

질량/스프링계를 고려한 가동자석형 왕복 액추에이터의 등가임피던스 모델링 및 주파수 특성해석

장석명*, 최장영*, 조한목*, 유대준*, 정상섭**
 *충남대학교, **LG D/A 연구소

Impedance Modeling and Frequency Response of Moving-Magnet Linear Actuator Considering Mass/Spring System

Seok-Myeong Jang*, Jang-Young Choi*, Han-Wook Cho*, Dae-Joon You*, Sang-Sub Jeong**
 Chungnam National University*, LG D/A Lab.**

Abstract - This paper deals with the impedance modeling and frequency response of moving-magnet linear actuator considering mass/spring system. By expressing mechanical components as electrical components such as impedance from the motion equation, this paper investigates not only the variation of system impedance according to system parameters such as moving mass, thrust constant, the coefficient of elasticity for spring and damping coefficient but also the variation of power vs. frequency for moving-magnet linear actuator with spring.

1. 서 론

산업의 발전에 따라 짧은 스트로크의 선형왕복운동이 요구되는 스텔링 엔진, 공작기기 및 냉장고 컴프레서, 컴퓨터의 디스크 저장장치, 진동발전기, 섬유기기, 연료 펌프, 인공심장 장치, 능동제어, 초정밀 위치제어에 전자기력 직선왕복 액추에이터(이하 LOA)가 광범위하게 응용되고 있다 [1]. 그러나 지금까지는 유압이나 가스터빈에 의한 실린더, 회전형 모터와 기계적 변환 보조기구에 의해 리니어 왕복 운동시스템이 응용개발 되어왔기 때문에 많은 부품이 필요하고 시스템이 복잡하여 중량이나 부피가 커지므로 차지하는 공간이 커지고 생산성 및 유지 관리비 등 경제성 측면에서 매우 불리하였다. 이러한 점을 극복할 수 있는 가장 효과적인 방안이 전자기력 리니어 왕복 액추에이터를 응용하는 것으로 최근 국내외적으로 구동개념 및 종류, 방법이 다양하게 개발되고 있다.

한편, 전기계와 기계계는 모두 에너지를 소모하는 요소와 저장하는 요소로 구성되며 요소들 사이에는 각각 대응관계를 이룬다. 즉 전기계의 에너지 소모요소인 저항은 운동체의 마찰에 의한 제동계수와 대응되고 전기계의 에너지 저장요소인 인덕턴스와 커패시턴스는 운동에너지와 위치에너지 저장요소인 질량과 스프링으로 각각 대응된다. 본 논문에서 해석하고자하는 LOA 역시 스프링과 가동질량을 갖는 LOA이기 때문에 전기적 측면에서 시스템을 모델링 하고 해석하기 위하여서는 질량/스프링계를 등가 전기회로로 바꾸어 해석할 필요가 있다.

따라서 본 논문에서는 LOA로 구성되는 질량/스프링 진동계를 시스템 측면에서 살펴보기 위해 임피던스 법에 의해 질량/스프링계를 등가 전기회로로 표현한 후, 추력 상수, 역기전력 상수, 스프링의 탄성 계수, 가동체 질량 및 댐핑 계수와 같은 시스템 구성 요소에 따른 주파수 응답 특성에 대하여 해석하였다. 또한 주파수에 따른 진류, 역률, 유효 및 무효 전력의 변화 및 시스템 임피던스의 변화 역시 제시하였다.

그림 1은 본 논문에서 다루고자하는 가동자석형 왕복 액추에이터의 구조 및 실제 제작 모델을 보여준다. 그림 1에서 알 수 있듯이, 기하학적인 구조는 원통형으로 영구자석의 이용률이 매우 높은 구조로 되어 있으며 가동자 영구자석의 배열은 Halbach 배열이 사용되었고, 코일은 단상권선을 사용하였다. 한편, 표 1은 실험 및 해석적인 값으로부터 유도된 제어정수 값을 보여준다. 우리는 [2]에서 이미 공간고조파법을 이용하여 영구자석과 코일에 의한 쇄교자속 및 추력 특성을 유도하였고 그 타당성을 검증하였기 때문에, 그 특성식으로부터 해석적인 제어정수 값을 얻고, 정 추력 실험 및 역기전력 실험(전동/발전 모드)으로부터 실험적인 정수 값을 도출하였다.

