

T-S 퍼지모델 기반 표적추적 시스템

The design T-S fuzzy model-based target tracking systems

노선영*, 주영훈**, 박진배*

*연세대학교 전기전자공학과, **군산대학교 전자정보공학부

Sun-Young* Hoh, Young-Hoon Joo**, Jin-Bae Park*

Dept. of Electrical & Electronic Eng., Yonsei University

School of Electronic & Information Eng., Kunsan University

E-mail : rkdhtm@control.yonsei.ac.kr

Abstract

In this note, the Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy-model-based state estimator using standard Kalman filter theory is investigated. In that case, the dynamic system model is represented the T-S fuzzy model with the fuzzy state estimation. The steady state solutions can be found for proposed modeling method and dynamic system for maneuvering targets can be approximated as locally linear system. And then, modeled filter is corrected by the fuzzy gain which is a fuzzy system using the relation between the filter residual and its variation. This paper studies the T-S fuzzy model-based state estimator which the dynamic system can be approximated as linear system.

Key word: T-S fuzzy model, maneuvering target, Kalman filter, fuzzy gain

1. 서 론

기동표적 시스템의 정확한 모델링 기법은 상태 추정(state estimation)의 분야에서 가장 중요한 문제로 널리 연구 되어 왔다. 칼만 필터(Kalman filter)[1]는 표적의 상태 천이 중 첨가되는 프로세스 잡음과 표적의 탐지와 측정 과정에서 들어오는 측정 잡음을 고려하여 표적의 상태를 추정한 알고리즘으로 이용되어 왔으나, 심한 기동 발생시, 정해진 프로세스 잡음의 분산은 기동을 다룰 수 없게 되므로, 필터의 성능은 현저히 저하될 수 있다. 이러한 비선형 측정치의 문제해결을 위한 방법으로 확장 칼만 필터(extended Kalman filter)[2]가 개발되기도 하였으며, 근래에 있어서는 급격한 기동을 행하는 표적을 추적하기 위한 효율적인 추적 기법으로 가

변차수기법[3], 입력추정 기법[4], 다중 모델기법[5,6]등의 다양한 모델이 제시되기도 하였다. 이러한 기존의 수학적 방법은 정확한 모델을 다루는 데 있어서 성공적인 결과를 보여 왔으나, 대상 시스템이 수학적으로 모델링하기 어렵거나 강한 비선형성을 갖거나 외부 환경이 불확실하게 변하는 경우에는 원하는 목적을 얻을 수 없는 문제점을 가지고 있다.

본 논문에서는 이러한 비선형 측정치의 문제해결을 위해 기동 모델을 수학적으로 증명된 칼만 필터를 이용한 T-S 퍼지 모델로 구성한다. 제안된 방법에서, 퍼지 상태 추정은 각각 지역 상태 공간 모델로 구성되어 기동에 의한 비선형성을 추정하여 보완한 후, 보정한 필터의 더욱 정확한 추적성능을 얻기 위해 측정 예측시 발생하는 측정 예측 오차를 모델의 잔여치(residual)와 그 변

화를 이용한 퍼지 시스템의 규칙들로 나타낸 퍼지계인을 이용하여 측정 예측 오차를 보상한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 이론적 배경으로 비선형성을 갖는 기동 표적 모델과 이 기동표적 모델을 T-S 퍼지 모델로 변환한 모델링 기법을 언급하고, 제3장에서는 퍼지계인을 이용한 측정 예측 오차를 언급하며, 마지막으로 4장에서는 결론이 도출된다.

2. 본 론

2.1 비선형 동적 시스템

많은 물리적인 시스템은 매우 복잡하며, 실질적으로 강한 비선형성과 불확실성을 갖고 있기 때문에 수학적으로 모델링하는 것이 어렵다. 그러나, 이런 비선형 시스템은 지역 선형 시스템으로 표현한 후 전역 시스템으로 표현 할 수 있다. 먼저, 비선형 시스템은 다음과 같다.

$$x(t+1) = f(x(t), w(t)) \quad (1)$$

$$z(t) = h(x(t), v(t)) \quad (2)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태벡터이고, $z(t) \in R^m$ 는 측정벡터이고, $w(t)$ 와 $v(t)$ 는 각각 분산이 $Q(t)$, $R(t)$ 인 백색 가우시안 공정 잡음과 측정 잡음이다. 여기서는 공정 잡음과 측정 잡음은 서로 연관이 없다고 가정한다.

