

Multi-modal 최적화를 위한 다중 그룹 Particle Swarm 전략

서장호, 정현교
서울대학교 전기역학 연구실

Multi-Grouped Particle Swarm Strategy for Multi-modal Optimization

Jang-Ho Seo, Hyun-Kyo Jung
Electromechanics Laboratory, Seoul National University

Abstract - 본 논문에서는 PSO(Particle Swarm Optimization)에 기초하여 multi-modal 최적화를 위한 다중 그룹 Particle Swarm 최적화 알고리즘(MGPSO)을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 PSO의 기본 특성을 유지하기 때문에 기존의 혼합형 타입의 최적화 방식에 비하여 빠른 수렴 시간을 가지며 구성방식이 간단하다. 여러 개의 피크를 가지는 테스트 함수를 통해 본 논문에서 제시한 알고리즘의 타당성을 입증하였으며, 영구자석 매입형 전동기의 최적 설계에 적용하여 그 유용성을 확인하였다.

1. 서 론

경험적 탐색 방법의 하나로서 J. Kennedy 와 R. Eberhart에 의해 제안된 PSO(Particle Swarm Optimization)는 종래의 별이나 물고기와 같은 그룹의 움직임에 관한 연구로부터 유도되었다[1]. 즉, 무리안의 개체들이 가지고 있는 정보를 (서로) 공유해가며 목표를 찾아가는 과정을 최적화 알고리즘으로 응용한 것이다. PSO는 알고리즘이 간단하고 전역 최적화를 위한 높은 탐색 능력을 가지고 있기 때문에 여러 최적화 문제에 많이 적용되고 있다[2]-[4]. PSO에서 그룹 내의 각 개체가 해석 영역에서 최적화를 찾기 위한 과정은 두 가지 요소에 의해 영향을 받는다. 하나는, 각 개체별로 현재까지의 탐색 중 최고의 적합도를 가질 때의 위치 정보 요소(*pbest*)이고, 다른 하나는, 그룹 내의 *pbest*들 중에서 가장 좋은 값을 저장하는 그룹 위치 정보 요소(*gbest*)이다. 최근에, 유전 알고리즘(Genetic Algorithm)이나 진화 전략 알고리즘(Evolutionary Strategy)의 연산자인 교차(crossover)나 변이(mutation) 혹은 공유(sharing)를 사용하여 PSO를 multi-modal 최적화에 적용해 보려는 시도들이 있었다 [5]-[7]. 하지만 다른 최적화 알고리즘과의 과도한 결합으로 인해 앞에서 언급한 PSO의 장점이 약화되는 결과를 초래하였다.

따라서 본 논문에서는 PSO의 장점을 유지하면서 해석 영역에서 다중 최적해를 찾기 위한 새로운 알고리즘인 MGPSO(Multi-grouped Particle Swarm Optimization)을 제안한다. MGPSO에서는 각각의 그룹화 된 PSO가 최적의 해를 독립적으로 찾는다. 이때 각각의 PSO가 서로 같은 해를 찾는 오류를 막기 위해 *gbest*에 영역의 개념을 도입하였으며 제안된 알고리즘의 유용성은 여러 개의 피크 값을 갖는 테스트 함수를 이용하여 검증하였다. 또한 효율 최대화를 위한 매입형 영구자석 전동기의 최적 설계에 적용하여 그 유용성을 확인하였다.

2. MGPSO의 방식

2.1 MGPSO의 탐색과정

앞에서 제시하였듯이, 일반적인 PSO는 전역 최적해를 찾는데 있어 매우 강력한 성능을 가지고 있다. 하지만 PSO는 모든 개체들이 결국에는 한 지점으로만 수렴하게 되는 근본적인 한계를 가지고 있기 때문에, 순수 PSO만으로는 다중 최적해를 찾는 것은 매우 어려운 일이다. 따라서 본 논문에서는 이러한 한계를 극복하기 위해서 MGPSO라는 새로운 개념의 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 다음과 같은 단계를 거쳐 나가면서 다중 최적해를 찾게 된다.

