

기생효과를 고려한 단상유도전동기의 동특성 해석

김병택

국립군산대학교 공과대학 전자정보공학부

Dynamic Analysis of Single-Phase Induction Motor Considering Parasitic Effects

Byung-Taek Kim

School of Electronic and Information Engineering, Kunsan National University

Abstract - 본 논문은 실제 단상유도전동기의 정확한 특성예측을 위해 각종 기생성분, 즉 자기회로 포화 및 고조파에 의한 영향을 분석하였다. 특히 기동특성에 큰 영향을 주는 공간고조파 성분의 영향을 고려하기 위해 슬롯과 권선분포에 대한 고조파분석 및 고조파 등가회로를 구현하였다. 이로부터 동특성해석을 시행함으로써 공간고조파에 의한 기동에서의 기생토크효과를 분석하였다.

1. 서 론

유도전동기의 정격 운전 점에서의 특성해석을 위해 주로 등가회로를 이용하고 있으며 비교적 유효한 결과를 예측할 수 있다. 특히, 전동기의 초기설계를 위해 다수의 반복해석이 요구되는 경우는 유한요소해석 등의 정밀수치해석과는 비교가 되지 않을 정도로 시간적으로 큰 장점을 지닌다. 반면, 기동을 포함한 가속운전구간에서의 등가회로를 이용한 특성해석은 상당히 큰 오차를 수반하는데 이는 전동기가 가지는 전자기적 기생효과가 원인이다. 이 같은 기생효과는 여러 종류가 있으며, 우선 전동기 철심의 비선형특성과 표피효과에 의한 회전자도체의 저항변화 및 누설인력던스변화를 들 수 있으며, 비교적 쉽게 동가적으로 고려할 수 있다. 또 다른 기생효과로서, 고정자코어의 슬롯과 권선분포에 의한 공간고조파가 있으며, 이는 전동기의 기동 및 가속구간에서 토크의 급감현상(dip) 등의 다양한 악영향을 발생시킨다. 그러나 대부분의 등가회로는 기본파성분만을 고려하기 때문에 이 같은 영향을 전혀 고려할 수 없다. 특히 동심권(同心捲)을 취하는 단상유도전동기의 경우, 권선설계가 비교적 정형화되어있는 3상전동기와 달리, 권선설계결과에 따라 공간고조파성분의 크기가 매우 클 가능성이 있으며, 따라서 정확한 기동성능을 예측하기 위해서는 이의 고려가 필요하다.

최근 유도전동기를 포함한 각종전동기의 동특성해석을 위해 매우 정확한 해석기법인 전자장 유한요소법을 이용하는 경우가 많으며, 현재까지 해석시간과 계산용량의 제한으로 대부분 2차원해석이 주류를 이룬다. 유도전동기를 2차원 해석하는 경우, 자기회로의 포화나 표피효과(skin effect)와 같은 복잡한 전자기현상은 정확하게 표현되지만, 3차원특성인 회전자의 사구(skew)를 고려할 수 없다. 사구(skew)는 전동기에 발생하는 공간고조파성분의 저감을 위해 대부분의 유도전동기에 적용하므로 이에 대한 고려 없이 기동 구간과 같은 과도상태해석은 큰 오차를 발생시키게 된다.

본 논문에서는 유도전동기의 각종 기생성분이 기동 및 가속구간의 과도현상에 미치는 영향을 분석하기 위해 기본적으로 등가회로를 적용한다. 이 때, 공간고조파특성을 고려하기 위해 권선분포에 대한 공극기자력파형의 분석을 통해 고조파 등가회로를 구성하고 과도상태 해석한다. 또한, 포화 및 표피효과에 의한 회로정수의 변화를 고려하기 위하여 유한요소해석을 도입하였다.

2. 단상유도전동기의 특성해석

2.1 해석모델

그림1에 해석을 위한 단상유도전동기를 도시하였고, 표1에 세부적 사양을 나타내었다.

