

TABU 알고리즘을 이용한 대공간 구조물의 최적설계

Optimum Design of the Spatial Structures using the TABU Algorithm

조 용 원* 이 상 주** 한 상 을***
Cho, Yong-Won Lee, Sang-Ju Han, Sang-Eul

ABSTRACT

The design of structural engineering optimization is to minimize the cost. This problem has many objective functions formulating section and shape as a function of the included discrete variables. simulated annealing, genetic algorithm and TABU algorithm are searching methods for optimum values.

The object of this reserch is comparing the result of TABU algorithm, and verifying the efficiency of TABU algorithm in structural optimization design field. For the purpose, this study used a solid truss of 25 elements having 10 nodes, and size optimization for each constraint and load condition of Geodesic ome, and shape optimization of Cable Dome for verifying spatial structures by the application of TABU algorithm

Keyword : TABU Algorithm, Genetic, Size Optimization, Shape Optimization, Object Function, Aspiration

1. 서 론

대공간 구조물은 외력을 자체의 곡률을 이용하여 면내력으로 저항 할 수 있게 하는 형태 저항형 구조물로써, 다른 구조물과 달리 작은 단면을 가지고 내부 기둥 없이 넓은 공간을 계획할 수 있는 장점과 구조적 성질이 동일한 등가 연속체로 치환하여도 비교적 정확한 해를 얻을 수 있는 특징을 가지고 있다. 이러한 대공간 구조물의 특징을 이용한 설계에 있어 부재들의 경량화와 모듈화가 필수적이라 할 수 있으며, 이는 경제성 확보 측면에서 매우 중요한 역할을 할 것이다.

경제성 확보를 위한 대공간 구조물의 설계를 위해서는 최적설계 개념의 적용이 요구된다. 또한 대공간 구조물이 가지고 있는 특징은 최적화 기법 활용에 있어 유용하다고 볼 수 있으며, 지금까지는

유전 알고리즘을 이용한 최적설계 연구⁽¹⁾⁽²⁾가 많이 진행되어 왔다. 하지만 유전자 알고리즘이 갖고 있는 통계상 특성상, 함수계산 횟수가 많고 지역 최적해에 빠질 수 있는 단점, 그리고 수렴 시간에 있어 확률이 적은 영역에 많은 시간을 소비하는 단점이 있다.

한편, 1970년대 초반에 통계적인 방법으로서의 유전 알고리즘과는 달리 발견론적인 방법으로서 터부 알고리즘(TABU algorithm)이 Hansen⁽³⁾에 의해 제시되었으며, 본 논문에서는 전역적 최적해의 발견과 탐색시간의 단축을 위하여 인간의 기억과정을 이용한 방법이라고 말할 수 있는 터부 알고리즘 적용의 타당성을 검증한다. 터부 알고리즘을 타당성을 검증하기 위한 최적화 방법은 설계변수를 실질적인 설계 문제에 알맞은 표준단면치수를 이산화(discrete)하여 크기 최적화^[1] 및 형상 최적화^[2]를 수행한다. 크기 최적화 문제에 있어서는 구조물을 이루는 부재 총 중량의 최소를 목적으로 하고

* 인하대학교 건축공학과 석사과정

** 정희원 · (주) Plus구조기술사사무소 선임연구원

*** 정희원 · 인하대학교 건축학부 교수

있으며, 형상 최적화 문제에 있어서는 3차원적으로 자연스러운 힘의 흐름을 유도하여 처짐의 최소를 목적으로 한다.

