

## 집수형상디스크립터와 지체시간 사이의 관계

### The relation of catchment shape descriptors to lag time

김 주 철 \* / 윤 여 진 \*\* / 김 재 한 \*\*\*

Kim, Joo Cheol / Yoon, Yeo Jin / Kim, Jae Han

---

#### Abstract

One of the most important hydrological response characteristics is the lag time. It is well known as being under the influence of the morphometric properties of the basin, which could be expressed by catchment shape descriptors. In this paper, the geometric characteristics of an equivalent ellipse proposed by Moussa(2003) is applied for the lag time analysis. The lag time is obtained from the rainfall-runoff observed data by the method of moments suggested by Nash(1960) and the relationships between the basin morphometric properties and the lag time are discussed as applied to 3 catchments in Korea. Additionally, the shapes of equivalent ellipse are examined how they are transformed from upstream area to downstream one. As a result, the relationship between descriptors based on a equivalent ellipse,  $a + b$  and  $a + b + \epsilon OM$ , and the lag time is shown to be close and the shape of ellipse is presented to approach a circle along the river downwards. Also, the notion of compactness which is used to express the shape of an irregular plan-form is tried to apply.

*Key words* : lag time, catchment shape descriptor, equivalent ellipse, compactness

---

#### 요 지

지체시간은 중요한 수문학적 응답특성 중의 하나로서, 유역의 형태적 특성으로부터 영향을 받는 것으로 알려져 있다. 일반적으로 유역의 형상은 집수평면에 대한 각종 형상디스크립터를 통하여 표현할 수 있다. 본 논문에서는 최근 집수평면에 대한 새로운 형상지수로서 Moussa(2003)에 의하여 제안된 등가타원의 기하학적 특성을 지체시간 해석에 적용하였다. 강우-유출 관측자료의 지체시간은 Nash(1960)의 적률법을 이용하여 추정하였고, 우리나라의 3개 유역에 대한 사례분석을 통하여, 유역의 형태적 특성과 지체시간 사이의 관계를 분석하였다. 또한 상류지역으로부터 하류지역까지 등가타원의 형상이 변환되어 가는 양상을 고찰하였다. 그 결과, 등가타원을 기반으로 한 신집수형상디스크립터  $a + b$  및  $a + b + \epsilon OM$ 와 지체시간 사이에는 비교적 양호한 상관관계가 존재함을 확인할 수 있었고, 등가타원의 형상은 하류방향을 따라 원의 형태로 접근해 감을 알 수 있었다. 또한 불규칙한 평면의 형상을 표현하기 위한 밀집도의 개념을 적용해 보고자 시도하였다.

**핵심용어** : 지체시간, 집수형상디스크립터, 등가타원, 밀집도

---

\* 충남대학교 토목공학과 시간강사  
Part time Lecturer, Dept. of Civil Engrg., Chungnam National Univ., Daejeon 305-764, Korea  
(E-mail : kjc@cnu.ac.kr)

\*\* 건양대학교 토목시스템공학과 조교수  
Assistant Professor, Dept. of Civil System Engrg., Konyang Univ., Chungnam Nonsan 320-711, Korea  
(E-mail : yyj0806@konyang.ac.kr)

\*\*\* 충남대학교 토목공학과 교수  
Professor, Dept. of Civil Engrg., Chungnam National Univ., Daejeon 305-764, Korea  
(E-mail : kjh@cnu.ac.kr)

## 1. 서론

지체시간은 수문학적 모형화와 설계에 있어 반드시 고려해야 할 유역의 응답시간특성 중의 하나로서, 유역의 형태적 특성으로부터 영향을 받는 것으로 알려져 있다. 지금까지 유역의 형상과 지체시간 사이의 상관성은 여러 학자들에 의하여 연구, 개발되어 오고 있다(Singh, 1988, p. 114). 그 대표적인 예로서, Nash(1960)와 Boyd 등(1979)의 연구 결과를 들 수 있는데, 이들을 포함한 대부분의 연구사례에서 지체시간에 영향을 주는 중요한 인자로서 주로 유역면적이나 유로연장 및 경사 등의 개념이 적용되고 있음을 확인할 수 있다.

