

직선형 영구자석 전동기의 설계변수에 따른 회로 정수 및 쇄고 자속의 특성 변화

장 석명, 유 대준, 장 원범, 최 장영, 서정철  
충남대학교

Characteristics with Variation of Motor Parameters in PMLSM

Seok- Myeong Jang, Dae-Joon You, and Won-Bum Jang  
Dept. of Electrical Engineering, Chungnam National University

**Abstract** - This paper presents a analysis solutions for the general class of iron-cored Permanent Magnet Linear Synchronous Motor(PMLSM) with vertical topologies. In our design and analysis, rotor consisting of permanent magnets and slot less iron-cored coil stator are treated in a uniform way via vector potential. For one such motor structure, we give analytical formulas for its magnetic field by permanent magnet and current coil and variation of the Back-EMF and magnetization inductance according to coil turns.

1. 서 론

영구 자석 선형 동기 전동기(PMLSM)는 기존의 회전형 전동기와 달리 직선 운동에 의한 공장 및 사무 자동화, 운송 운용, 벨트, 체인 등에 널리 응용되고 있으며, 단위 무게 당 토크 비율 및 효율에 있어서 일반 유도전동기에 비해 신뢰성이 높고,  $d, q$ 에 의한 비간섭 형태의 모델링이 단순하여 제어성이 우수하다. 이러한 영구자석 선형 동기 전동기의 설계에 있어서 코일로 구성된 고정자의 전기 회로를 구성하는 저항과 인덕턴스는 에너지 소비 및 손실의 관점에서 이용되어 질 수 있으며, 영구자석의 체적에 따른 코일의 쇄고 자속은 제작된 모터의 용량과 비용을 산출하는 요소가 된다. 따라서 영구 자석의 체적과 코일의 턴 수 및 공극에 따른 모터 파라미터의 변화는 제작하려는 전동기의 최적 효율과 용량의 선정에 필요한 자료를 제공한다. 그러므로 본 논문은 슬롯리스 직선형 영구자석 전동기의 공간 고조파 해석적 기법을 통하여 자계 분포를 계산하고, 코일 턴 수에 따른 역 기전력과 자화 인덕턴스의 특성 변화를 벡터 퍼텐셜에 의한 단일한 방법으로 제시한다.

2. 영구 자석 및 코일의 자계 분포 해석

2.1 해석 모델

특성 해석을 위한 모델의 기하학적인 구조는 그림 1과 같다. 가동자로 구성된 수직 배열 영구자석은 자계의 차폐 효과와 자속밀도의 효율을 크게 하기 위해 철심과 같이 사용되었으며, 고정자로 구성된 코일은 detent force에 의한 추력 리플을 없애기 위해 3상 슬롯리스 형태로 구성되어 있다[1]. 제시된 모델의 일정한  $y$ 방향의 길이에 대해 2차원 해석에 있어서, 일정한 극 간격  $\tau$ 에 대해 영구자석 및 코일의 길이는 각각  $\tau_m, \tau_c$ 로 주어졌으며, 높이는  $h_m, h_c$ 로 제시되어 있다. 또한 제시된 모델에 있어서 고정자의 고정 좌표계  $(x, y, z)$ 에 대해 영구자석 가동자는 수직 방향으로  $h_g + h_c$ 의 높이를 갖고며, 수평 방향으로  $z_0$ 로 변위되는 가동 좌표계  $(x', y', z')$ 를 갖는다.

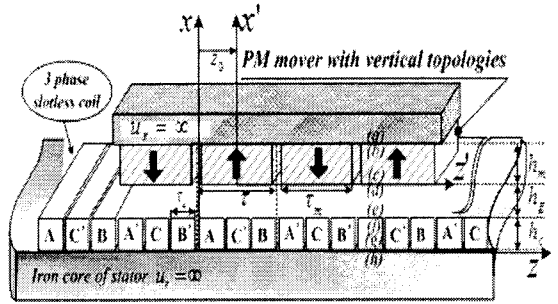


그림 1. 직선형 영구 자석 동기 전동기의 해석 모델

여기서,  $h_g$ 는 공극의 높이이다. 영구 자석 및 코일의 투자율은 공기와 같으며 철심의 투자율은  $\infty$ 로 가정하고 공극과 단부의 누설 자속은 무시한다.