Step 1. 기본 조건 설정

MGPSO의 첫 번째 단계에서는 해석 영역의 최소 및 최대 범위를 지정한다. 그룹의 개수는 해석 영역에서 찾고 싶은 다중 최적해의 개수로 정한다. 또한, 각 그룹의 해가 겹치는 오류를 방지할 수 있도록 그룹별 *gbest*의 영역의 크기를 지정한다.

Step 2. 개체의 위치와 속도 초기화

각 개체의 위치 벡터와 속도 벡터를 초기화 하고 현재의 위치 벡터를 *pbest*로 정한다. 각 그룹별 *gbest*는 그룹내 개체들의 *pbest*들 중에서 가장 좋은 것을 선정 한다.

Step 3. 속도 업데이트

i번째 그룹의 j번째 개체의 속도는 다음과 같은 방정식에 의해서 업데이트된다.

$$\begin{aligned} V_{ij}^{k+1} = & V_{ij}^k + C_1 \varphi_1 (pbest_{ij}^k - X_{ij}^k) \\ & + C_2 \varphi_2 (gbest_i^k - X_{ij}^k) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,

k : k번째 반복

*V*_{ij}^k : i번째 그룹의 j번째 개체의 속도

*X*_{ij}^k : i번째 그룹의 j번째 개체의 위치

*pbest*_{ij}^k : i번째 그룹의 j번째 개체의 *pbest*

*gbest*_i^k : i번째 그룹의 *gbest*

w : 각 개체의 관성 계수

*φ*₁, *φ*₂ : 0에서 1까지의 난수

*C*₁, *C*₂ : 각 개체의 속도를 위한 가속 계수

Step 4. 위치 업데이트

각 개체들은 다음과 같은 수식을 이용하여 위치를 수정한다.

$$X_{ij}^{k+1} = X_{ij}^k + V_{ij}^k \Delta t \quad (2)$$

여기서, Δt 는 시간 간격으로 일반적으로 '1'이 사용된다.

Step 5. *pbest* 업데이트

만약 한 개체의 현재 위치가 해석 영역 내에 있고 다

른 *gbest*들의 영역을 침범하지 않았으면 그 위치에 대해서 적합도를 평가한다. 계산된 적합도가 지금까지 가지고 있는 최고의 적합도보다 좋은 값이면 현재 위치를 *pbest*로 저장한다.

Step 6. *gbest* 업데이트

일반적인 PSO에서 *gbest*는 그룹내의 개체들 중에서 종에서 가장 좋은 *pbest*로 대체된다. 하지만 이러한 전략이 multi-modal 함수 최적화에 적용된다면 다른 그룹의 *gbest*와 겹칠 수 있다. 따라서 이러한 해의 중첩을 피하기 위해서는 각 그룹의 *gbest*들은 다른 그룹의 *gbest*들과 적당한 거리를 두고 떨어져 있어야 한다. 게다가 PSO의 빠른 수렴 특성을 유지하기 위해서는 각 그룹의 *gbest*는 높은 적합도를 가지는 *pbest*들 중에서 선택되어야 한다. 이와 같은 두 가지 조건을 만족하기 위한 방법은 아래와 같다.

- (A) *pbest*의 적합도로 각 그룹의 개체들을 정렬한다.
- (B) 각 그룹에서 가장 좋은 성능을 보이는 *pbest*를 선택하고 그것을 *temporary-gbest*라고 정한다.
- (C) *temporary-gbest*들 중에서 가장 좋은 적합도를 가지는 *temporary-gbest*를 선택한 후 그것을 *basis-gbest*라고 정한다.
- (D) 다른 그룹의 *temporary-gbest*들이 *basis-gbest*의 영역에 놓여 있는지 확인한다. 만약 *temporary-gbest*가 그 영역에 놓여있다면, 그 *temporary-gbest*가 속해있는 그룹에서 두 번째로 좋은 위치인 *second-pbest*를 그룹의 *temporary-gbest*로 선정한다. 이때 또 다시 *basis-gbest*의 영역에 놓이게 되면 반복 수행을 거쳐서 *temporary-gbest*가 그 영역 밖에 놓이도록 한다. 더 이상의 *temporary-gbest*가 *basis-gbest*의 영역에 없다면 *basis-gbest*를 해당 그룹의 *gbest*로 선정한다.

