

스위치 평균 모델을 이용한 DC/DC 컨버터 모델링 및 임계특성에 관한 연구

배진용*, 김용*
*동국대학교

The DC/DC converter modeling using average model of switch and critical characterist

Jin-Yong Bae*, Yong Kim*
*Dongguk University

Abstract - This paper discusses DC/DC converter modeling using average model of switch and critical characterist. Average model of switch approach is expanded to the modeling of boundary conduction mode DC/DC converters that operate at the boundary between Continuous Conduction Mode(CCM) and Discontinuous Conduction Mode(DCM). Frequency responses predicted by the average model of switch are verified by simulation and experiment.

1. 서 론

전력용 반도체 소자의 발달과 더불어 제어 기술의 진보에 따라 통신 및 산업용 분야에서 전력 변환 기술이 급속히 확산되고 있다. 반도체 소자와 프로세서를 이용한 전력 변환 기술은 종래의 선형 증폭기에 비하여 고효율, 소형·경량화의 장점 때문에 폭넓게 이용되고 있으며 컨버터 모델링에 대한 다각적인 연구가 필수적으로 되었다.^[1-8]

컨버터의 연속시간모델에 대해서는 Ridley^[1]와 Middlebrook^[2]에 의하여 제안되었다. 이러한 연속시간 모델은 주파수 분석에 의하여 컨버터의 전류모드 제어의 소신호 동특성을 연구하는데 적합하였다. B.C.Chi^[3]는 전달함수에 의하여 부하의 계단 응답을 해석하였고, Erickson^[4]은 대신호 모델링에 의해서 컨버터의 특성을 분석하였다.

이제까지의 컨버터의 모델은 주로 전류연속모드(CCM)에서 상태공간평균화 방식을 이용한 Loop Gain의 분석을 바탕으로 컨버터의 특성을 주파수 평면에서 해석하는 방법을 취하였다.^[1-5] 이러한 컨버터 모델은 전류연속모드(CCM)을 바탕으로 하였으므로, 스위칭 주파수가 낮거나, 부하 전류가 작은 전류불연속모드(DCM)의 해석에는 컨버터 모델이 적합하지 않는 문제점을 지닌다.

따라서 본 논문에서는 기존의 소신호 모델을 이용하여 구한 전류연속모드(CCM)의 전달함수에서 Erickson이 제안한 Power-Source 모델^[6]과 스위치 평균 모델을 이용하여 전류불연속모드(DCM)의 컨버터 모델을 제안하였으며, 24[W]급 Boost 컨버터에 대하여 시뮬레이션 및 실험하여 제안한 컨버터 모델링과 임계특성을 분석하고자 한다.

2. 본 론

2.1 전류연속모드(CCM) 스위치 소신호 모델

그림 1은 전류연속모드(CCM) 비절연형 스위치 모델을 나타낸다. 인덕터에서 전류가 연속적으로 동작한다는 전제에서 스위치 모델은 변압기와 듀티의 관계로 모델링할 수 있다.^[7]

컨버터 모델링은 스위치 온, 오프 상태에 따라서 인덕터 전류와 커패시터 전압을 상태변수로 설정하고, 상태

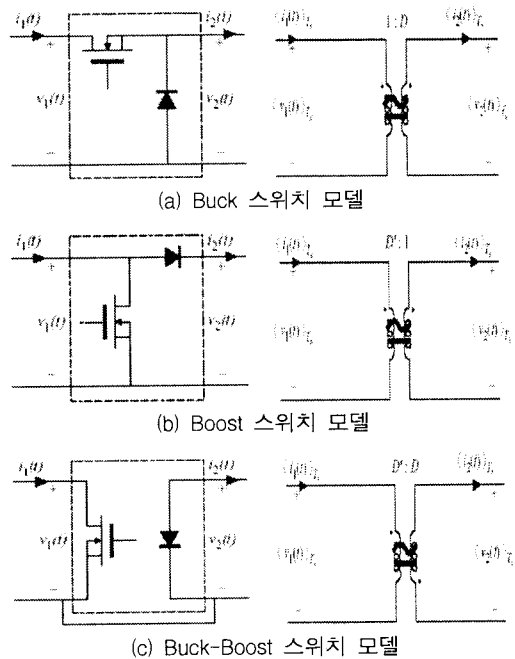


그림 1. 전류연속모드(CCM) 스위치 모델

방정식과 상태벡터를 설정하여 구한다.^[8]