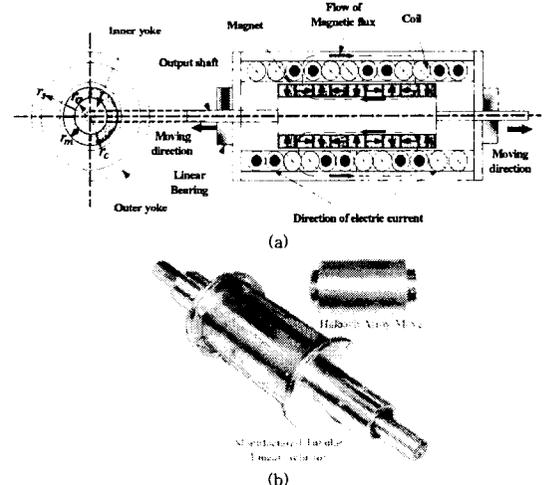


그림 1. 가동자석형 왕복 액추에이터: (a) 구조 및 (b) 실제 제작 모델

표 1 원통형 Halbach 배열 영구자석을 갖는 가동자석형 LOA의 제어정수

항목	해석 값	실험 값
추력 상수: K_T [N/A]	48	48
역기전력 상수: K_E [V.sec/m]	48	46
코일 저항: R [Ω]	6	6
코일 인덕턴스 L [mH]	3	2.8
가동체 질량: M [Kg]		3.8
스프링 상수: k [N/m]		2200

2. 가동자석형 왕복 액추에이터의 구조 및 제어 정수

3. 시스템의 수학적 모델링
 3.1 전압 및 운동 방정식

스프링을 갖는 가동자석형 LOA 시스템의 기계적인 운동방정식은 식 (1)과 같다.

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = K_T i - kx - C_d \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

여기서 M 과 K_T 는 각각 가동자의 질량 및 추력상수이며, k , C_d 와 dx/dt 는 각각 탄성계수, 마찰계수 및 가동자 속도이다. 또한 코일에서의 전압방정식은 식 (2)와 같다.

$$e = Ri + L \frac{di}{dt} + K_E \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

여기서 e 와 i 는 각각 전원 전압 및 LOA에 흐르는 전류이고 R , L 및 K_E 는 각각 코일의 저항, 인덕턴스 및 역기전력 상수를 나타낸다. 식 (2)의 우변 첫 번째 항은 저항에 의한 전압강하이고, 두 번째 항은 변압기 기전력 항이며 세 번째 항은 속도기전력 항이다.

3.2 임피던스 법에 의한 질량/스프링계와 전기계의 연동 모델링

질량과 스프링을 갖는 운동계, 즉 식 (1)의 운동방정식은 1자유도 운동계로 표현된다. 만일 $F=K_T i$ 라 하면 식 (1)은 식 (3)으로 표현된다.

$$F = M \ddot{x} + kx + C_d \dot{x} \quad (3)$$

질량 M 이 정현적인 운동을 한다고 가정하면 힘 F 와 변위 x 는 식 (4)와 같이 표현된다.

$$F = F_m e^{j\omega t}, \quad x = x_m e^{j\omega t} \quad (4)$$

여기서 아래첨자 m 은 최대치를 의미하며 ω 는 각 주파수를 의미한다. 식 (4)를 식 (3)에 대입하면 식 (5)와 같이 정리된다.

$$F_m = (k - M\omega^2 + jC_d\omega) x_m \quad (5)$$

최대치 전류를 I_p 라 하면 $F_m = K_T I_p$ 이므로 최대치 전류는 식 (5)에 의해 식 (6)으로 표현된다.

$$I_p = \frac{F_m}{K_T} = \frac{x_m}{K_T} (k - M\omega^2 + jC_d\omega) \quad (6)$$

또한, 자계 속에서 x_m 속도로 운동하는 가동자에 의해 코일에 유기되는 속도기전력의 피크치는 식 (7)로 표현할 수 있다.

$$E_m = K_E x_m \quad (7)$$

식 (4)와 식(6)을 이용하여 식 (7)을 다시 쓰면 식 (8)로 표현된다.

$$E_m = \frac{j\omega K_E K_T I_p}{k - M\omega^2 + jC_d\omega} \quad (8)$$

식 (8)에 의해 식 (9)로 주어지는 운동 임피던스 특성

식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} Z_m &= \frac{j\omega K_E K_T}{k - M\omega^2 + jC_d\omega} \\ &= \frac{\omega^2 K_T^2 C_d}{(k - M\omega^2)^2 + C_d^2 \omega^2} + j \frac{\omega K_T^2 (k - M\omega^2)}{(k - M\omega^2)^2 + C_d^2 \omega^2} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\alpha = k - M\omega^2$, $\beta = \omega K_T^2$, $\gamma = \omega C_d$ 라 하면 식 (9)는 식 (10)으로 간단히 정리된다.