- (E) 위의 (D)에서 선정된 *gbest*들은 제외하고 *gbest*의 개수가 Step 1.에서 정의된 그룹의 개수와 같아질 때 까지 (C), (D)의 단계를 반복한다.

그림 1.에서는 두 개의 그룹으로 이루어진 MGPSO에서 위의 과정에 대한 간단한 예를 보여준다. 여기서 A1은 *basis-gbest*이고 B1, B2는 각각 그룹 2의 *temporary-gbest*, *second-best pbest*이다. Step 6.을 수행하면, A1은 그룹1의 *gbest*가 되고 B1은 A1의 반경 안에 있기 때문에 B2가 그룹2의 *temporary-gbest*가 된다.

Step 7. 반복과 수렴조건 검사

위의 단계들을 그룹 내에 있는 모든 개체에 대해서 수행을 한 후에 Step 3에서 Step6까지 반복한다. 모든 개체들이 속한 그룹의 *gbest*로 수렴하면 반복을 멈춘다.

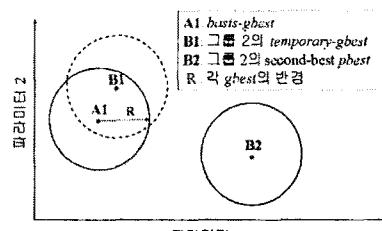


그림 1. MGPSO에서 *gbest*선정의 개념도(그룹개수=2, Step 6.을 처리한 후에 A1은 그룹 1의 *gbest*, B2는 그룹 2의 *temporary-gbest*가 된다.)

2.1.1 경계조건 처리

MGPSO에서는 위치 업데이트에 의해 개체들이 해석 영역 밖으로 나갈 수 있다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해서 본 논문에서는 'Invisible wall' 방식을 사용하였다[4]. 'Invisible wall'이라는 것은 개체가 위치 업데이트에 의해서 해석 영역 밖으로 나가게 되면 그

위치에서의 적합도는 무의미하기 때문에 적합도 판정에서 제외시킨다. 이렇게 허용된 해석 영역에서만 적합도를 고려하기 때문에 계산시간을 줄일 수 있다.

2.1.2 관성 계수 선정

Step 3.에서 관성계수 '*w*'는 이전 단계의 속도벡터를 유지하는 성분으로서 해석 영역에서 전역 탐색(global search)을 담당 부분이다. 반복횟수가 증가함에 개체는 최적점으로 수렴하려 하지만 고정된 *w*로 인해 최적해 근처에서 맴돌게 된다. 따라서 반복횟수가 증가함에 따라 *w*를 줄이면 최적해로 바로 수렴하게 된다[4]. k번째 반복 회수에서의 *w*는 다음과 같이 계산된다.

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{\text{MaxLoop}} \times k \quad (3)$$

여기서, *w_{max}*, *w_{min}*은 일반적인 PSO에서 사용되는 0.9와 0.4를 사용하였다.

2.2 테스트함수 적용과 결과

제안된 알고리즘을 검증하기 위하여 다음과 같은 다중 피크를 가지는 'bell' 함수를 시범함수로 선정하였다.

$$f = \sum_{i=1}^N f_i, f_i = \frac{b_i}{1 + \frac{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}{a_i}} \quad (4)$$

여기서, *a_i*는 피크의 폭의 정도를 나타내고 *b_i*는 피크 지점에서의 함수 값을 나타낸다. 그럼 2.는 MGPSO를 적용할 테스트함수와 MGPSO의 최적화 과정을 보여준다. 테스트함수에서는 9개의 피크를 가지지만 찾고 싶은 최적해의 개수가 6개이기 때문에 그룹의 개수를 6으로 정하였다. 그리고 각 그룹마다 15개의 개체를 생성시켰다. 그림에서 보듯이 본 논문에서 제시된 MGPSO는 효과적으로 시범함수의 다중 피크를 찾는다는 것을 알 수 있다.

