

자계-열계 시스템의 3차원 위상최적설계

심호경, 왕세명
광주과학기술원 기전공학과

3-D Topology Optimization of Magneto-Thermal Systems

Hokyung Shim, Semyung Wang
GIST(Gwangju Institute of Science & Technology)

Abstract - This research presents a 3D multi-objective approach regarding both magnetic and thermal characteristics associated with design of C-core actuator. The adjoint variable topology sensitivity equations are derived using the continuum method for three dimension. The sensitivity is verified using the Finite Difference Method (FDM). Convection interpolation function is proposed for density method of topologies such that convection term can be taken into consideration for practical design in the process of the optimization.

1. 서 론

전기기기의 토크나 효율등 성능을 향상시키기 위한 연구는 오래전부터 많이 진행되어왔다. 하지만 전자기 축면만 고려한 성능 향상의 기술력은 점점 포화되어 가고 있는 실정이다. 그리하여 다분야 동시 설계의 필요성이 대두되었고 이에 대한 맥락 중 하나는 전자기-열전달을 고려한 설계이다.

구조문제에서 출발한 위상최적설계는 수년 전부터 전자기 시스템에 적용하여 그 가능성을 점차 보이고 있다 [1-4]. 하지만 대부분의 연구가 2차원에 국한되었으며 3차원 설계에 대한 연구는 쉽게 찾을 수 없다.

보편적으로 설계자가 원하는 성능, 즉 토크나 자기 에너지를 최대화하는 설계는 이미 숙련된 단계에 도달하였다. 하지만 코일에서 발생하는 열이 전자기 시스템에 끼치는 역효과에 대한 연구는 많이 수행되었지만, 실질적인 개선을 위하여 초기 설계 단계에의 적용은 미흡하다. 열 전달을 고려한 설계가 고려되지 않으면, 시스템에 상승된 온도는 제품의 수명 단축은 물론, 전반적인 효율을 감소시켜 신뢰성을 앓게된다.

그리하여 본 연구에서는 코일에서 발생하는 열로 인한 손실을 줄이기 위해, 열이 외부로 잘 전달되거나 또는 특정한 곳으로 열전달이 이루어지는 동시에, 전자기적 성능을 최대화하는 3차원 위상최적설계를 수행하였다. 전자기와 열전달을 고려한 위상최적설계를 하기 위해 대목적함수를 이용하였다. 또한 보조 변수법(Adjoint variable method)을 사용하여 비투자율, 열전도율, 대류 열전달 계수의 물질보간함수(Material Interpolation function)와 민감도를 유도하고 검증하였다.

2. 설계 민감도 식

2.1 전자기 시스템

전자기 시스템의 목적함수가 식(1)과 같을 경우, 설계 민감도 계산을 위해 보조 변수법을 도입하여 정리하면 식(2)와 같이 된다[5].

$$\psi_{EM} = \iiint_{\Omega} g(A, \nabla A, u) d\Omega \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \psi'_{EM} &= \iiint_{\Omega} [g_A A' + g_{\nabla A} \nabla A' + g_u \delta u] d\Omega \\ &= \iiint_{\Omega} g_u \delta u d\Omega + l'_{\delta u}(\lambda) - a'_{\delta u}(A, \lambda) \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 A 는 벡터 포텐셜, u 는 투자율 μ 의 설계 벡터, λ 는 보조 변수이다.

정자기장(magnetostatic field)의 지배 방정식은 맥스웰 방정식들로부터 유도할 수 있으며, 벡터 포텐셜, $B = \nabla \times A$ 를 도입하면 식(3)과 같이 표현된다.

$$\nabla \times (\frac{1}{\mu} \nabla \times A) = J_s \quad (3)$$

적분형태로 표현된 변분식을 구하기 위해서 식(3)의 양변에 가상 벡터 포텐셜을 곱한 후, 전 영역에 대해 적분하고 경계조건을 대입하면, 변분식(variational equation)을 구할 수 있다[2]. 그리하여 정자기 시스템에 서의 에너지 쌍선형 형태 $a_{\Omega}(A, \bar{A})$ 와 힘 선형 형태 $l_{\Omega}(\bar{A})$ 는 식(4)와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} a_{\Omega}(A, \bar{A}) &= \iiint_{\Omega} \left[(\nabla \times A) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A} \right) \right] d\Omega \\ l_{\Omega}(\bar{A}) &= \iiint_{\Omega} [J_s \cdot \bar{A}] d\Omega \end{aligned} \quad (4)$$