식(1)은 Buck 컨버터의 상태벡터를 나타내며 식(2),(3)은 스위치 온 상태, 식(4),(5)는 스위치 오프 상태의 상태행렬을 각각 나타낸다.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} \quad (1)$$

스위치 온 상태

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_i \quad (2)$$

$$v_o = x \quad (3)$$

스위치 오프 상태

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_i \quad (4)$$

$$v_o = x \quad (5)$$

여기서, i_L : 인덕터 전류, v : 커패시터 전압

식(2)~(5)를 정리하면 식(6)~(9)로 나타낼 수 있다.

$$\dot{X} = A_1 x + b_1 v_i \quad (6)$$

$$v_o = C_1^T x \quad (7)$$

$$\dot{X} = A_2 x + b_2 v_i \quad (8)$$

$$v_o = C_2^T x \quad (9)$$

여기서,

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1^T = C_2^T = 1$$

v_i : 입력전압, v_o : 출력전압

윗 식에서 입력 전압과 듀티의 미소 변동분을 고려하여 상태공간평균화 방법을 이용하여 입력vs출력과 듀티 vs출력의 관계식을 아래와 같이 나타낼 수 있다.^[8]

$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = C^T (sI - A)^{-1} b \quad (10)$$

$$\frac{v_o(s)}{d(s)} = C^T (sI - A)^{-1} b \times [(A_1 - A_2)X + (b_1 - b_2)V_i] + (C_1^T - C_2^T)X \quad (11)$$

식(10),(11)에서 전류연속모드(CCM)에서 입력vs출력과 듀티vs출력의 전달함수를 일반화하면 식(12)(13)과 같이 나타낼 수 있다.

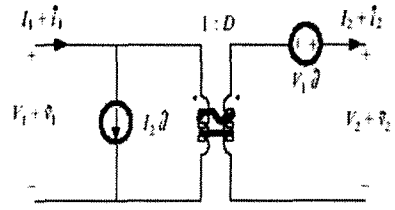
$$G_{vg}(s) = G_{go} \frac{1}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \quad (12)$$

$$G_{vd}(s) = G_{do} \frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{Q\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \quad (13)$$

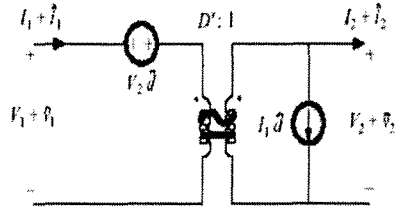
표 1은 컨버터 종류에 따른 각 파라미터를 나타낸다.

표 1. 컨버터 종류에 따른 각 파라미터(CCM)

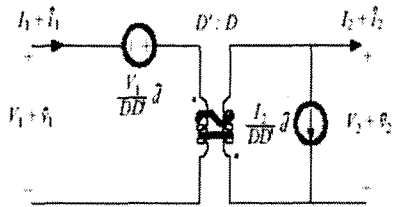
종류	G_{go}	G_{do}	ω_o	Q	ω_z
Buck	D	$\frac{V}{D}$	$\frac{1}{\sqrt{LC}}$	$R\sqrt{\frac{C}{L}}$	∞
Boost	$\frac{1}{D'}$	$\frac{V}{D'}$	$\frac{D'}{\sqrt{LC}}$	$D'R\sqrt{\frac{C}{L}}$	$\frac{D'^2 R}{L}$
Bosk-Boost	$-\frac{D}{D'}$	$\frac{V}{DD'^2}$	$\frac{D'}{\sqrt{LC}}$	$D'R\sqrt{\frac{C}{L}}$	$\frac{D'^2 R}{DL}$



(a) Buck 스위치 소신호 모델



(b) Boost 스위치 소신호 모델



(c) Buck-Boost 스위치 소신호 모델

그림 2. 전류연속모드(CCM) 스위치 소신호 모델

컨버터 종류에 따른 전류연속모드 스위치 소신호 모델은 그림 2와같이 나타낼 수 있다.