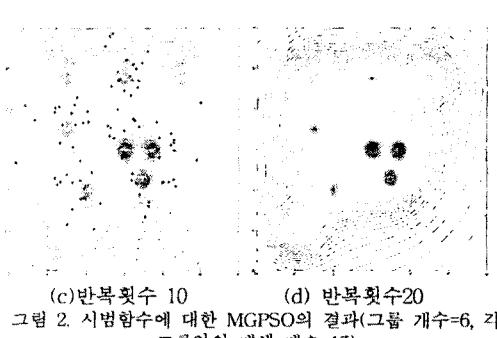
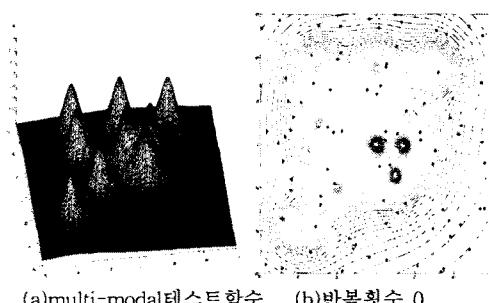


그림 2. 시범함수에 대한 MGPSO의 결과(그룹 개수=6, 각 그룹안의 개체 개수=15)

3. 영구자석 매입형 전동기의 최적 설계

본 논문에서 제안한 MGPSO를 4극 18슬롯을 가지는 영구자석 매입형 전동기(Interior Permanent Magnet Motor)설계에 적용하였다. 최적 설계의 대상인 IPM의 전동기의 사양은 아래의 표 1에 나타내었다. 이 전동기에 대한 형상은 그림 3에서 보여준다. IPM설계의 목적함수는 효율 최대화로 선정하였다. 일반적으로 효율 최대화인 경우에 같은 효율을 가지면서도 여러 개의 다른 설계안이 나올 수 있다. 가장 높은 효율을 가진 전동기가 항상 최고의 설계안이 될 수 없다. 왜냐하면 여러 고려사항이 전동기 설계 시에 필요하기 때문이다. 하지만 이러한 모든 사항을 단일 목적 함수로 결합하여 나타내기는 매우 어려운 일이다. 따라서 IPM의 설계 시에 가장 중요하다고 판단되는 효율을 최적화의 목적함수로 두고 여러 후보해를 선정하여 그중에서 여러 가지 설계 상황을 고려할 수 있는 최적 후보해를 선택하고자 하였다.

표 1. 매입형 영구자석 전동기의 사양

출력	300[w]
정격 속도	3750[rpm]
프레임 축방향 길이	100[mm]
적층길이	50[mm]
자석	Nd-Fe-B
고정자 외경	50[mm]

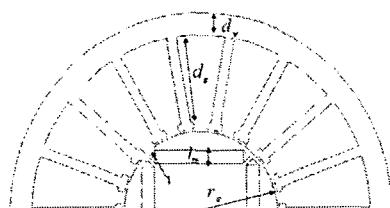


그림 3. 매입형 영구자석 전동기의 단면도(4극 18슬롯)

3.1 설계변수의 선정

본 연구에서는 최적화 목적함수로서 전동기의 효율을 채택하였다. 전동기의 출력이 일정하다고 하면 목적함수는 주로 고정자 동순, 철순 그리고 기계손으로 구성되며 이를 설계 파라미터의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{loss} = \frac{36\rho_c N_f^2 f_s^2}{\pi d_s (r_s + d_s)} (l_s + \frac{\pi r_s k_a}{\rho}) + \frac{16k_{el}}{\pi \rho} S r_s l_s d_s B_g^2 w_s^2 + \frac{16k_{el}}{\rho} (r_s + d_s + \frac{d_x}{2}) (\frac{r_s^2 l_s \rho}{d_s}) B_g^2 w_s^2 \quad (5)$$

여기서,

I_s : 고정자전류, S : 슬롯 수, f_s : 슬롯 점적율, k_{el} : 철순 계수

k_s : 권선의 overhang 계수, ρ_c : 구리선의 저항률

w_s : 전원의 각주파수, B_g : 공극에서의 자속밀도

잔류 자속 밀도, 슬롯 수, 공극 길이, 고정자 외경, 고정자 축방향 길이 그리고 출력을 일정한 값으로 가정하면 고정자 상당 권 회수(N_s), 고정자 내경(r_s), 고정자 계절 두께(d_y), 고정자 슬롯 깊이(d_s), 자극 각도(2α), 자석두께(l_m)은 식 (5)의 설계 변수가 된다.