2. 터부(TABU) 알고리즘

인간의 기억과정을 이용한 터부 알고리즘은 1960년대 후반 Hansen^[3]에 의하여 처음으로 제시되었다. 1992년 Hu^[5]는 처음으로 구조설계에 적용을 하였고 제한조건이 있는 최적화 문제를 해결하기 위하여 무작위 이동(random moves)방법을 제시하였다. 또한 Dzinga^[6]는 국부 최적해에 빠지는 문제를 해결하기 위한 방법으로 열망기준(aspiration criteria)을 제시하였으나, 오히려 함수계산을 증가시키는 단점과 자동화된 멈춤조건을 제공하지 않고 임의의 반복횟수를 선택하였다. 2001년 Machado^[7] 등은 터부목록(tabu list)을 제거하고 멈춤조건을 정의한 자동화된 알고리즘을 제시하였다. 그러나 구조설계 시 터부목록은 함수계산 감소를 위해 필요한 개념이다. 이러한 터부 알고리즘은 구조물의 최적설계의 문제를 다루는데 있어 대단히 가능성 있는 방법으로 예측된다.

2.1 터부 알고리즘의 기본 개념^[9]

터부 알고리즘과 타 알고리즘과의 차이점을 살펴 보기 위하여 일반적인 조합 최적화문제를 다음과 같이 쓸 수 있다.

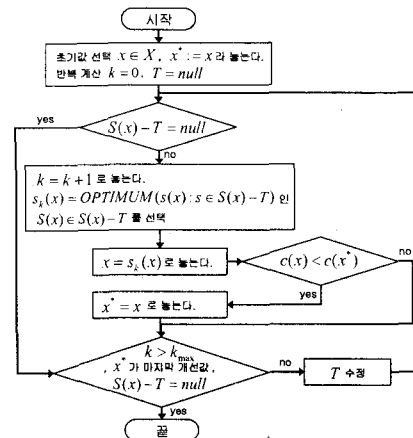
$$\text{Minimize } c(x) : x \in X \text{ in } R_n \quad (1)$$

식 (1)에서 $c(x)$ 는 목적함수로 선형 혹은 비선형일 수 있다. X 는 $c(x)$ 의 가능해이며, R_n 은 n 차원의 실수공간을 의미한다. 식 (1)과 같은 다양한 문제들을 풀기 위한 발견적 기법의 최적탐색 과정은 제약조건을 만족하는 임의의 해에서 다른 해로 이동하는 움직임(moves)의 연속이라고 할 수 있다. X 의 부분집합 $X(s)$ 에 움직임 s 를 사상(mapping)이며 $s: X(s) \rightarrow X$ 으로 정의한다. X 에 적용될 수 있는 움직임 $s \in S$ 들의 집합 $S(x)$ 는 이웃함수(neighborhood function)라 한다.

$$\begin{aligned} S(x) &= s \in S : x \in X(s) \\ X(s) &= x \in X : s \in S(x) \end{aligned} \quad (2)$$

식 (1)과 같은 알고리즘의 기본원리는 최적해 탐색과정이 개선하는 방향으로만 진행되는 것이다. 이 기법은 시작점에서 국부 최적해를 향하여 유일한 한쪽 방향으로만 진행하며, 더 이상 개선할 수 없어 종료될 때 지역 최적해를 얻는다. 그러나 이것은 전역 최적해라 할 수 없다. 이와 달리 터부 알고리즘은 기존의 알고리즘과는 다르게 한쪽 방향으로만 진행하지 않고, 이미 지나왔던 지역 최적해에 다시 빠지는 일 없이 '최고로 가능한 움직임'으로 탐색을 계속하여 전역 최적해를 구한다. 터부 알고리즘의 단순화된 진행과정은 그림 1과 같다. 그림 1에서 T 는 터부목록, k_{\max} 는 최대반복수, x^* 는 최적해, OPTIMUM은 이웃함수 중에 최적해를 찾는 함수이다. 터부 알고리즘 진행시 터부목록에 포함된 이웃함수들은 진행에서 제외된다. 터부 알고리즘 과정에는 다음과 같이 3가지 중요한 점이 있다.