식(2)의 설계 민감도 식과 식(4)의 에너지 변분식을 이용하면, 투자율에 대한 위상설계 민감도는 식(5)와 같다[2].

$$\frac{\partial \psi_{EM}}{\partial \mu} = \iiint_{\Omega} \left[g_u + \frac{1}{\mu^2} (\nabla \times A) \cdot (\nabla \times \lambda) \right] d\Omega \quad (5)$$

각 요소의 가상물질을 표현하기 위해, 3차원에 대한 투자율의 보간함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_x = \mu_0 + (\mu_0 \mu_n - \mu_0) \rho^x \quad (6)$$

$$\mu_y = \mu_0 + (\mu_0 \mu_n - \mu_0) \rho^y \quad (7)$$

$$\mu_z = \mu_0 + (\mu_0 \mu_n - \mu_0) \rho^z \quad (8)$$

여기에서 ρ 는 벌칙상수, ρ 는 물질밀도함수, μ_0 는 공기의 투자율, 아래첨자 x, y, z 는 각각 3차원 방향을 가르킨다.

2.2 열전달 시스템

전자기 시스템과 마찬가지로, 열전달 시스템의 목적함수를 식(9)과 같이 나타내면 식(10)과 같이 일반적인 열전달의 설계 민감도식이 된다.

$$\psi_{TT} = \iiint_{\Omega} g(T, \nabla T, v) d\Omega \quad (9)$$

$$\psi'_{TT} = \iiint_{\Omega} g_v \delta v d\Omega + l'_{\delta v}(\lambda) - a'_{\delta v}(A, \lambda) \quad (10)$$

여기에서 T 는 온도이고, v 는 열전도 계수(k)와 대류 열전달 계수(h_c)의 설계 벡터이다.

에너지 보존 법칙과 Fourier의 열전도 법칙으로부터

식(11)과 같은, 정상상태에서의 지배 방정식을 얻을 수 있다[6].

$$\nabla \cdot (k \cdot \nabla T) = -q^b \quad (11)$$

여기서 q^b 는 단위부피당 발생한 열이다.

Galerkin Method를 이용하여 부분 적분을 취한 후, 경계 조건을 적용하면 식(12)과 같이 에너지 쌍선형 형태 $a_{\Omega}(A, \bar{A})$ 와 힘 선형 형태 $I_{\Omega}(\bar{A})$ 로 나타난다.

$$a_{\Omega}(T, \lambda) = \iiint_{\Omega} (k \cdot \nabla \lambda \cdot \nabla T) d\Omega + \iint_{S_2} \lambda \cdot h_c \cdot T d\Gamma$$

$$I_{\Omega}(\lambda) = \iint_{S_1} q^f d\Gamma + \iint_{S_2} \lambda \cdot h_c \cdot T_b d\Gamma + \iiint_{\Omega} \lambda \cdot g^b d\Omega \quad (12)$$

여기서 q^f 외부에서 들어오는 열량이며, T_b 는 주변 온도이다.

열전달 시스템에서는 물성치인 열전도율이 밀도함수의 변수가 될 뿐만 아니라, 설계 영역에 홀(hole)이 생김으로서 대류 항(convective term)이 달라지기 때문에 대류 열전달 계수도 고려해야 한다. 그리하여 열전도율과 대류 열전달 계수의 위상설계 민감도는 각각 식(13)과 식(14)와 같다.

$$\frac{\partial \psi_{TH}}{\partial k} = \iiint_{\Omega} (g_k - \nabla \lambda \cdot \nabla T) d\Omega \quad (13)$$

$$\frac{\partial \psi_{TH}}{\partial h_c} = \iiint_{\Omega} (g_{h_c} + \lambda \cdot T_b - \lambda \cdot T) d\Omega \quad (14)$$

대류항은 수치적으로 대각행렬로 표현되며 [7], 밀도함수로 나타내기 위해 물질보간함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 아래 첨자 x, y, z 는 각각 3차원 방향을 나타낸다.

$$k_x = \rho^p k_{initial,x} \quad (15)$$

$$k_y = \rho^p k_{initial,y} \quad (16)$$

$$k_z = \rho^p k_{initial,z} \quad (17)$$

$$h_c = h_{c_initial} (1 - \rho^{\frac{1}{p}}) \quad (18)$$

여기에서 $k_{initial}$ 은 초기 열전도 계수이며, $h_{c_initial}$ 은 초기 대류 열전달 계수이다.