위의 변수들이 만족해야 할 제약 조건은 다음과 같다.

- 전동기의 일정 출력(속도, 토크 일정)
- 자석 크기의 제약(자석이 회전자에 매입되기 위한

조건)

iii. 일정한 치 자속 밀도와 요크 자속 밀도

iv. 고정자 전류 밀도의 제약

v. 자석의 감자 한계 조건

위의 제약 조건에서 고정자 외경 일정 조건에 의해서 설계 변수들 중 슬롯 깊이가 다른 설계 변수로 표현될 수 있고 치 자속 밀도와 요크 자속 밀도에서 계절 두께를 구할 수 있으므로 실제 최적화 알고리즘에 사용되는 변수는 4개이다.

3.2 최종 후보해 선정

위의 4 개의 변수와 제한 조건을 고려하여 MGPSO를 이용한 최적화를 수행하였다. 제한 조건을 모두 만족시키는 후보해는 총 8가지였다. 이때 후보해의 효율은 64% - 70.2%까지로 분포되어 있고 이중에서 68% 이상의 효율을 가지는 후보해는 5가지였다. 여기서 제작의 편의성, 설계자의 선호도, 역기전력을 고려하여 최종 후보해를 선정하였다. 아래의 표 2는 MGPSO에 의한 IPM의 최종 전동기 사양이다.

표 2. MGPSO에 의한 최종 전동기 사양

효율	69[%]
역기전력	20.3[V]
고정자 계절 두께(d_y)	2.9[mm]
자석두께(l_m)	11.2[mm]
고정자 내경(r_s)	11.9[mm]
고정자 상당 권 회수(N_s)	90

4. 결론

본 논문에서는 효과적인 multi-modal 함수 최적화를 위한 새로운 개념의 알고리즘인 MGPSO를 제안하였다. MGPSO의 유용성은 여러 개의 피크를 가지는 테스트 함수를 통해 검증하였다. 또한 전기기기 설계에 적용하여 설계자에게 여러 개의 최적해 후보들을 제시하고, 그 후보들 중에서 설계 대상물의 주요특성과 설계자의 경험 및 직관 등을 고려하여 최적 설계안을 선정할 수 있었다. 따라서 MGPSO는 multi-modal 최적화 문제를 효과적으로 해결 할 수 있는 알고리즘이라 하겠다.

[참고문헌]

- J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks, vol. 4, pp. 1942-1948, 1995
- K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis, "On the computation of all global minimizers through particle swarm optimization," IEEE Trans. Evolutionary Computation, vol. 8, no. 3, pp. 211-224, 2004
- G. Ciuprina, D. Ioan, and I. Muntean, "Use of intelligent-particle swarm optimization in electromagnetics," IEEE Trans. Magnetics, vol. 38, no. 2, pp. 1037-1040, 2002
- J. Robinson and Y. Rahmat-Samii, "Particle swarm optimization in electromagnetics," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 52, no. 2, pp. 397-407, 2004
- S. C. Esquivel and C. A. Colleo Colleo, "On the use of particle swarm optimization with multimodal functions," in proc. 2003 IEEE Congr. Evolutionary Computation, vol. 2, pp. 1130-1136, 2003
- T. Li, C. Wei, and W. Pei, "PSO with sharing for multimodal function optimization," in Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks and Signal Processing, vol. 1, pp. 450-453, 2003
- R. Brits, A. P. Engelbrecht, and F. van den Bergh, "Scalability of niche PSO," in Proc. IEEE Int. Conf. Swarm Intelligence Symposium, pp. 228-234, 2003