- (1) 터부목록 T 를 사용함으로써 제약적인 탐색을 하며 생성된 해들은 업데이트된 T 에 의해 결정된다.
- (2) 전 스텝에서 찾은 지역 최적해중 가장 좋은 해를 개선하는 경우를 제외하고, 지역 최적해의 조건을 참고하지 않는다.
- (3) 개선하는 움직임 중에서 가장 좋은 움직임은 각 단계에서 선택되고, OPTIMUM 함수 안에 삽입된 기준을 사용한다.



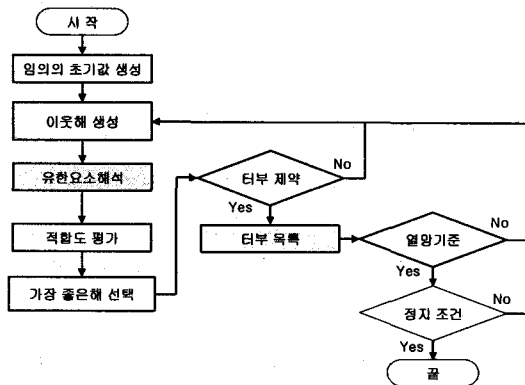
<그림 3> 터부 알고리즘의 개념

OPTIMUM 함수는 다음식을 만족하는 s_k 을 선택한다.

$$c(s_k(x)) = \min(c(s(x)): s \in S(x) - T) \quad (3)$$

터부목록 T 를 제외한 원소들은 부등식 제약들의 집합을 만족해야 한다. OPTIMUM 함수가 $c(s(x))$ 최소화를 빨리 이루기 위해서는 $S(x) - T$ 를 축소시키고, 이 범위에서 샘플링하는 방법을 사용한다. 극단적으로 후보해가 하나만 존재할 수 있고 이 경우는 $c(s) < c(x)$ 인 s 를 뽑는 샘플전략은 무시할 수 있다. 그러므로 터부 알고리즘은 최적해가 있을 확률이 적은 영역에 많은 시간을 소비하지 않고, 최적해가 있을 확률이 높은 지역을 탐색하는데 더 많이 시간을 소비한다.

2.2 터부 알고리즘에 의한 최적화 알고리즘



<그림 4> 본 연구에서 사용한 최적화 알고리즘

본 연구에서 사용된 알고리즘은 그림 2와 같고, 임의의 초기해로부터 이웃해들을 생성, 유한요소해석의 결과값으로 적합도 평가를 한다. 적합도 평가는 목적함수의 값이 최소가 되는 것을 의미한다. 타부제약을 통하여 목적함수를 최적해에 유도하는 이웃해들의 생성빈도를 파악하고 좋은 해들을 터부목록에 저장함으로써 현 스텝에서 찾은 최적해를 다시 찾는 일 없이 전역최적해로 인도한다. 하지만 현 스텝까지 찾은 최적해가 국부최적해일 가능성이 있으므로 열망기준을 통하여 이웃해를 다시 생성한다. 만약 이웃해를 생성하여도 더 이상의

최적해를 찾지 못한다면 종료하게 되고, 터부 목록에 저장된 값이 전역 최적해가 되는 것이다.

2.3 최적화 문제의 정식화

구조물의 최적설계는 주어진 물리적 상태에서 제약조건을 만족하고 목적함수를 최소화 또는 최대화시키는 설계변수의 값을 구하는 것이다. 구조물의 최적설계는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\text{목적함수: } f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4)$$

$$\text{제약조건: } g_i(x) \leq 0 \quad i=1, 2, 3, \dots, m \quad (5)$$

$$x_l \leq x \leq x_u \quad (6)$$

식 (4)에서 $f(x)$ 는 목적함수, 식 (5)의 $g_i(x)$ 는 제약조건식, m 은 제약조건의 수, x_l, x_u 는 각각 설계변수의 상한값, 하한값으로 최적해의 범위를 나타낸다.