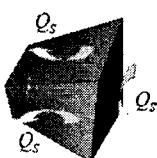


Fig. 1. 3 dimensional Element for Convection

Table I. Material Interpolation Criteria

	Heat flow	$\rho=1$	$\rho=0$
Conduction	$Q_x = -k \nabla T$	max	0
Convection	$Q_x = h A_x (T - T_{\infty})$	0	max

그림 1은 3차원 6면체 격자(Element)를 나타내고 있다. 표 1과 같이 각 격자의 물질 밀도가 1, 즉 원하는 성능을 위해 필수적인 요소이면 3차원 전도가 발생한다. 하지만 물질 밀도가 0이면, 존재하지 않아도 되는 요소이기 때문에 전도는 사라지고 격자의 6면에서 대류가 발생하여 주변 공기로 열이 전달된다.

3. 수치 예제

3.1 C-Core

전자기와 열전달을 동시에 고려하기 위해 간단한 액츄에이터에 적용하였다. 일반적으로 쉽게 이해할 수 있는 C-core를 채택하여, ANSYS를 사용하여 그림 2와 같이 3차원 유한요소 모델을 형성하였다. 철심과 코일부로 이루어진 액츄에이터의 나머지 부분은 공기의 물성치를 사용하였다. 그럼 2는 2차원과 3차원 형상을 각각 보여주고 있다.

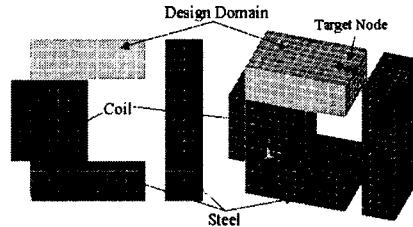


Fig. 2. C Core for Numerical Example

3.2 위상최적설계

최적화 문제에서 목적함수와 구속조건의 정의가 우선되어야 한다. 본 예제의 목적함수는 식 (19)과 같이 다목적함수를 사용하여 두 분야의 동시 설계를 수행하였다. 각 분야의 목적함수의 단위를 맞추기 위해 초기값으로 나눴으며, 각 분야의 영향도를 고려하여 가중치 α, β 를 활용하였다. 구속조건으로는 식 (20)과 같이 설계영역의 부피를 줄이는 설계를 하였다.

$$\text{Maximize. } \alpha \times \frac{\text{Energy}_{em}}{\text{InitialEnergy}_{em}} + \beta \times \sum_i^n \frac{\text{Nodal Temp}_i}{\text{InitialNodalTemp}_i} \quad (19)$$

$$(\text{Where Energy}_{em} = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} B \cdot H d\Omega)$$

$$\text{Subject to } g = \frac{\iiint_{\Omega_1} \rho A t d\Omega_1}{0.6 V_0} - 1 \leq 0 \quad (20)$$

Bounded to $0 \leq \rho \leq 1$ for all $\rho \in \Omega_1$

그림 3은 위상최적설계 진행과정을 나타낸다. ANSYS와 연동하여 수행하는 최적화 프로그램은 C++ 기반으로 개발하였으며, 전체 과정을 관리하는 제어기 기능을 한다. 해석기는 ANSYS를 사용하였고, DOT의 SLP(Sequential Linear Programming)을 최적알고리즘으로 사용하였다.

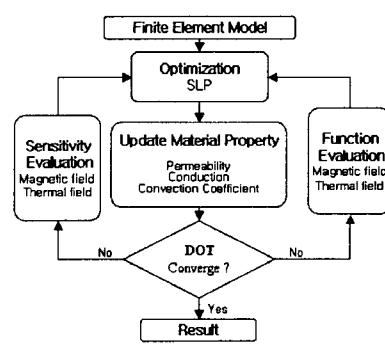


Fig. 3. Flow Chart

3차원 위상 최적화를 위해 보조 변수법을 사용하여 민감도 설계를 하였다. 전자기에 대한 민감도 설계는 많은 연구를 통해 검증되어 왔다[2-3]. 그리하여 표 2에서는 3차원 열계에 대하여 보조 변수법을 이용한 민감도 검증을 수행하였다.