2.1.1 영구 자석의 자계 분포 해석

그림 1의 수직 자화 배열을 갖는 한 쌍의 영구 자석은 무한 주기  $T=2\tau$ 를 갖는 지수함수 푸리에 급수에 의해 식(1)으로 표현된다[1].

$$M = \sum_{n=1}^{\infty} M_{xn} e^{-jk_n z} i_x \tag{1}$$

여기서,  $M_{xn}$ 은 자화의 세기  $M_0$ 를 갖는 수직 방향 자화 푸리에 계수이며,  $k_n = \pi n / \tau$ 로 주어지는  $n$ 차 공간 고조파이다. 자화의 세기  $M_0$ 는 영구자석의 비투자율  $\mu_r=1$ 로 가정하면  $M_0 = B_r / \mu_0$ 로 주어진다.

그러한 자화 분포에 대해, 영구자석 내부의 자속 밀도 특성식은 Poisson 방정식에 의해 영구자석 높이  $h_m$ 와 수직 자화  $M_{mn}$ 이 포함된 벡터 퍼텐셜과의 전달관계로 식 (2)와 같이 표현된다[2].

$$\begin{bmatrix} B_{zn}^{(b)} \\ B_{zn}^{(c)} \end{bmatrix} = k_n \begin{bmatrix} \coth k_n h_m & \frac{-1}{\sinh k_n h_m} \\ \frac{1}{\sinh k_n h_m} & -\coth k_n h_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{yn}^{(b)} \\ A_{yn}^{(c)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cosh k_n h_m - 1 \\ \sinh k_n h_m \\ -\cosh k_n h_m + 1 \\ \sinh k_n h_m \end{bmatrix} j\mu_0 M_{xn} \tag{2}$$

여기서, 코일 내부를 포함한 공극 내부의 전달관계는 식(2)에 있어서 공극의 높이  $h_g + h_c$ 와 자화 소스를 포함하지 않는 전달관계를 얻는다.

이러한, 영구 자석과 공극의 전달관계에 의한 방정식에 있어서, 각 경계면의 벡터 퍼텐셜을 얻기 위한 경계조건은 철심을 고려하여 식(3)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} B_{zn}^{(b)} &= 0 \\ B_{zn}^{(g)} &= 0 \\ A_{yn}^{(a)} &= A_{yn}^{(b)} \\ A_{yn}^{(c)} &= A_{yn}^{(d)} \\ -B_{zn}^{(a)} + B_{zn}^{(b)} &= 0 \\ -B_{zn}^{(c)} + B_{zn}^{(d)} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, 철심의 투자율이  $\infty$ 로 가정되어 철심 경계면의 수평 성분의 자속밀도는 0이 되며, 각 경계면의 벡터 퍼텐셜과 자속밀도의 연속성에 의해서 구해질 수 있다.

따라서, 식(2)와 식(3)의 전달관계와 경계조건에 의해 영구 자석에 의한 공극으로의 일반화된 벡터퍼텐셜은 식(4)와 같이 표현된다.

$$A_{yn}^{(x)} = \frac{M_{zn}}{2j k_n} \frac{\{e^{2k_n h_m} + e^{-2k_n h_m} - 2\} \{e^{-k_n(h_g+h_c)} e^{k_n x} + e^{k_n(h_g+h_c)} e^{-k_n x}\}}{\{(e^{2k_n h_m} - 1)e^{k_n(h_g+h_c)} + (e^{-2k_n h_m} - 1)e^{-k_n(h_g+h_c)}\}} \quad (x > 0) \quad (4)$$

식 (4)의 일반화된 벡터 퍼텐셜은  $B = \nabla \times A$ 에 의해 자속밀도를 유도한다.