최근 Moussa(2003)는 집수평면에 대한 새로운 형상지수로서 등가타원의 개념을 개발하고 이를 기반으로 한 신집수형상디스크립터를 제안하였다. 그는 프랑스 남부 유역들에 대한 적용결과를 통하여 신집수형상디스크립터와 지체시간 사이의 우수한 상관성을 발표한 바 있는데, 본 연구에서는 이러한 Moussa(2003)의 연구 결과를 우리나라 유역에 적용하여 하류방향을 따른 등가타원 형상의 변화양상 및 신집수형상디스크립터와 지체시간 사이의 상관성을 분석해 보고자 한다. 또한, 현재 미국에서 선거구의 정당/인종차별(gerrymandering)의 평가수단으로 이용되고 있는 밀집도(compactness)의 개념을 고려하여 적절한 유역형상(집수형상) 묘사에 대한 적용성을 평가해 보고자 한다.

## 2. 순간단위도

### 2.1 Nash모형과 GIUH

개념적 순간단위도인 Nash모형은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$h(t) = \frac{1}{k\Gamma(n)} \left(\frac{t}{k}\right)^{n-1} e^{-\frac{t}{k}} \quad (1)$$

여기서  $n$ 은 선형저수지의 개수,  $k$ 는 저류상수 그리고  $\Gamma(\cdot)$ 는 Gamma함수이다. Gupta 등(1980)은 순간단위도가 유효강우입자의 유역내 체류시간의 확률밀도함수와 동일함을 보이고, GIUH모형을 식 (2)와 같이 일반화하였다.

$$h(t) = \sum_s P(s) f_{T_s}(t) \quad (2)$$

여기서  $P(s)$ 와  $f_{T_s}(t)$ 는 각각 경로  $s$ 에 대한 경로선택확률과 체류시간의 확률밀도함수이다.

### 2.2 지체시간

일반적으로 유효우량주상도와 직접유출수문곡선의 중심 사이의 시간차로 정의되는 지체시간  $t_L$ 은 식 (3)과 같이 시간원점에 대한 순간단위도의 1차 적률( $h'_1$ )로 나타낼 수 있다(Singh, 1988).

$$t_L = \int_0^{\infty} t h(t) dt \quad (3)$$

선형-시불변계의 입력과 충격응답 및 출력의 각 적률들 사이에는 특별한 상관성이 존재한다(Nash, 1960; 김

제한, 2005). 이에 따라 유효우량주상도, 순간단위도 그리고 직접유출수문곡선의 시간원점에 대한 1차 적률들 사이의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$h_1' = Q_1' - I_1' \quad (3)$$

여기서  $Q_1'$ 과  $I_1'$ 은 각각 직접유출수문곡선과 유효우량주상도의 시간원점에 대한 1차 적률이다. 따라서 지체 시간은 임의 추출한 유효강우입자의 유역내 평균체류시간 혹은 유역출구까지의 평균유하시간을 의미하게 된다.

### 3. 집수평면의 형상

#### 3.1 밀집도(compactness)

주로 미국에서 선거구에 대한 정당/인종차별(gerrymandering)의 평가수단으로서 적용되는 밀집도는 평면 형상에 대한 척도 중의 하나로서 “closely or firmly united or packed together” 혹은 “packed into or arranged within a small space”와 같은 사전적 의미를 갖는다(The American Heritage Dictionary). Niemi 등(1990)은 밀집도에 대한 각종 정의를 분류한 바 있다. 여기서 주목되는 것은 기존의 유역(집수)형상디스크립터들과의 유사성으로 식 (4)의 형상비  $F$ , 밀집비  $C_1$  그리고 원상률  $C_2$ (Gregory와 Walling, 1973; 이원환, 1999)는 거의 동일한 정의와 형태를 갖는다. 결국 이들은 모두 집수형상에 대한 각 특성을 내포하는 일종의 밀집도들로 볼 수 있다.

$$F = A/L^2 ; C_1 = P/2 \sqrt{\pi A} ; C_2 = 4\pi A/P^2 \quad (4)$$

여기서  $A$ 는 유역면적,  $L$ 은 유로연장 그리고  $P$ 는 유역의 주변장이다. 식 (4)의 항들 이외의 밀집도에 대한 정의로서 식 (5)와 같은 대상평면과 등적원의 극관성적률 사이의 비  $M$ 이 있다(Niemi 등, 1990).

$$M = A/\sqrt{2\pi J} \quad (5)$$

여기서  $J(= \iint r^2 dx dy)$ 는 평면의 극관성적률이다. Moussa(2003)는 평면의 관성적률은 유로연장이나 주변장 등과 같은 선형인자에 비하여 지형공간자료의 해상도에 독립적인 특성을 가짐을 시사한 바 있다.