2.2 전류불연속모드(DCM) 스위치 소신호 모델

이제까지 컨버터 모델에 관한 해석은 주로 연속전류모드(CCM)에 의해 수행되었다.^[1-3] 중부하시 또는 고주파에서 이러한 모델의 해석은 크게 문제가 없지만, 경부하시와 저주파시에는 인덕터 전류가 불연속으로 동작하므로 컨버터 모델은 오차를 지니게 된다.

따라서 본 논문은 Erickson이 제안한 Power Source 모델^[6]을 이용하여 전류불연속모드(DCM)에서 스위치 소신호 모델에 대하여 살펴보고, 그 타당성을 검증하고자 한다.

그림 3은 전류불연속모드(DCM) 컨버터의 동작특성을 나타낸다.

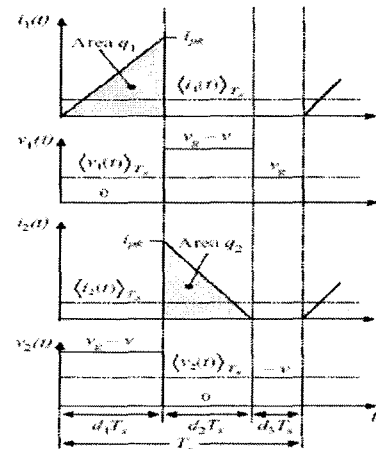


그림 3. 전류불연속모드(DCM) 컨버터의 동작특성

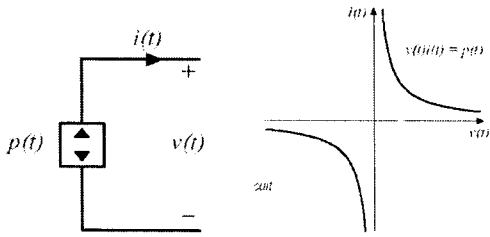


그림 4. 이상적인 Power-Source 모델

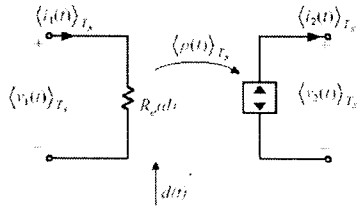


그림 5. Power-Source 모델을 이용한 스위치 평균모델

그림 3으로부터 $i_1(t)$ 의 한주기 평균 전류를 구하면 식(14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T_s} i_1(t) dt = \frac{q_1}{T_s} \quad (14)$$

식(14)로부터 한주기 동안 전하 q_1 를 구하면 식(15)로 나타낼 수 있다.

$$q_1 = \int_t^{t+T_s} i_1(t) dt = \frac{1}{2} d_1(t) T_s i_{pk} \quad (15)$$

식(15)로부터 $\langle i_1(t) \rangle_{T_s}$ 와 $\langle i_2(t) \rangle_{T_s}$ 를 구하면

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{d_1(t)^2 T_s}{2L} \langle v_1(t) \rangle_{T_s} \quad (16)$$

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = \frac{d_1(t)^2 T_s}{2L} \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}^2}{\langle v_2(t) \rangle_{T_s}} \quad (17)$$

식(16)으로부터

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}}{R_e(d_1)} \quad (18)$$

$$\text{여기서, } R_e(d_1) = \frac{2L}{d_1^2 T_s}$$

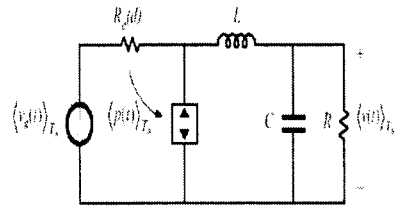
식(17)으로부터

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} \langle v_1(t) \rangle_{T_s} = \frac{\langle v_1(t) \rangle_{T_s}^2}{R_e(d_1)} = \langle p(t) \rangle_{T_s} \quad (19)$$

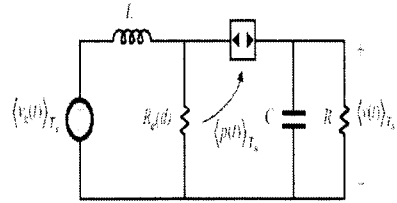
그림 4는 Erickson이 제안한 Power-Source 모델을 나타내며, 그림 5는 Power-Source 모델과 식(18),(19)를 이용한 스위치 평균화 모델을 나타낸다.