### 2.1.2 코일에 의한 자계 분포 해석

그림 1의 코일에 의한 자계의 분포 해석은 영구자석과 동일한 방법에 의해 계산되어 지나 코일 내부의 전달관계는 코일의 높이  $h_c$ 와 전류 밀도  $J_{yn}$ 에 의해 Poisson 방정식으로부터 식 (5)와 같이 표현된다[2].

$$\begin{bmatrix} B_{zn}^{(f)} \\ B_{zn}^{(g)} \end{bmatrix} = k_n \begin{bmatrix} \coth k_n h_c & \frac{-1}{\sinh k_n h_c} \\ \frac{1}{\sinh k_n h_c} & -\coth k_n h_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{yn}^{(f)} \\ A_{yn}^{(g)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cosh k_n h_c - 1 \\ -\cosh k_n h_c + 1 \\ \sinh k_n h_c \end{bmatrix} \frac{\mu_0 J_{yn}}{k_n} \quad (5)$$

각 상의 푸리에 전개에 의한 각상의 전류 분포에 대해 가동자의 철심을 제외한 코일에 의한 공극과 코일 내부의 일반화된 벡터 퍼텐셜은 경계조건에 의해 식(6)과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} A_{yn}^{(x_1)} &= \frac{\mu_0}{2k_n} J_{yn} (1 - e^{-2k_n h_c}) e^{-k_n x_1} \quad (0 \leq x_1 \leq \infty) \\ A_{yn}^{(x_2)} &= \frac{\mu_0}{2k_n} J_{yn} [2 - e^{-k_n h_c} (e^{k_n x_2} + e^{-k_n x_2})] \quad (0 \leq x_2 \leq h_c) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, 가동자 철심을 제외한 해석은 고정자의 철심에 의한 영향에 의해 공극에 집중되는 자계의 차이가 적으

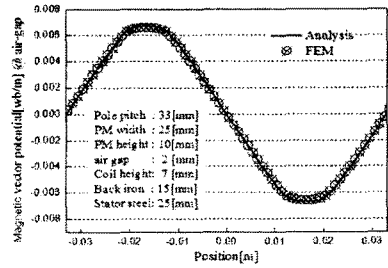


그림 2. 영구 자석에 의한 공극의 벡터 퍼텐셜

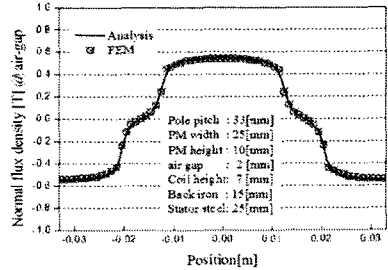


그림 3. 영구 자속에 의한 공극의 수직 자속 밀도

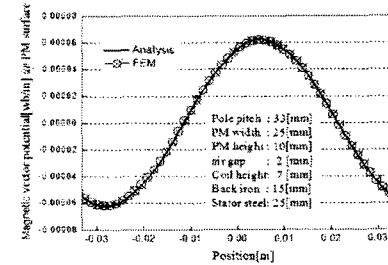


그림 4. 상당 전류 1[A]에 의한 공극의 벡터 퍼텐셜

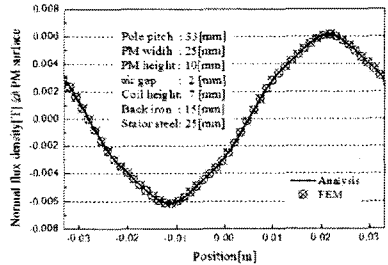


그림 5. 상당 전류 1[A]에 의한 공극의 수직 자속밀도

며, 인덕턴스의 계산은 리니어 모터에 있어서 가동자를 제외한 상태에서 이루어지기 때문이다.