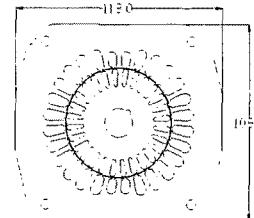


그림1. 해석모델

표1. 해석 모델의 사양

Item	Value	Item	Value
Voltage	220 [V]	Air gap length	0.3 [mm]
Frequency	60 [Hz]	Running Cap.	0.5 [μ F]
No. of Pole	2	Starting Method	PTC only
Outer Dia. of Stator	133[mm]	Inner Dia. of Stator	60[mm]

2.2 회로방정식의 구성

2.2.1 포화 및 표피효과의 고려

실제로 유도전동기의 회로정수는 전동기 운전상태에 따라 변화하며, 특히 회전자의 저항과 누설리액턴스, 즉 r_2 와 x_2 는 직접적으로 표피효과의 영향을 받게 되어 전동기속도에 대한 변화가 심하다. 따라서 IEEE에서는 단상유도전동기의 정격운전 점에서의 회로정수 추정방법을 실험적으로 정하고 있다. 이에 따르면, 회전자 구속 상태에서 전동기의 주권선(혹은 보조권선)만을 여자시켜 입력 전력(피상 및 유효)을 측정함으로써 2차측 회로정수를 추정하는 방법을 사용한다. 본 논문에서는 이 같은 실험적 방법을 응용하여 유한요소해석으로 대치하는 방법을 적용하였고, 이 때 회전자 구속의 경우이므로 해석을 간단히 하기 위하여 복소근사법(jw법)을 적용하였다[1]. 이 해석방법을 적용하는 경우, 정격운전점의 회로정수를 추출하는 실험방법에 비해 전 운전영역에 대한 회전자정수를 예측할 수 있다는 장점이 있게 된다. 그림2는 회전자 구속 시, 주 권선에 전압을 인가하였을 때의 자속선도를 나타내고 있으며, 이로부터 계산된 전류로부터 쇠(1)~(3)을 이용하여 회전자 회로정수를 추정하였고 속도에 따른 정수변화를 그림3에 나타내었다.

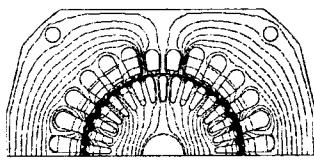


그림2. 회전자 구속 시, 자속선도

$$Z_e = \frac{V_L}{I_L}, \quad R_e = \frac{V_L}{I_L^2} \quad (1)$$

$$R_2 = \frac{V_L}{I_L^2} - R_1 \quad (2)$$

$$X_2 = \sqrt{Z_e - R_e} - X_1 \quad (3)$$

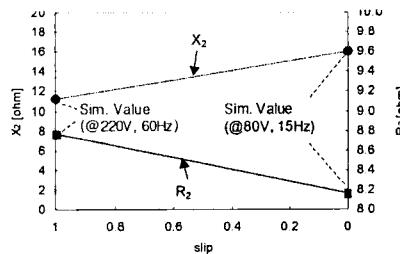


그림3. 속도에 대한 회전자회로정수의 변화

2.2.2 공간고조파성분의 고려

주 권선과 보조권선을 갖는 단상전동기의 슬롯개수 및 슬롯 내 도체개수의 분포는 3상과 달리 임의의 분포가 가능하며, 이로부터 공극 내 기자력의 과형이 결정된다. 해석모델의 권선분포에 대해 공극 내 기자력 과형을 그림4에 정규화하여 나타내었다. 그림4의 기자력 분포를 고조파성분별로 분석하여 그림5에 제시하였으며, 이로부터 주권선의 분포가 좀 더 정현적임을 알 수 있다. 그림5의 각 n차 고조파성분은 고정자전류의 시간적 변화에 따라 정현적으로 변화 하므로 결국 동기속도의 $1/n$ 의 속도로 회전하는 성분이 되어, 기동에 악영향을 준다.