그림 6은 스위치 평균모델을 이용하여 전류불연속모드(DCM) 모델을 나타낸 것이다.

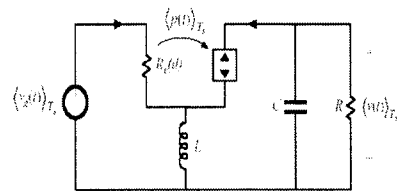
그림 6에서 인덕터를 단락시키고 커패시터를 개방시키면 정상상태의 전류불연속모드(DCM) 모델을 구할 수 있고, 이 모델로부터 전류불연속모드(DCM)의 입출력비를 구할 수 있다.



(a) Buck 스위치 소신호 모델



(b) Boost 스위치 소신호 모델



(c) Buck-Boost 스위치 소신호 모델

그림 6. 전류불연속모드(DCM) 스위치 소신호 모델

표 2는 전류연속모드(CCM)와 전류불연속모드(DCM)의 입출력비를 나타낸다.

표 2. 정상상태 입출력비

종류	CCM	DCM
Buck	D	$\frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4 R_e(d)/R}}$
Boost	$\frac{1}{1-D}$	$\frac{1 + \sqrt{1 + 4 R_e(d)/R}}{2}$
Buck-Boost	$-\frac{D}{1-D}$	$-\sqrt{\frac{R}{R_e}}$

$$\text{여기서, } R_e(d) = \frac{2L}{D^2 T_s}$$

전류연속모드(CCM)와 전류불연속모드(DCM)의 경계인 임계전류는 식(20)으로 나타낼 수 있다.

$$I_{crit} = \frac{1-D}{D} \frac{V_g}{R_e(d)} \quad (20)$$

여기서, V_g : 입력전압

식(16),(17)에서 듀티, 전압 및 전류의 미소변동분을 고려하여 i_1 과 i_2 의 미소변동분을 식(21)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{i}_1 &= \frac{\hat{v}_1}{r_1} + j_1 \hat{d} + g_1 \hat{v}_2 \\ \hat{i}_2 &= -\frac{\hat{v}_2}{r_2} + j_2 \hat{d} + g_2 \hat{v}_1 \end{aligned} \quad (21)$$

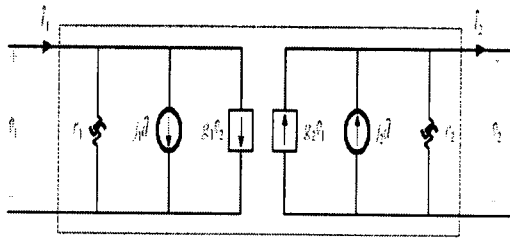


그림 7. 전류불연속모드(DCM) 컨버터 모델

그림 7은 스위치 소신호 모델을 이용한 전류불연속모드(DCM) 컨버터의 모델을 나타낸다.

전류불연속모드(DCM)에서 입력 vs 출력과 듀티 vs 출력의 전달함수를 구하면 식(22)(23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$G_{vg}(s) = \frac{G_{go}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \quad (22)$$

$$G_{vd}(s) = \frac{G_{do}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \quad (23)$$

여기서,

$$G_{go} = g_2 \frac{R \times r_2}{R + r_2} \quad G_{do} = j_2 \frac{R \times r_2}{R + r_2}$$

$$\omega_p = \frac{R + r_2}{C(R \times r_2)}$$

표 3은 컨버터 종류에 따른 각 파라미터를 나타낸다.