구조물의 최적화에 대해서 목적함수는 부재의 중량, 구조물의 형상 등 다양한 형태가 될 수 있다. 목적함수를 평가하는 제약조건에는 등호 제약조건과 부등호 제약조건이 있고, 이 두 가지를 동시에 고려할 수도 있다.

$$\text{등호 제약조건: } h_i(x) = 0 \quad (7)$$

$$\text{부등호 제약조건: } g_j(x) = \psi_{j+1} - \psi \leq 0 \quad (8)$$

$$\Phi(x, r) = f(x) + P(h(x), g(x), r) \quad (9)$$

$$P(h(x), g(x), r) = r \left\{ \sum_{i=1}^p [h_i(x)]^2 + \sum_{j=1}^m [g_j(x)]^2 \right\} \quad (10)$$

식 (7), (8)에 정의된 제약 최적화 문제는 식 (9), (10)와 같이 정의되며, 여기서 P 는 벌점함수이고, r 은 벌점 조정 매개변수로 임의의 큰 수를 목적함수에 더하도록 한다.

터부 알고리즘에 있어서 수렴조건을 너무 완화시키면 국부 최적해에 빠지기 쉽고, 과도하게 설정하

면 함수계산횟수가 급격히 증가하므로 멈춤조건은 함수계산횟수에 큰 영향을 미친다. Machado^[8] 등은 경험적으로 멈춤조건을 다음과 같이 부여하였다.

$$|f_e^* - f_{e-q}^*| \leq \varepsilon \quad (q=1, 2, 3, \dots, n_q) \quad (11)$$

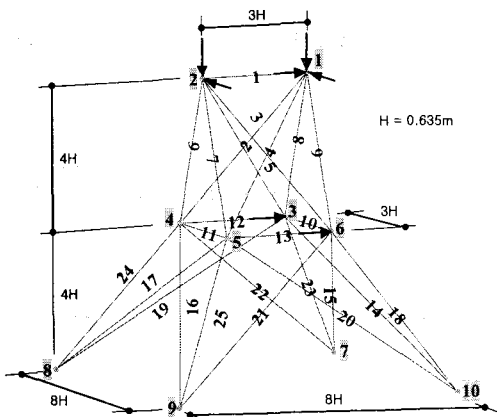
$$f_e^* - f_{opt} \leq \varepsilon \quad (12)$$

식 (10), (11)에서 f_e^* 는 e 번째 순환에서 찾은 최소해이며 f_{opt} 는 지금까지의 최소해, ε 은 아주 작은 수이다. 다른 조건으로는 미리 설정된 최대 반복수에 도달했을 때, 잠정 최우수해의 개선 기간이 너무 길 때와 최적해가 이미 발견 되었을 때가 있다. 본 연구에서는 최대 반복수를 사용하고 있다.

3. 구조물의 최적설계

3.1 터부 알고리즘의 타당성 검토

구조물의 최적화 문제에 있어 터부 알고리즘의 타당성을 검토하기 위하여 유전 알고리즘과 터부 알고리즘을 비교하였다. 그림 3은 최적화의 검증을 위해 많이 적용되고 있는 구조물의 예^{[11][12]}로써, 중량의 최소를 목적함수로 사용하는 크기 최적화 문제이다. 사용된 재료 물성치 및 크기 최적화를 위한 정식화는 아래와 같다.



<그림 3> 10절점 25부재 입체트러스 모델

<표 1> 10절점 25부재 재료 물성치

탄성계수	$E=6.895 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$
밀도	$\rho=2767.042 \text{ kg/m}^3$

<표 2> 부재 그룹화

그룹	부재 번호
G1	1
G2	2, 3, 4, 5
G3	6, 7, 8, 9
G4	10, 11
G5	12, 13
G6	14, 15, 16, 17
G7	18, 19, 20, 21
G8	22, 23, 24, 25