$$Z = R_m + jX_m = \frac{\beta\gamma}{\alpha^2 + \gamma^2} + j \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \gamma^2} \quad (10)$$

식 (10)에서 $\alpha=0$ 인 경우 허수부가 0이 되고 이 때의 주파수를 공진 주파수라고 하며 식 (11)로 주어진다.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (11)$$

한편 식 (10)의 α 의 극성에 따라 부하는 유도성과 용량성으로 나누어진다. 즉 인가 주파수 f 가 공진주파수 f_n 보다 작을 경우 유도성 부하가 되어 코일 전류가 인가 전압보다 뒤지는 현상이 발생하고, 그 반대의 경우는 용량성 부하가 된다. 이를 수식으로 표현하면 식 (12)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \alpha = k - M\omega^2 > 0 &\rightarrow f < f_n \\ \alpha = k - M\omega^2 < 0 &\rightarrow f > f_n \end{aligned} \quad (12)$$

한편 식 (10)의 기계계의 임피던스와 전기계의 임피던스를 합성 임피던스는 식 (13)과 같으며 이는 그림 2와 같은 등가 전기회로로 표현된다.

$$Z_t = Z_e + Z_m = \left\{ R + \frac{\beta\gamma}{\alpha^2 + \gamma^2} \right\} + j \left\{ \omega L + \frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \gamma^2} \right\} \quad (13)$$

한편, 식 (13)으로부터 우리는 유효전력, 무효전력, 역률 및 전류의 특성식을 얻을 수 있고, 따라서 이 것들의 특성곡선을 주파수에 따라 얻을 수 있다.

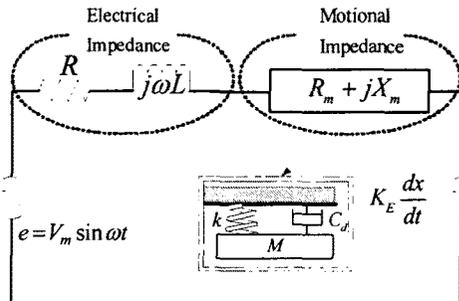


그림 2. 가동자석형 왕복 액추에이터의 질량/스프링 시스템을 고려한 등가 전기회로

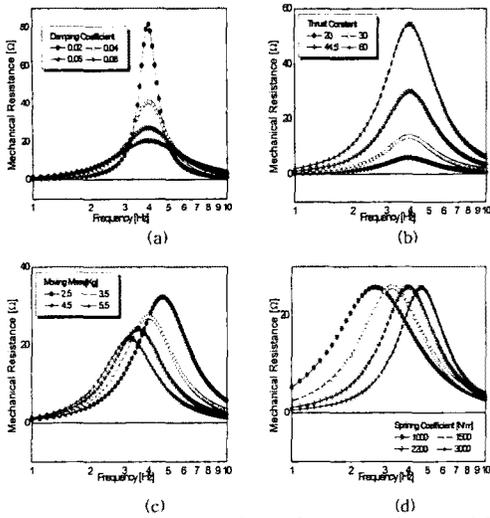


그림 3. 다양한 시스템 변수에 대한 주파수에 따른 주파수에 따른 저항성분의 변화: (a) 댐핑계수, (b) 추력상수, (c) 가동체 질량 및 (d) 스프링의 탄성계수

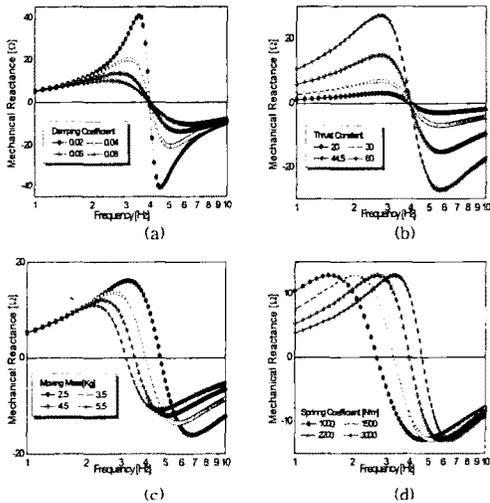


그림 4. 다양한 시스템 변수에 대한 주파수에 따른 기계계의 리액턴스 성분의 변화: (a) 댐핑계수, (b) 추력상수, (c) 가동체 질량 및 (d) 스프링의 탄성계수.