표 3. 컨버터 종류에 따른 각 파라미터(DCM)

종류	g_1	j_1	r_1
Buck	$\frac{1}{R_e}$	$\frac{2(1-M)V_1}{DR_e}$	R_e
Boost	$\frac{1}{(M-1)^2 R_e}$	$\frac{2MV_1}{D(M-1)R_e}$	$\frac{(M-1)^2}{M} R_e$
Bosk-Boost	0	$\frac{2V_1}{DR_e}$	R_e
종류	g_2	j_2	r_2
Buck	$\frac{2-M}{MR_e}$	$\frac{2(1-M)V_1}{DMR_e}$	$M^2 R_e$
Boost	$\frac{2M-1}{(M-1)^2 R_e}$	$\frac{2V_1}{D(M-1)R_e}$	$(1-M)^2 R_e$
Bosk-Boost	$\frac{2M}{R_e}$	$\frac{2V_1}{DMR_e}$	$M^2 R_e$

2.3 시뮬레이션 및 실험결과

제안된 이론의 타당성을 확인하기 위하여 입력 DC 15V, 출력 DC 24V/1A, 24W급의 시작품을 제작하여 시뮬레이션 및 실험하였다. 표 4는 하드웨어 제작에 사용된 소자와 회로 파라미터를 나타낸다.

출력전류 I_o 가 임계전류 I_{crit} 보다 크면 전류연속모드(CCM)로 동작하며, 작으면 전류불연속모드(DCM)로 동작한다. 그림 8에서 11은 제안된 Boost 컨버터에서 주파수, 인덕턴스, 입력전압 및 듀티에 따른 임계전류 I_{crit} 의 변화를 나타낸다.

표4. 하드웨어 제작에 사용된 소자와 회로 파라미터

입력전압 (V_{in})	DC 15 V
출력전압 (V_o)	DC 24 V
최대출력 (P_o)	24 W
송압 인덕터 (L_{in})	38.57 μ H, TDK
주 스위치 (S)	IRF Z44, IR
주 다이오드 (D)	SB340, Fairchild
출력단 커패시터 (C_o)	1000 μ F

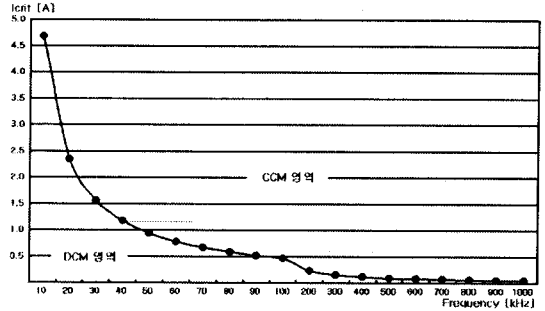


그림 8. 주파수에 따른 임계전류 변화(이론치)
($V_{in} = 15[V]$, $L_{in} = 37.57[\mu H]$, $R_o = 24[\Omega]$)

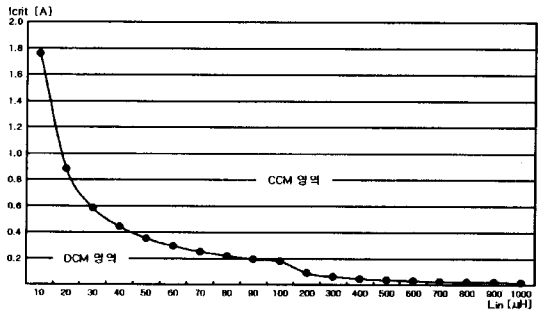


그림 9. 송압 인덕턴스에 따른 임계전류 변화(이론치)
($V_{in} = 15[V]$, $Freq = 100[kHz]$, $R_o = 24[\Omega]$)

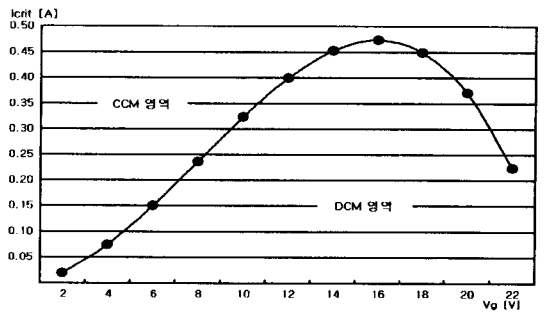


그림 10. 입력전압에 따른 임계전류 변화(이론치)
($L_{in} = 37.57[\mu H]$, $Freq = 100[kHz]$, $R_o = 24[\Omega]$)