<표 3> 하중조건

절점번호	x	y	z
1	4.482	44.482	-22.241
2	0.0	44.482	-22.241
3	2.2241	0.0	0.0
6	2.2241	0.0	0.0

$$\text{목적 함수: } f(x) = \sum_{i=1}^{25} \rho l_i A_i$$

$$\text{설계 변수: } A_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, 25)$$

$$\text{제약 조건: } \sigma_i \leq \sigma_y, \quad \sigma_i < \sigma_{ei}$$

$$(\sigma_y = \text{항복응력}(2.7579 \times 10^5 \text{ kN/m}^2), \quad \sigma_{ei} = (\pi^2 EI / l_i^2) / A_i)$$

$$\text{단면적: } A_i (\text{cm}^2) \in \{0.064516, 0.64516 \times k\}$$

$$k=1 \sim 40$$

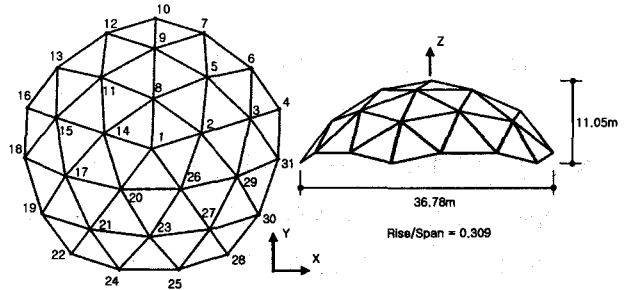
해석 결과는 표 4와 같으며, 유전 알고리즘의 조건은 집단 크기를 100, 교배율 1.0, 돌연변이율 0.2를 사용하였다. 표 4의 결과는 10번 시행하여 목적함수가 최소값을 갖은 시행변의 결과이다. 표 4의 결과를 비교해 보면 터부 알고리즘은 수렴성이 좋을 뿐만 아니라, 우수한 해를 찾고 있다. 이것을 볼 때 터부 알고리즘을 통하여 최적화 문제에서의 함수 계산횟수를 감소시킬 수 있다. 터부 알고리즘에 의한 최적 단면을 그림 4에 나타내고 있으며, 힘의 흐름에 따른 단면형태를 알 수가 있다.

<표 4> 최적화 결과
(cm²)

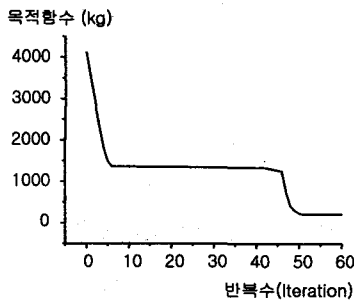
함수 계산횟수	유전 알고리즘	터부 알고리즘
중량(kg)	210.3	208.8
G1	0.064	0.064
G2	0.650	0.650
G3	2.580	2.580
G4	0.064	0.650
G5	0.064	0.064
G6	0.650	0.650
G7	2.580	1.940
G8	2.580	2.580

단위 :

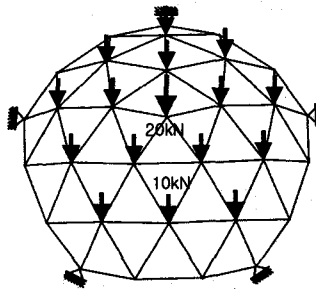
과를 비교하기 위하여 4가지 경우를 고려하여 최적화 하였다.