2.2 T-S 퍼지 모델로 모델링한 방법

비선형 시스템(1,2)은 다음과 같은 T-S 퍼지 지역 선형 모델로 다시 모델링 할 수 있다.

Rule j: IF $z_1(t)$ is F_{1j} and ... and $z_n(t)$ is F_{nj} .

THEN $x(t+1) = A_j x(t) + B_j u(t) + G_j w(t)$

$$y(t) = C_j x(t) + v(t) \quad (3)$$

여기서, z_j 는 전반부 입력변수이고, F_{ij} 는 퍼지 집합이고, $u(t) \in R^m$ 는 실제로 알지 못하는 결정적 가속도 입력이며, $y(k)$ 는 j 번째 규칙에 대한 측정치 결과이다. 식 (3)은 지역 선형 시 불변 모델로 식 (4)와 같이 전역 모델로 표현된다.

$$x(t+1) = \sum_{j=1}^L \theta_j(z(t))(A_j x(t) + B_j u(t) + G_j w(t))$$

$$y(t) = \sum_{j=1}^L \theta_j(z(t)) C_j x(t) \quad (4)$$

여기서, $\theta_j(z(t))$ 의 소속도(membership grades)는 다음과 같은 값을 갖는다.

$$w_j(z(t)) = \prod_{j=1}^L F_{ij}(z_i(t)), \quad (5)$$

$$\theta_j(z(t)) = \frac{w_j(z(t))}{\sum_{j=1}^L w_j(z(t))} \quad (6)$$

$$\theta(t) = \sum_{j=1}^L \theta_j(z(t)) \quad (7)$$

$$z(t) = [z_1(t) \cdots z_j(t)]$$

식 (5), (6)으로 부터 다음과 같은 식(8)을 갖는다.

$$\sum_{j=1}^L \theta_j(z(t)) = 1 \quad (8)$$

식 (4)에 의한 추론 결과는 식 (8)을 이용하여 다음과 같은 T-S 퍼지 모델을 갖는다.

$$x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + G(t)w(t) \quad (9)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + v(t) \quad (10)$$

여기서, $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ 는 다음과 같다.

$$A(t) = \sum_{j=1}^L \theta_j(z(t)) A_j \quad B(t) = \sum_{j=1}^L \theta_j(z(t)) B_j$$

$$C(t) = \sum_{j=1}^L \theta_j(z(t)) C_j \quad (11)$$

전역 모델에서, L 지역 시불변 모델(local linear time-invariant models)의 조합은 시변 모델로 대체할 수 있다. 만약, 전반부 입력변수가 상태함수이면, 이 모델은 비선형성을 갖는다. 그러나, 전반부 변수가 상태에 독립적인 값을 갖는다면 이 모델은 선형성을 갖는다. 여기서, 우리는 상태 변수 $x(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$x_i(t) = \theta_i(z(t))x(t), \quad y_i(t) = \theta_i(z(t))y(t) \quad (12)$$

식(8)로부터 식(13)을 나타낼 수 있다.

$$x_i(t) = \sum_{i=1}^L x_i(t) \quad y_i(t) = \sum_{i=1}^L y_i(t), \quad (13)$$

$x_i(t)$, $y_i(t)$ 변수의 동역학에 의한 비선형성은 다음과 같은 정리에 의해 표현된다.

정리.1

$$x_i(t+1) = A_i x_i(t) + \theta_i(z(t)) B_i u(t) + \theta_i(z(t)) G_i w(t),$$

$$y_i(t) = C_i x_i(t) + \theta_i(z(t)) v(t) \quad (i=1, \dots, L)$$

표적이 등속도 직선 운동을 한다는 가정 하에 표적의 위치와 속도만을 고려하여 모델링된 표적 동역학 모델(dynamic model)은 실제 가속도 운동을 포함한 기동 발생 시 상당한 오차를 유발한다. 이에 본 논문은 기동에 의한 비선형성을 갖는 동역학 모델을 T-S 퍼지 전역 선형 모델로 변환하여 기존의 칼만 필터의 상태 변수를 지능

기법으로 대체하였다.