#### 3.2 신집수형상디스크립터

Moussa(2003)에 의하여 개발된 신집수형상디스크립터를 유역의 유출지체시간과의 상관성을 얻고자 시도한 바 있다(김주철 등, 2004; 김재한, 2005). 식 (6)은 집수평면의 기하학적 특성들로 중심축에 대한 관성주축의 회전각  $\omega$ 와 신장비  $R_i$ 를 나타낸다.

$$\tan 2\omega = 2I_{x'y'}/(I_{x'} - I_{y'}) ; R_i = I_{\min}/I_{\max} \quad (6)$$

여기서  $I_{x'y'}$ ,  $I_{x'}$ ,  $I_{y'}$ 은 집수평면의 중심축에 대한 관성적률이고  $I_{\min}$ ,  $I_{\max}$ 은 각각 최소/최대관성적률이다. 유역

의 신장된 형상에 대한 기존의 접근법으로는 식 (7)과 같은 Schumm의 신장비  $E$ 를 들 수 있다(Gregory와 Walling, 1973).

$$E = (2\sqrt{A/\pi})/L \quad (7)$$

식 (6)의 기하학적 특성에 따라 등가타원의 장축  $a$ 와 단축  $b$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$a = [(A/\pi)R_i^{-0.5}]^{0.5} ; b = [(A/\pi)R_i^{0.5}]^{0.5} \quad (8)$$

Moussa(2003)는 집수평면과 유역출구 사이의 평균거리를 특성화하기 위하여 식 (8)을 이용하여 다음과 같은 신집수형상디스크립터를 최종적으로 제안하였다.

$$a + b ; a + b + \epsilon OM \quad (9)$$

여기서  $OM$ 은 유역출구와 등가타원의 경계 사이의 거리이고  $\epsilon (= \pm 1)$ 은 가중치이다.

#### 4. 적용사례

전술한 지체시간에 대한 정의는 신집수형상디스크립터(식 (9))와의 밀접한 상관성을 암시한다. 본 연구에서는 DEM 자료로부터 추출한 집수평면과 등가타원의 형상을 각종 밀집도에 대한 정의를 이용하여 검토하고 지체시간과 신집수형상디스크립터 사이의 상관성을 분석하였다. 대상유역으로는 한강수계의 평창강유역, 금강수계의 보청천유역 그리고 낙동강수계의 위천유역을 선정하였다. 3개 유역에 설치된 총 17개 수위표 지점에 대한 지체시간은 강우-유출 관측자료(건설부, 1991; 건설부/건설교통부, 1990-2000)로부터 식 (3)의 적률법을 이용하여 추정하였다.

표 1. 집수평면과 등가타원의 형상척도

유역	수위표	집수평면						등가타원			
		$F$	$C_1$	$C_2$	$M$	$E$	$R_i$	점유율	$C_1$	$C_2$	$M$
평창강	이목정	0.201	1.825	0.300	0.807	0.506	0.213	0.834	1.112	0.809	0.873
	장평	0.163	1.841	0.295	0.828	0.455	0.229	0.865	1.102	0.823	0.882
	백옥포	0.220	1.778	0.316	0.966	0.530	0.783	0.904	1.003	0.995	0.996
	상안미	0.159	1.911	0.274	0.906	0.450	0.562	0.830	1.016	0.970	0.980
	하반정	0.248	1.720	0.338	0.892	0.562	0.326	0.880	1.059	0.892	0.928
	방림	0.160	1.896	0.278	0.906	0.451	0.444	0.853	1.031	0.941	0.961
보청천	산성	0.182	2.428	0.170	0.725	0.481	0.227	0.739	1.103	0.821	0.881
	이평	0.183	2.443	0.168	0.800	0.483	0.300	0.781	1.068	0.877	0.918
	탄부	0.175	2.252	0.197	0.778	0.472	0.406	0.694	1.038	0.928	0.952
	기대	0.263	2.392	0.175	0.861	0.579	0.408	0.801	1.038	0.929	0.952
위천	산계	0.156	2.447	0.167	0.898	0.446	0.980	0.792	1.000	1.000	1.000
	동곡	0.408	1.884	0.282	0.903	0.721	0.664	0.822	1.008	0.985	0.990
	고노	0.260	1.757	0.324	0.902	0.575	0.659	0.800	1.008	0.984	0.989
	미성	0.157	1.899	0.277	0.914	0.448	0.504	0.844	1.022	0.958	0.972
	병천	0.164	2.301	0.189	0.854	0.456	0.378	0.809	1.044	0.917	0.945
	효령	0.281	1.840	0.295	0.932	0.598	0.607	0.862	1.012	0.977	0.985
	무성	0.223	2.005	0.249	0.898	0.532	0.528	0.829	1.019	0.963	0.975