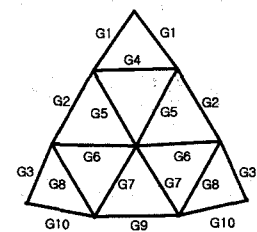
<그림 6> 지오데식 돔 모델



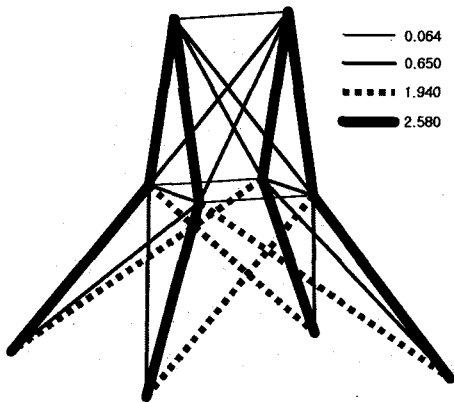
<그림 4> 10절점 15부재의 수렴과정



<그림 7> 하중조건



<그림 8> 설계변수 그룹



<그림 5> 단면 최적화 결과

3.2 대공간 구조물의 크기 최적화 문제

대공간 구조물의 터부 알고리즘의 적용성을 검토하기 위하여 그림 6과 같은 31절점 75부재 지오데식 돔(geodesic dome) 구조물의 단면을 최적화한다. 수치해석 방법으로는 기하학적 비선형 해석을 고려한 하중 증분법을 사용하여 구조물의 전체 좌굴을 고려하였다. 재료 물성치 및 설계변수의 그룹화는 아래와 같고, 제약조건과 하중조건에 따른 결

$$\text{목적 함수} : f(x) = \sum_{i=1}^{75} \rho l_i A_i$$

$$\text{설계 변수} : A_i, (i = 1, 2, 3, \dots, 10)$$

$$\text{제약 조건} : \text{응력제약 } \sigma_i \leq \sigma_y, \sigma_i < \sigma_{ei}$$

$$(\sigma_y = \text{항복응력}(2.7579 \times 10^5 \text{ kN/m}^2), \sigma_{ei} = (\pi^2 EI / l_i^2) / A_i)$$

$$\text{변위제약} = g_i(x) = \delta_i - \delta_u \leq 1 \text{ cm}$$

단면적 : KS규격 구조용 강관 61개

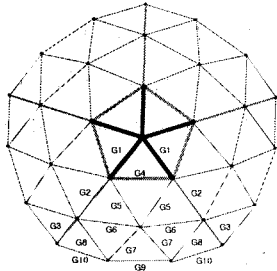
<표 5> 지오데식 돔의 하중 및 제약 조건

경우	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
하중 조건	집중하중	집중하중	등분포하중	등분포하중
제약 조건	응력제약	응력제약	변위제약 응력제약	변위제약 응력제약
집중하중	1번 절점 200kN			
응력제약	허용 및 좌굴응력			

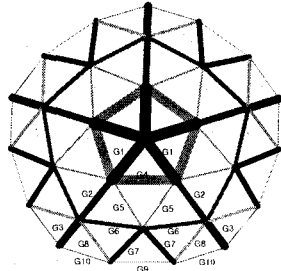
지오데식 돔의 경우별 최적화 결과는 표 6에 나타나 있으며, 이 결과는 경우별로 10번 시행하여 목적함수(중량)가 최소가 된 시행번의 결과이다.

그림 9~12는 표 6의 결과를 그림으로 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 집중하중 부근의 부

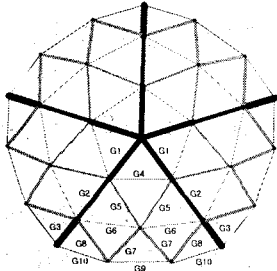
재단면이 크게 나오며, 분포하중의 경우 하중 흐름에 따라 지점에 부재들의 단면이 크게 나오는 것을 알 수 있었다. 제약조건에 따른 최적화를 비교해본 결과 응력제약을 고려한 경우보다 응력제약과 변위제약을 동시에 고려한 경우가 부재 단면이 크게 나오는 것을 알 수 있었다.