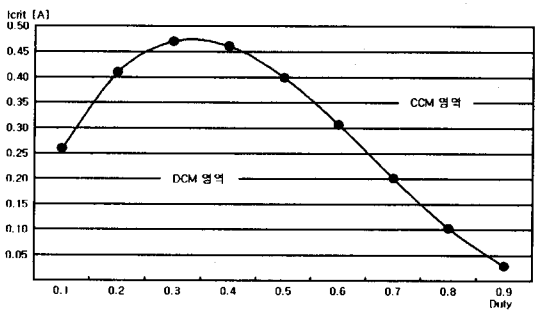


그림 11. 듀티에 따른 임계전류 변화(이론치)
($L_{in} = 37.57[\mu H]$, $Freq = 100[kHz]$, $R_o = 24[\Omega]$)

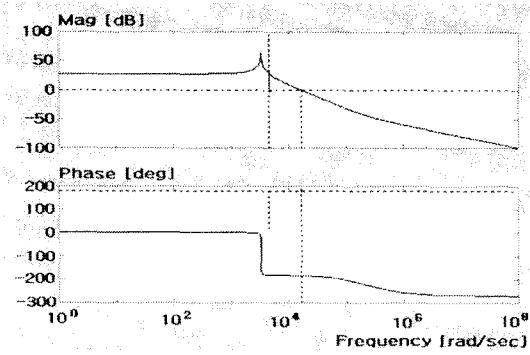


그림 12. CCM Boost 컨버터의 보드선도
 $(V_{in} = 15[V], \text{Freq} = 500[\text{kHz}], R_o = 24[\Omega])$

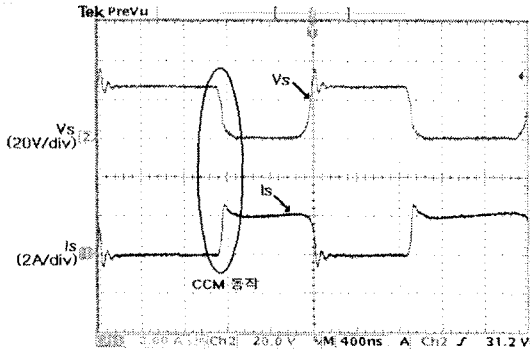


그림 13. CCM Boost 컨버터 주스위치 전압전류 파형
 $(V_{in} = 15[V], \text{Freq} = 500[\text{kHz}], R_o = 24[\Omega])$

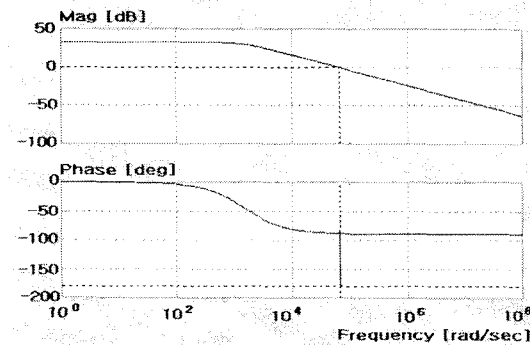


그림 14. DCM Boost 컨버터의 보드선도
 $(V_{in} = 15[V], \text{Freq} = 30[\text{kHz}], R_o = 24[\Omega])$

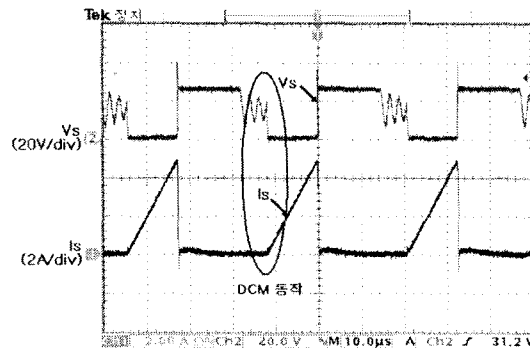


그림 15. DCM Boost 컨버터 주스위치 전압전류 파형
 $(V_{in} = 15[V], \text{Freq} = 30[\text{kHz}], R_o = 24[\Omega])$