### 2.2 자계 분포해석의 검증

식(4)와 식(6)에 대한 벡터 퍼텐셜은 자속밀도의 검증에 의한 정확한 쇄고자속과 회로정수의 계산에 이용되어진다. 그러므로 그림 2와 그림 3에서의 영구자석에 의한 벡터 퍼텐셜과 수직 자속 밀도의 검증과 그림 4와 그림 5의 코일의 전류 밀도에 의한 벡터 퍼텐셜과 수직 자속 밀도의 검증은 해석적 방법에 대한 검증에 있어서 중요한 의미를 갖는다. 그림 1의 해석 모델에 있어서 극간격 33[mm], 영구자석 높이 10[mm], 영구자석 길이 25[mm], 공극의 높이 2[mm], 코일 높이 7[mm]로 선정되었다. 그림 2, 3, 4, 5는 FEM과의 검증으로 해석적 방법의 타당성을 보여 준다.

### 3. 설계 변수에 따른 쇄교 자속과 인덕턴스 특성 변화

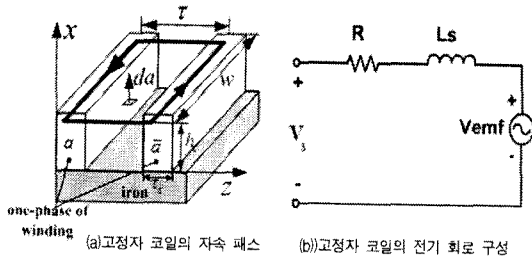


그림 5. 상당 고정자 구조와 회로 방정식

해석 모델의 전기적 회로 등가 모델을 위한 상당 고정자의 기하학적 모양은 그림 5(a)와 같다. 여기서, 영구자석의 자화와 코일의 전류 밀도에 의한 코일에 쇄교되는 자속량은 벡터 퍼텐셜에 대해 코일 면적  $t_c h_c$  으로 계산되어진다. 그림 5(a)와 같이 폐곡면  $S$ 를 쇄교하는 자속은 식 (4)와 식 (6)에 대한 공곡으로의 일반화된 벡터 퍼텐셜에 의해 식 (7)과 같이 얻어진다.

$$\lambda_{pm} = p_m w \eta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\omega_c} 2e^{-jk_n z} dz \int_{h_x}^{h_x+h_c} A_{ym(x)} dx$$

$$\lambda_{coil} = p_s w \eta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\omega_c} 2e^{-jk_n z} dz \int_0^{h_c} A_{ym(x)} dx \quad (7)$$

여기서,  $\eta_0$  는 단위 면적당 턴 수이며,  $p_m, p_s$  는 영구자석과 코일의 극 쌍 수이다.

그림 5(b)의 전기적 회로 방정식을 구하기 위한 설계 변수에 있어서 식(7)에 의한 영구 자석과 전류 밀도에 의한 한상 코일의 상당 쇄교 자속은 역기전력과 인덕턴스를 산출하는 요소로 식 (8)과 같이 계산 되어진다.

$$\lambda_{pm} = p_m w \mu_0 \eta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{M_{pn} \{e^{2k_n h_m} + e^{-2k_n h_m} - 2\}}{k_n^3 \{ (e^{2k_n h_m} - 1) e^{k_n(h_y+h_c)} + (e^{-2k_n h_m} - 1) e^{-k_n(h_y+h_c)} \}} \right. \\ \left. \{ e^{-k_n(h_y+h_c)} e^{k_n x} + e^{k_n(h_y+h_c)} e^{-k_n x} \} \{ -e^{-jk_n z} \} e^{jk_n \tau} \right\} \quad (8)$$