Table 2. Validation for Design Sensitivity Analysis

# of Element	AVM	FDM	FDM AVM
1	-3.417e-2	-3.407e-2	0.9973
2	-3.561e-2	-3.554e-2	0.9982
3	-3.803e-2	-3.796e-2	0.9983
12	-5.976e-2	-5.966e-2	0.9983
42	-1.060e-3	-1.056e-3	0.9962
245	2.938e-2	2.933e-2	0.9982

그림 2에서 표시한 목표 절점(Target Node)쪽으로 열전달을 최대화함과 동시에 C-core의 전자기력을 유지하기 위한 설계를 진행하였을 때, 표 3와 같은 결과를 얻을 수 있었다. 2차원과 3차원, 각각 가중치에 따라 달리 나타나는 최적 형상을 보이고 있다. 가중치가 (1, 0)은 오로지 전자기만 고려한 설계, (0, 1)은 열전달만 고려한 설계, 그리고 (0.5, 0.5)는 두 분야를 동시에 고려한 설계이다. 전자기와 열전달을 고려한 3차원 최적 형상을 재해석을 하였으며, 이를 표 4에서 초기 형상과 비교하였다.

Table 3. Optimal Designs of 2D and 3D

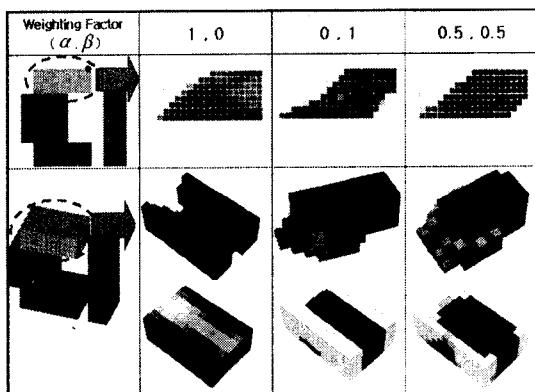


Table 4. Comparison between Initial and Optimal Design

	Initial Design	Optimal Design (3D at 0.5 0.5 Weighting Factor)
Volume	100	86.2
Magnetic Energy	100	90.2
Heat Transfer Rate per Volume	100	196.5

4. 결 론

본 연구에서는 전자기와 열전달을 고려하여 전기기기의 3차원 다분야 위상최적설계 프로그램을 구축하고 C core에 적용하였다. 물질보간함수로써 비투자율, 열전도율, 그리고 대류 열전달 계수에 대한 3차원 항을 제시하였다. 보조변수법으로 유도한 설계 민감도식을 FDM을 통해 검증하였다. 다목적 함수를 이용하여 설계자가 원하는 형상이 되도록 가중치를 두었으며, 각각의 영향을 조사하였다. 전자기와 열전달의 가중치를 똑같이 적용하여 도출한 3차원 최적형상을 초기형상과 비교하였을 때, 감소된 부피량보다 자기 에너지의 감소량이 적었으며 단위 부피당 열전달률도 2배 가량 증가하였음을 확인할 수 있었다.

5. 후 기

이 연구는 한국학술진흥재단의 선도연구자지원 사업 지원으로 수행되었습니다.

[참 고 문 헌]

- [1] D. N. Dyck, D. A. Lowther, "Automated Design of Magnetic Devices by Optimizing Material Distribution", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 32, no. 3, 1996.
- [2] S. Wang, and Y. Kim, "A Study on the Topology Optimization of Electromagnetic Systems", CEFC'2000, pp. 336, 2000.
- [3] S. Wang, J. Kang, J. Noh, "Topology Optimization of Induction Motor of Rotary Compressor", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 40, No. 3, pp. 1591-1596, 2004.
- [4] S. Wang, D. Youn, H. Moon, J. Kang, "Topology Optimization of Electromagnetic Systems Considering Magnetization Direction", IEEE Transaction on Magnetics, Vol 41, No.5, pp.1808-1811, 2005.
- [5] Edward J. Haug, K. K. Choi, Vadim Komkov, 1986, Design Sensitivity Analysis of Structural Systems. ACADEMIC PRESS, INC.
- [6] Y. A. Cengel, 1999, Heat Transfer; A Practical Approach.
- [7] ANSYS Theory Reference, ANSYS Inc., ANSYS Ver 7.0