을 따로 정하지 않더라도 0 - 1 사이 값의 랜덤 수 획득이 가능하다.



(a) 3kHz fixed frequency

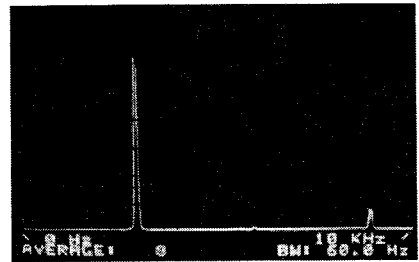


(b) LCG (3kHz ± 1 kHz)

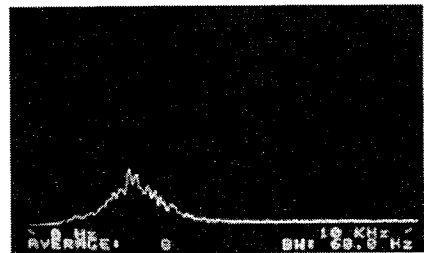


(c) Double Tent Mapping(3kHz ± 1 kHz)

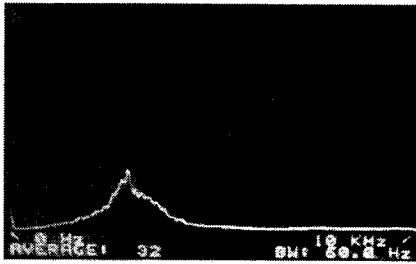
Fig.6 Measured triangular carrier($M=0.95$)



(a) 3kHz fixed frequency



(b) LCG (3kHz ± 1 kHz)



(c) Double tent mapping(3kHz \pm 1kHz)

Fig.7 Measured triangular carrier spectra
(M=0.95, x-axis : 1kHz/div.,
y-axis : 200mv/div.)

5. 결 론

본 연구에서는 종전의 LCG에 의한 랜덤 수 발생보다 수식이 간단하고 발산의 우려가 없는 카오스 2중 Tent 사상에 의한 방법을 제안하였다. 랜덤 수 발생을 위하여 2중 Tent 사상의 0과 1범위에서 완전한 카오스가 존재하는 $\lambda=0.99$ 조건의 분기트리를 이용하였다. 카오스 랜덤 수는 80C196 마이크로 콘트롤러가 전담하고 있으며, 80C196으로부터 발생된 카오스 랜덤 수에 의하여 MAX038로부터 랜덤 주파수의 삼각파 캐리어를 발생하였다.

발생된 캐리어의 고조파 스펙트럼은 LCG와 제안된 방법 모두 특정 주파수에 집중되지 않고 광대역 분포를 하였다. 동일한 성능이 얻어지는 경우라면, 안정적인 1개의 초기치와 간단한 수식, 랜덤 수의 상한과 하한을 0과 1로 변환하는 과정이 필요치 않은 제안된 방법이 유리함을 알 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 지정 '전남대 고품질 전기 전자 부품 및 시스템 연구센터'의 연구비 지원으로 연구되었습니다.

[참 고 문 헌]

- [1] K. Borisov, A.M. Trzynadlowski, "Experimental investigation of a naval propulsion drive model with PWM-based attenuation of the acoustic and electromagnetic noise", in Proc. IEEE IECON, 2003, pp.12-17.
- [2] K.A. Almarri, J.C. Balda and K. Carr, "An improved RPWM method based a novel multi-level linear congruential random number generator", in Conf. Rec. IEEE PESC, 2000, pp.218-223.
- [3] 배창한, 김상민, 이광원, "랜덤 스위칭 주기를 갖는 시그마 델타 변조기", 대한전기학회 B 부문 논문지, 50B-10-5, pp.513-519, 2001.
- [4] Y. G. Jung, S. H. Na, Y. C. Lim and S. H. Yang, "Reduction of audible switching noise in induction motor drives using random position PWM", IEE Proc. Electr. Power Appl., vol.149, no.3, May, pp.195-202, 2002.
- [5] K.K. Tse, R.W.M. Ng, H.S.H. Chung and S.Y.R. Hui, "An evaluation of the spectral characteristics of switching converters with chaotic carrier frequency modulation", IEEE Trans. Ind. Electron. vol.50. no.1,

pp.171-182, 2003.

- [6] S.Y.R. Hui, S. Sathiakumar and Y. Shrivastava, "Progressive change of chaotic PWM patterns in dc-ac random PWM schemes using weighted switching decision", in Conf. Rec. IEEE PESC, 1997, pp.1454-1461.
- [7] J.R. Wood, "Chaos : A real phenomenon in power electronics", in Conf. Rec. IEEE APEC, 1989, pp.115-123.
- [8] D. Hamill, J.H.B. dean and D.J. Jefferies, "Modeling of chaotic dc-dc converters by iterated nonlinear mapping", IEEE Trans. Ind. Electron., vol.7, no.1, pp.25-36, 1992.
- [9] 김준형, 정영국, 오승열, 임영철, "카오스 랜덤 PWM기법을 이용한 3상 유도모터의 스위칭 소음 저감", 대한전기학회 B 부문 추계학술대회 논문집, 2004, pp.134-138
- [10] 김민준, 문희태, "혼돈끌개의 텐트 사상 진화의 구조적 안정성", 한국물리학회지(새물리), vol.35, no.6, pp.728-732, 1995.