여기서,  $w$  는 영구 자석의 길이로서 사용된 영구자석의 길이는 40[mm]이다. 또한 영구 자석에 의한 코일의 쇄교 자속은 고정자 코일의 상대 좌표로서 부하각  $z_0$  로 분포되어 진다. 추력에 의한 역기전력은 수직 방향의 자속밀도에 의한 쇄교자속의 시간적 변화율에 의해 식 (9)와 같이 얻어진다[3].

$$V_{emf} = \frac{d\lambda_{pm}}{dt} = \frac{dz_0}{dt} \frac{d\lambda_{pm}}{dz_0} = u_z \frac{d\lambda_{pm}}{dz_0} \quad (9)$$

코일의 전류에 의한 상당 자화 인덕턴스는 전류 밀도에 의해 코일에 쇄교하는 자속량으로 식(10)와 같이 계산되어진다.

$$L_m = \lambda_{coil} / i_s \quad (10)$$

누설을 제외한 코일 길이  $w = 50[mm]$  에 해당하는 자화인덕턴스는 식 (11)과 같이 계산되어 진다.

$$L_m = \frac{w p_s \eta_0^2 \mu_0^3}{4\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} (1 - \cos k_n \tau_c) (1 - e^{-jk_n \tau}) \\ \left[ 2h_c - \frac{e^{-k_n h_c} (1 - e^{-2k_n h_c})}{k_n} \right] \quad (11)$$

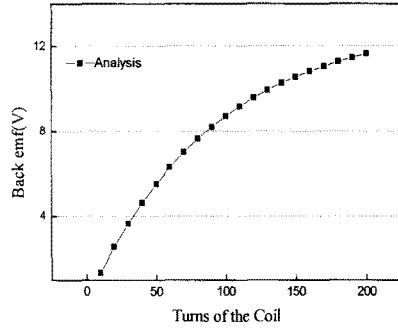


그림 6. 코일 턴 수에 따른 역기전력 변화 특성

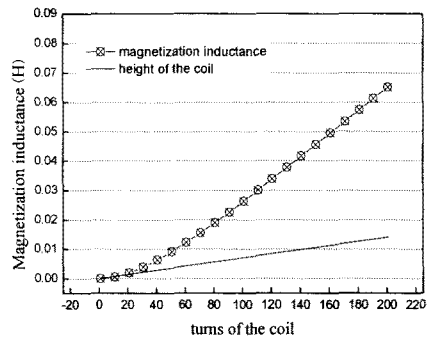


그림 7. 코일 턴 수에 따른 인덕턴스 변화 특성

그림. 6과 그림. 7은 코일 턴 수에 따른 역기전력과 인덕턴스 변화특성을 보여 주고 있다. 고정된 코일 길이 10[mm]에 1[m/sec]대해 역기전력은 코일 턴 수의 증가함에 따라 일정 코일 높이에 대해 역기전력이 수렴함을 알 수 있으며 인덕턴스는 코일 턴 수에 따라 증가함을 알 수 있다.

### 4. 결 론

본 논문은 공간 고조파의 해석적 방법을 통하여 벡터 퍼텐셜을 계산하였고 구해진 벡터 퍼텐셜을 바탕으로 코일 턴 수에 따른 역기전력과 인덕턴스의 변화 특성을 얻었다. 해석적 방법을 통한 수식은 설계와 최적화에 이용되어 진다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Seok-Myeong Jang, Sung-Ho Lee "Comparison of Two Types of PM Linear Synchronous Servo and Miniature Motor With Air-Cored Film Coil" IEEE Trans. Magn. Vol.38, No.5, pp. 3264-3266, Sept. 2002
- [2] David L. Trumper, Won-jong kim, "Design and Analysis Framework for Linear Permanent-Magnet Machines." IEEE Trans. Magn, Vol.32, No.2, pp.371-379, March/April 1996
- [3] David L. Trumper and Mark E. Williams. "Halbach Arrays in Precision Motion Control" The art and science of magnet design, Vol. 1, Feb. 1995