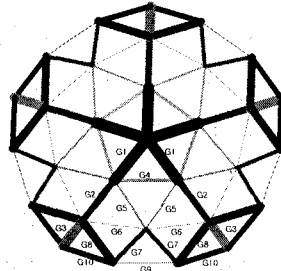
<그림 9> Case 1의 결과



<그림 12> Case 2의 결과



<그림 13> Case 3의 결과



<그림 14> Case 4의 결과

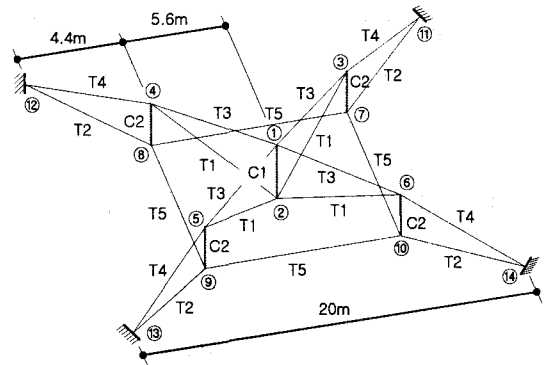
3.3 대공간 구조물의 형태 최적화 문제

대공간 구조물에 많이 이용되고 있는 케이블 돔의 형상 최적화를 위하여 그림 13은 단위 모델로 14절점 25부재로 이루어진 구조 시스템이다. 이 문제에서는 포스트의 길이와 위치에 따라 각 절점의 변위가 최소가 되는 최적 형상을 결정한다.

<표 6> 지오데식 돔의 경우별 최적화 결과

(cm^2)

경우	시행수	중량(kg/m ³)	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
Case 1	1	11751.125	8.64	2.20	2.20	5.76	1.18	1.18	1.18	1.18	1.18	1.18
Case 2	6	170809.094	118.50	25.16	70.21	98.90	9.41	15.52	22.72	10.79	1.51	4.20
Case 3	3	22711.231	8.64	7.35	15.52	1.18	3.48	1.18	4.20	4.20	2.20	2.20
Case 4	9	279542.736	209.40	22.72	148.80	9.89	8.64	4.20	12.01	70.21	7.35	15.52



<그림 15> 케이블 돔 모델

<표 7> 부재 재원 및 초기장력

부재	단면적 (cm^2)	탄성계수 (kN/cm^2)	초기장력 (tf)	
인장재	T1	17.34	18630	2.59
	T2	8.67	18630	13.04
	T3	14.94	12750	7.15
	T4	10.60	12750	7.24
	T5	11.86	12750	19.98
압축재	C1	53.61	20590	0
	C2	30.87	20590	0

$$\text{목적 함수 : } f(x) = \sum_{i=1}^{25} (D_i)^2$$

$$\text{설계 변수 : } D_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 10)$$

$$\text{제약 조건 : } P_i \geq 0 \quad (i = T1 \sim T5),$$

$$g_i(x) = \delta_i - \delta_u \leq 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 10)$$

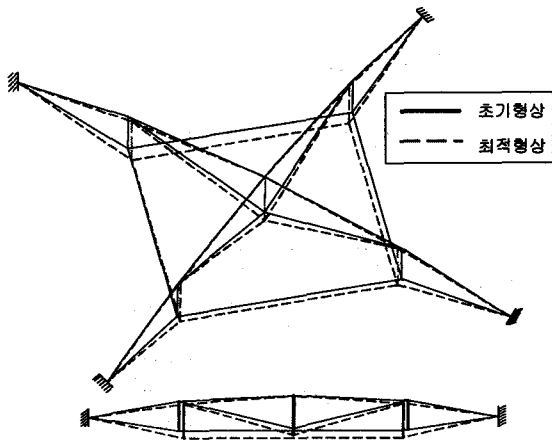
$$(P_k = \text{케이블의 장력}, \delta_i = i \text{ 절점의 변위},$$

$$\delta_u = \text{변위 제약 값}(50 \text{ cm}))$$

케이블 돔의 초기 형상을 유지하기 위하여 절점을 표 8과 같이 그룹화 하였고 압축재 C2의 길이 변화는 같게 하였으며, 그룹 2, 3은 x축에 대하여 반대 방향, 그룹 3, 4는 y축에 대하여 반대 방향으로 설정하였다. 케이블은 인장재이므로 압축을 받을 경우 탄성계수를 0으로 하는 별점전략을 사용하였다.