그림 8,9로부터 주파수 및 승압 인덕턴스와 임계전류의 관계는 서로 반비례 특성을 지님을 알 수 있으며, 그림 10,11로부터 입력전압 및 듀티에 따른 임계전류 특성은 서로 대칭된 그래프를 보이고 있다. 이는 입력전압과 듀티가 서로 반비례적인 관계에 있으므로 임계전류 곡선의 증가치가 바뀌는 경향을 지님을 알 수 있다.

그림 12와 14는 MATLAB을 이용하여 스위칭 주파수 500[kHz], 30[kHz]에서 전부하시 부스트 컨버터의 보드 선도를 나타내었으며, 그림 13과 15를 통하여 전류연속 모드(CCM)와 전류불연속모드(DCM)로 동작됨을 확인할 수 있다.

전류연속모드(CCM)로 동작하는 그림 12에서 대역폭은 2569.07[Hz]이며, 전류불연속모드(DCM)로 동작하는 그림 14로부터 대역폭은 10409.69[Hz]로서 전류불연속모드로 동작하는 컨버터가 신호의 전달영역과 제어영역이 큼을 예측 할 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 스위치 평균 모델을 이용한 DC/DC 컨버터의 모델링과 임계특성에 관하여 살펴보았다. 전류연속모드(CCM)에서 일반적으로 사용하는 스위치 소신호 모델을 이용하여 전달함수를 바탕으로, 스위치 평균 모델과 Power-Source 모델을 이용하여 전류불연속모드(DCM)의 컨버터 모델을 제안하였다. 또한 주파수, 인덕턴스, 입력전압, 듀티에 따른 전류연속모드(CCM)와 전류불연속모드(DCM)의 임계특성도 함께 고찰하였으며, 24[W]급 Boost 컨버터에 대하여 주파수 특성 분석과 실험을 하였다.

향후 불연속전류모드(DCM)에서 기존의 소신호 방식과 제안된 평균모델 방식과의 비교 및 분석이 필요하며, 주파수 응답 분석 장비를 이용하여 실험적인 주파수 특성 분석을 통하여 모델의 타당성에 대하여 지속적인 검증이 필요하리라 판단된다.

[참 고 문 헌]

- [1] R.B. Ridley, "A New Continuous Time Model for Current Mode Control," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 6, No. 2, pp. 271~280, Apr. 1991.
- [2] F.D. Tan, and R.D. Middlebrook, "A unified model for current-programmed converters," IEEE Trans. Power Electron., Vol. 10, No. 4, pp. 397~407, July 1995.
- [3] Byungcho Choi, "Step Load Response of a Current Mode Controlled DC to DC Converter," IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, Vol. 33, No. 4, Oct. 1997.
- [4] Robert W. Erickson, Slobodan Cuk and R.D. Middlebrook, "Large signal modeling and analysis of switching converters." Power Electronics Specialists Conf., pp. 240~250, 1982.
- [5] R. Ridley, B.H. Cho, and F.C. Lee, "Analysis and Interpretation of Loop Gains of Multiloop-controlled Switching Regulators," IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, No. 4, pp. 489~498, 1998.
- [6] S. Singer, and R.W. Erickson, "Power-source element and its properties," Proceeding of IEE'94, pp. 220~226, June 1994.
- [7] R.W. Erickson, "Advances in Averaged Switch Modeling," Fourth Brazilian Congress of Power Electronics(COBEP'97), Dec. 1997.
- [8] K.K. Sum, "Switch Mode Power Conversion Basic Theory and Design," New York and Basel publication, pp. 209~227, 1984.
- [9] A.S. Kislovski, "Dynamic Analysis of Switching-Mode DC/DC Converter," Van Nostrand Reinhold publication, pp. 20~59, 1991.