3. 측정 예측오차 보정방법

칼만필터의 상태 변수를 T-S 퍼지 모델로 변형하여 비선형 측정 방정식을 상태 변수 $x(t)$ 에 대해 마치 시변 선형 형태의 측정치를 갖는 새로운 모델로 변환시킨 방정식을 본 장에서는 칼만 필터 알고리즘을 적용하여 상태 예측치 값을 구한 후, 더욱 정확한 표적 추적이 가능하도록 하기 위하여 퍼지 시스템을 이용한 퍼지계인을 더하여 정확한 측정 예측 오차를 보정한다.

3.1 T-S 퍼지 모델에 의한 상태 추정 방법

칼만 필터의 알고리즘은 최소 자승 오차 알고리즘을 이용해 시스템의 상태를 효과적으로 추정하는 알고리즘으로 시간 t 에서 추정치 방정식, 식 (9)과 식 (10)을 이용한 상태 추정치 $\hat{x}(t+1)$ 및 예측오차 공분산 $\hat{P}(t+1)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= M(t+1)\hat{x}(t) + K(t)y(t) \\ \hat{x}(t+1) &= A\hat{x}(t) + \theta(t)Bu(t) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}(t+1) &= A\hat{P}(t)A^T + GQ_tG^T \\ \hat{P}(t+1) &= [I - K(t+1)C]\bar{P}(t+1) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, $M(t+1) = [I - K(k+1)C]$ 이며, $K(t+1)$ 은 칼만계인이다.

칼만계인은 다음과 같이 정의 된다.

$$K(t+1) = \bar{P}(t+1)C^T(C\bar{P}(t+1)C^T + R(t+1))^{-1} \quad (16)$$

3.2 퍼지계인을 이용한 측정 예측오차 보정법

칼만 필터의 알고리즘으로 상태 추정 예측치 값을 구한 후, 본 논문의 목적인 퍼지 계인을 구하기 위한 알고리즘은 다음과 같다. 첫째, 식 (14)을 이용한 측정 예측치 값을 구한다.

$$\hat{z}(t) = C(t)\hat{x}(t) \quad (17)$$

식 (17)와 식 (10)을 이용하면, 측정치 예측 오차 식 (18)이 유도되며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t) \quad (18)$$

퍼지 계인을 구하기 위해 두개의 입력과 한개의 출력(double-input single-output)을 갖는 퍼지 시스템을 구성한다.

$$\text{Rule } j: \text{ IF } x_1 \text{ is } A_{1j} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{2j} \text{ THEN } y \text{ is } \bar{\gamma}_j \quad (19)$$

여기서, 두개의 입력 x_1 은 필터의 잔여치(residual)로 $\tilde{z}(t)$ 이며, x_2 은 변화율 $\Delta\tilde{z} = \tilde{z}(t) - \tilde{z}(t-1)$ 이며, 출력 변수 y 는 퍼지계인

$\bar{\gamma}_j$ 이다. 식 (19)을 비퍼지화 하면 식 (20)과 같은 함수 형태를 얻을 수 있다.

$$\bar{\gamma}_j = \frac{\sum_{j=1}^M \gamma_j \left(\prod_{k=1}^2 \phi_{kj}(x_{ij}) \right)}{\sum_{j=1}^M \left(\prod_{k=1}^2 \phi_{kj}(x_i) \right)} \quad (20)$$

여기서, M 은 최대 규칙수, i 은 입력 변수의 수를 나타낸다. 또한, $\phi_{ij}(x_i)$ 는 중심값 c_{ij} , 분산 값 σ_{ij} 을 갖는 가우시안 소속함수이다.

퍼지 규칙의 구조와 소속 함수의 파라미터를 동정하기 위해 경사기울(GD: Gradient descent)기법을 이용하여 퍼지계인 $\bar{\gamma}_j$ 를 최적화시킨다. 이때, 전진부와 후진부를 동정시킬 때 에러함수 e^p 식 (21)는 다음과 같다.

$$e^p = \frac{1}{2M} \left[\sum_{j=1}^L E_j^2 \right] \quad (21)$$

$$E_j \cong [\bar{\gamma}_j - \tilde{z}_j] \quad (22)$$

GD를 이용하여 퍼지계인을 최적화 시킨 후, 상태 예측치를 보정하기 위하여 퍼지계인을 다음과 같이 정의한다.

$$\gamma_{Fg}(t) = [\bar{\gamma}_t \quad \bar{\gamma}_t] \quad (23)$$

식 (23)을 이용하여 상태 예측 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{x}_{Fg}(t) = \hat{x}(t) + \gamma_{Fg}(t) \quad (24)$$