표 1은 대상유역의 집수평면과 등가타원에 대한 각종 형상척도의 산정결과를 나타낸 것으로서 제9열의

점유율은 집수평면과 등가타원이 중첩되는 부분의 유역면적에 대한 비율을 나타낸다. 우선 주목되는 것은 신장도  $E$ 와  $R_i$ 에 대한 산정결과로 후자의 경우가 보다 민감하게 유역의 형상을 반영하는 것으로 판단된다. 또한 등가타원의 형상은 하류방향을 따라 원의 형태로 접근해감을 표 1의 등가타원에 대한  $C_1$ ,  $C_2$  그리고  $M$ 의 산정결과에서 확인할 수 있다. 이와 같은 현상은 상당히 흥미로운 결과로서, 새롭게 획득된 내용들이라고 간주할 수 있다. 따라서 적용된 3개 유역들로부터 판단해 볼 때, 유역형상은 상류에서 타원적 형상을 가지나 하류로 이동함에 따라 신장율이 줄어들어 상하, 좌우가 서로 대칭된 형상으로 진행된다고 할 수 있겠다. 물론 이를 위하여 앞으로 더 많은 유역 및 자료들에 대한 분석이 이루어져야 하겠다. 집수평면에 대한 밀집도는 정의별로 상이한 양상을 보였다. 이러한 결과는 형상의 정량화가 갖는 난점에 기인하는 것으로, 정의별 밀집도들에 대한 복합적 고려(Niemi 등, 1990)를 통한 평가나 프랙탈 이론의 적용(Knight, 1997) 등이 앞으로 수행되어야 할 것으로 보인다.

## 5. 결론

유역의 지체시간은 유역의 여러 특성인자들에 의하여 영향을 받게 됨은 이미 잘 알려져 있다. 지체시간의 산정을 위하여 본 연구에서 시도된 Nash모형과 GIUH와 비교하였을 때 이 양자는 거의 일치함을 나타내었으며, 이 양자를 이용하여 유로연장, 유역중심장 그리고 Moussa의 신집수형상디스크립터들과 Nash 모형의 지체시간과의 상관성을 각각 구하였다. 이 유역특성인자 및 디스크립터들은 지체시간과 높은 상관성(상관계수  $r = 0.9$ )을 나타냈으며, 특히 본 연구에서 시도된 신집수형상디스크립터들이 다른 특성인자에 비하여 상당히 높은 상관성(상관계수  $r = 0.95$ )을 보여주었다. 본 연구에서 새롭게 제시된 디스크립터인 밀집도와 지체시간의 관계는 추후 연구대상으로서 후속과제로 남겨둔다.

## 참 고 문 헌

- 건설부(1991), **수자원관리기법개발 연구조사사업보고서 별책부록 홍수수문자료집**.  
 건설부/건설교통부(1990-2000), **국제수문개발계획(IHP)대표유역보고서**.  
 김주철, 정관수, 김재한(2004), "신집수형상디스크립터와 Nash 모형의 지체시간 사이의 상관성 분석", **한국수자원학회논문집**, 37(12), 1063-1072  
 김재한(2005), 수문계의 수학적 모형, 선형계를 중심으로, **도서출판새론**  
 이원환(1999), 최신하천공학, **동명사**  
 Boyd, M. J., Pilgrim, D. H. and Cordery, I.(1979) "A storage routing model based on catchment geomorphology", *Journal of Hydrology*, 42, 209-230  
 Gregory, K. J. and Walling, D. E.(1973), Drainage basin form and process, A geomorphological approach, *Edward Arnold*  
 Gupta, V. K., Waymire, E. and Wang, C. T.(1980), "A Representation of an instantaneous unit hydrograph from geomorphology", *Water Resources Research*, 16(5), 855-862  
 Knight, J. L.(1997), "GIS based compactness measurement using fractal analysis", *Proceedings of the 1997 UCGIS annual assembly and summer retreat*, Online. Available: <http://www.spatial.maine.edu/~onsrud/ucgis/testpro/knight/knight.html>  
 Moussa, R.(2003), "On morphometric properties of basins, scale effects and hydrological response", *Hydrological Processes*, 17, 33-58.  
 Nash, J. E.(1960), "A unit hydrograph study, with particular reference to British catchments", *Proceedings of Institution of Civil Engineers.*, 17, 249-282, Nov.  
 Niemi, R. G., Grofman, B., Carlucci, C. and Hofeller, T.(1990) "Measuring compactness and the role of a compactness standard in a test for partisan and racial gerrymandering", *Journal of Politics*, 52(4), 1155-1181  
 Singh, V. P.(1988), Hydrologic systems, Rainfall-runoff modeling, 1, *Prentice Hall*