단위

케이블과 포스트의 길이 변화는 표 9와 같고 10번 시행하여 얻은 결과이다. 표 9에서 C1의 포스트는 초기 길이 2.30m에서 2.75m로 나타났으며, C2 포스트도 초기 길이 2.00m에서 2.38m로 38cm 증가하였고, 형상 최적화 결과는 그림 14와 같다.



<그림 16> 케이블 돔의 최적형상

<표 9> 케이블과 포스트의 길이 단위(cm)

시행수	최대 반복수 (함수)	T1	C1	C2	$f(x)$
1	60	761	271	234	0.235
2	55	661	235	296	0.170
3	50	680	173	246	0.645
4	55	704	250	232	0.618
5	51	738	294	260	0.173
*6	63	764	275	238	0.167
7	55	684	237	296	0.187
8	55	718	243	319	0.168
9	50	718	275	238	0.216
10	56	704	250	268	1.040

4. 결 론

본 연구에서는 터부 알고리즘의 타당성을 검토하기 위하여 10절점 25부재 입체 트러스의 크기 최적화 문제를 유전 알고리즘과 비교하였으며, 대공간 구조물을 대상으로 크기 및 형상 최적화 결과, 다음과 같은 결론을 얻게 되었다. 10절점 25부재 입체 트러스의 크기 최적화 결과에서 터부 알고리즘은 유전 알고리즘에 비해 함수계산횟수가 적고 더 정확한 수렴 값을 얻을 수 있음을 증명하였으

며, 지오테식 돔의 크기 최적화 결과, 터부 알고리즘을 통하여 하중조건 및 제약조건에 따른 최적 단면을 찾을 수 있었다. 터부 알고리즘은 설계변수의 영역이 넓어지거나, 설계변수가 많아지면 함수 계산 횟수가 급격히 늘어난다. 그러나 본 연구의 예제 검토 결과 이산화 설계변수의 문제에서는 비교적 우수한 결과를 보이고 있다. 케이블 돔의 형상 최적화를 통하여 초기형상보다 처짐에 대한 더 좋은 저항 성능을 갖는 형상을 찾았으며, 이는 대공간 구조물의 적용에 효과적인 방법으로 사료된다.

참고 문헌

1. 현승협, 김종범, 한상을, "경계확장과 복합유전 알고리즘을 이용한 비선형 입체 트러스의 최적설계", 대한건축학회논문집(구조), 19-5, 2003. 5, pp 3~10
2. 한상을, 황보석, 조남철, "케이블 돔 구조물의 형상최적화에 관한 연구", 대한건축학회논문집(구조), 19-7, 2003. 7, pp. 53~60
3. Hansen, P. and Jaumard, B., "Algorithms for the Maximum Satisfiability Problem", RUTCOR Research Report, RR#43-87, Rutgers, New Brunswick, NJ, 1987
4. Glover, F. and Laguna, M., TABU SEARCH, Kluwer Academic Publishers, 1998
5. Hu, N., "Tabu Search Method with Random Moves for Globally Optimal Design", Int. J. for Numerical Methods in Eng, Vol. 35, 1992, pp. 1055~1067
6. Dhingra, A. K. and Bennage, W. A., "Discrete and Continuous Variable Structural Optimization Using Tabu Search", Engineering Optimization, Vol. 24, 1995, pp. 177~196
7. Machado, J. M., Shiyong, Y., Ho, S. L. and Peihong, N., "A Common Tabu Search Algorithm for the Global Optimization of Engineering Problem", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 190, 2001, pp. 3501~3510

8. Arora, J. S., INTRODUCTION TO OPTIMUM DESIGN, McGraw-Hill Book, 1994.

9. 김여근, 윤복식, 이상복, 메타 휴리스틱, 영지문화사, 1997

10. 이권희, 주원식, "타부 탐색을 이용한 이산설계공

간에서의 구조물의 최적설계", 대한기계학회논문집 A권, 제 27 권 제 5 호, 2003, pp. 798~806

11. Bland, J. A., "A Memory-based Technique for Optimal Structural Design", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 11, 1998, pp. 319~325