4. 주파수 응답 특성

4.1 시스템 변수에 따른 기계계의 임피던스 특성

그림 3과 4는 질량과 스프링을 부하로 갖는 경우의 가동자석형 LOA의 제 정수에 따른 기계계의 등가저항과 리액턴스 특성을 보여준다. 그림에서 보여 지듯이, 댐핑계수에 따른 등가저항 및 등가리액턴스는 각각 공진 주파수 (4Hz~ 표1에 주어진 제어 정수 값으로부터 식 (11)에 의해 계산됨) 에서 최대 값 및 0을 가지며, 감쇠비가 증가할수록 등가저항 및 리액턴스의 최대 값은 모두 감소한다. 한편, 등가 리액턴스는 공진주파수를 기점으로 유도성에서 용량성으로 변화한다. 댐핑 계수는 가동자가 최대 스트로크에 도달하였을 때 입력 전원을 차단한 경우 관성 및 스프링에 의해 계속하여 진동하게 되는데 이 때 시간 대 스트로크 곡선으로부터 얻어진다. 추력상수에 따른 저항과 리액턴스의 주파수 특성은 추력상수에 관계없이 동일 공진 주파수에서 최대 값을 갖고 추력상수가 증가할수록 그 최대 값은 증가함을 알 수 있다. 질량이 증가할수록 저항과 리액턴스의 최대 값 및 공진주파수 모두의 감소가 보이며, 스프링 계수에 관계

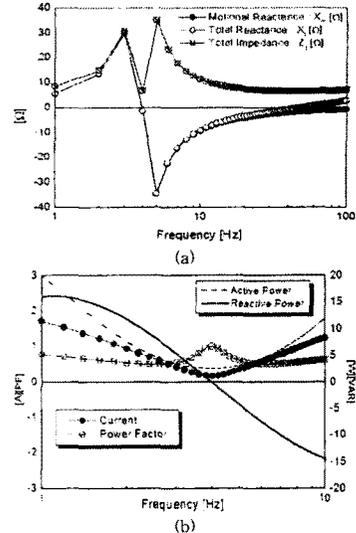


그림 5. 주파수 특성: (a) 시스템 임피던스 특성 및 (b) 전력, 전류 및 역률 특성곡선.

없이 저항과 리액턴스의 최대 값은 동일 하지만 공진 주파수는 변화함을 볼 수 있다.

4.2 유효전력, 무효전력, 전류, 역률 및 시스템 임피던스 특성 곡선

그림 5 (a)는 주파수에 따른 시스템 등가리액턴스와 임피던스의 특성변화를 보여준다. 임피던스는 주파수가 낮은 영역에서는 증가하다 공진 주파수에서 최소가 되고 다시 주파수가 높은 영역에서는 감소함을 알 수 있고 특히, 질량과 스프링에 의해 공진이 일어나므로 4Hz 근방에서 리액턴스는 최소가 되고 합성 임피던스 역시 최소가 되는 것을 볼 수 있다. 그림 5(b)는 일정 전압을 가동 자석형 LOA에 인가할 경우, 입력 주파수에 따른 유효, 무효 전력 및 전류, 역률곡선을 보여준다. 공진주파수 즉 4Hz 부근에서 역률은 1이며 무효전력은 용량성에서 유도성으로 바뀌고, 전류가 최소로 되므로 LOA가 소비하는 전력은 최소가 됨을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문은 질량/스프링계가 고려된 가동자석형 직선형 왕복구동 액추에이터의 운동 임피던스 특성식을 운동방정식으로부터 유도한 후, 다양한 시스템 변수 즉 추력상수, 가동자 질량, 스프링 상수 및 댐핑계수에 대하여 주파수에 따른 운동 임피던스의 변화를 제시하였다. 또한, 주파수에 따른 시스템 임피던스의 변화 및 유효, 무효 전력, 역률 및 전류 특성에 대하여도 제시하였다. 결과적으로, 질량/스프링 시스템이 포함된 직선형 왕복구동 액추에이터에 시스템 변수가 미치는 영향 및 주파수 특히 공진주파수에 따른 특성으로부터 질량/스프링 시스템이 고려된 액추에이터는 공진주파수에서 운전해야 최적의 운전특성을 보일 것이라는 결론에 도달하였다.

[참고 문헌]

[1] Jiabin Wang, Geraint W. Jewell and David Howe, "A General Framework for the Analysis and Design of Tubular Linear Permanent magnet Machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 3, pp.1986-2000, May, 1999.
 [2] S. M. Jang, J. Y. Choi, S. H. Lee, H. W. Cho and W. B. Jang, "Analysis and Experimental Verification of moving-magnet Linear Actuator with Cylindrical Halbach array," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 4, pp.2068-2070, July, 2004.