식 (24)와 같이 상태 예측 방정식을 보정하여 측정 오차를 줄인 후 칼만 계인(16)을 사용하여 시간 $(t+1)$ 에서의 추정치를 새롭게 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(t+1) &= \hat{x}_{Fg}(t) + K(t)(z(t) - H(t)\hat{x}_{Fg}(t)) \\ &= \hat{x}(t) + \gamma_{Fg}(t) + K(t)[z(t) - H(t)(\hat{x}(t) + \gamma_{Fg}(t))] \\ &= (I - K(t)H(t))(\hat{x}(t) + \gamma_{Fg}(t)) + K(t)z(t) \end{aligned} \quad (25)$$

본 논문은 기동을 포함한 비선형 측정 방정식을 T-S 퍼지 모델 기법을 이용하여 상태 변수 $x(t)$ 에 대해 마치 시변 선형의 형태를 갖는 모델로 변환시킨 후 시스템의 상태 변수를 추정한다. 또한, 모델의 정확성을 위해 측정치의 예측 과정에서 생기는 오차를 퍼지계인을 이용하여 보정함으로써 기존의 칼만 필터가 다룰 수 없는 모델 불확실성과 비선형성 등을 보정하였다.

본 논문에서 제안하는 T-S 퍼지모델 기반 표적 추적 시스템의 구조는 그림 1과 같다.

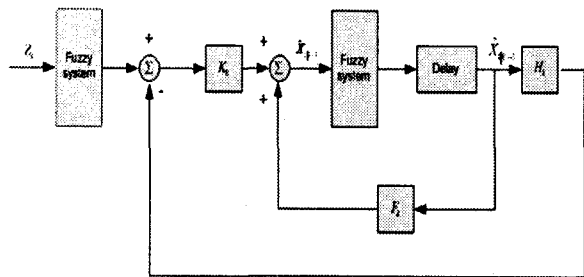


그림 1. T-S 퍼지모델 기반 표적추적 시스템

4. 결론 및 향후과제

본 논문에서는 기동하는 표적의 효과적인 추적을 위해, 기동에 의한 비선형성을 갖는 동역학 모델을 T-S 퍼지 모델로 변환한 후 퍼지 게인을 이용하여 모델링 오차를 보정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 기존의 칼만필터의 상태 변수를 T-S 퍼지 지역 시불변 모델로 모델링 한 후 정리 1에 의해 전역 선형 모델로 변환하여 기존의 칼만 필터의 상태 변수를 지능기법으로 대체하였다. 또한 선형 시변 형태의 측정치를 갖는 새로운 모델로 변환시킨 방정식은 수학적으로 증명된 칼만필터 알고리즘을 적용하였으며, 이때 모델의 정확성을 위해 필터의 잔여치와 변화율을 이용한 퍼지게인을 더하여 측정치의 예측 과정에서 생기는 오차를 보정함으로써 기존의 칼만필터가 다룰 수 없는 모델 불확실성과 비선형성 등을 보정하였다.

6. 참고문헌

[1] Y. Bar-Shalom and X. Li, *Estimation and Tracking: Principles, Techniques and Software*, Artech House, 1993.

[2] M. S. Grewal and A. P. Andrews, *Kalman filtering: theory and practice*, Prentice Hall, 1993.

[3] Y. Bar-Shalom and K. Birniwal, "Variable dimension filter for maneuvering target tracking," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-18, No. 5, pp. 621-629, 1982.

[4] P. L. Bogler, "Tracking a maneuvering target using input estimation," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-23, No. 3, pp. 298-310, 1987.

[5] H. A. P. Blom, and Y. Bar-Shalom, "The interaction multiple model algorithm for systems with Markovian Switching

coefficients," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-33, No. 8, pp. 780-783, 1988.

[6] A. Munir and D. P. Atherton, "Adaptive interacting multiple model algorithm for tracking a maneuvering target," *IEE Proc. of Radar., Sonar Navigation*, Vol. 142, No. 1, pp. 11-17, 1995.

[7] Dan Simon, "Kalman filtering for fuzzy discrete time dynamic systems," *Applied Soft Computing*, No. 3. pp. 191-207, 2003.

[8] T. Johansen, R. Shorten, R. Murray-Smith, "On the interpretation and identification of dynamic Takagi-Sugeno fuzzy models," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* Vol. 8, No. 3, pp.297-313, 2000.