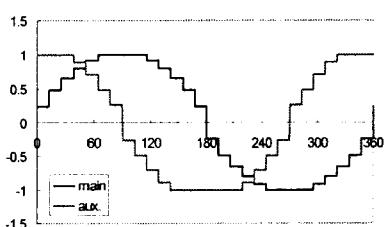


그림4. 해석모델의 공극기자력 분포파형(정규화)

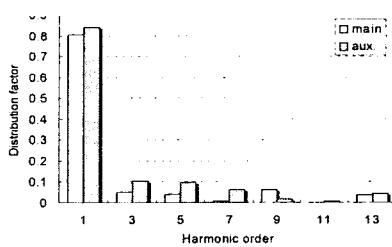


그림5. 해석모델의 공극 내 공간고조파 분석(정규화)

2.3 회로방정식의 구성

그림6에 단상유도전동기의 간단한 등가모델을 나타낸다. 여기에, a와 b는 고정자의 상(相)권선을 의미하며,

A, B는 회전자의 등가적 상을 의미한다.

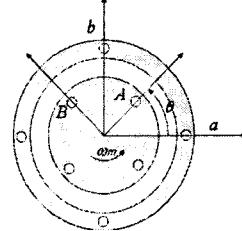


그림6. 유도 전동기 등가모델

2.3.1 고정자 회로방정식

고조파 성분을 포함한 회로정수의 추출로부터 전동기의 회로방정식을 구성할 수 있으며, 고정자 측 회로방정식을 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$v_a = r_a + \frac{d\lambda_a}{dt}, \quad v_b = r_b + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (4)$$

여기서, r 은 상 저항을 의미하며, 각 상의 쇄교자속량, λ 를 고조파성분을 포함하여 표현하면 식(5)와 (6)이 된다. 이에 대한 미분학으로, a상의 유도전압은 식(7)로 표현되며, b상에 대해서도 같은 방법으로 구할 수 있다. 이 때 p 는 d/dt 를 의미하는 미분연산자이다.

$$\lambda_a = L_a i_a + i_A \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(a,A)} \cos k\theta - i_B \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(a,B)} \sin k\theta \quad (5)$$

$$\lambda_b = L_b i_b + i_A \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(b,A)} \sin k\theta + i_B \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(b,B)} \cos k\theta \quad (6)$$

$$\begin{aligned} p\lambda_a &= L_a pi_a \\ &+ pi_A \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(a,A)} \cos k\theta - i_A \omega_r \sum_{k=1}^{\infty} k L_{k(a,A)} \sin k\theta \\ &- pi_B \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(a,B)} \sin k\theta - i_B \omega_r \sum_{k=1}^{\infty} k L_{k(a,B)} \cos k\theta \end{aligned} \quad (7)$$

위의 방정식은 인더턴스항내에 공간변수 θ 를 포함하는 비선형 미분방정식이나, 만일 인더턴스의 기본파성분만을 고려한다면, dq 변환을 통해 인더턴스항내의 위치의 합수를 제거할 수 있으므로 간단한 선형미분방정식으로 변형된다[2]. 그러나 회전속도가 각기 다른 공간고조파 성분을 포함한 해석의 경우는 dq 변환을 하더라도 고조파 인더턴스항내에 공간변수가 θ 가 계속 존재하여 비선형미분방정식으로 남게 되므로 dq 변환의 장점이 전혀 없다. 따라서 여기서는 특별한 좌표변환 없이 해석한다.

2.3.2 회전자 회로방정식

회전자회로에 대해서도 고정자와 같은 방법으로 회로방정식과 이에 대한 쇄교자속을 구했으며, 식(8)~(10)과 같다.

$$0 = r_A + \frac{d\lambda_A}{dt}, \quad 0 = r_B + \frac{d\lambda_B}{dt} \quad (8)$$

$$\lambda_A = L_A i_A + i_a \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(a,A)} \cos k\theta + i_b \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(b,A)} \sin k\theta \quad (9)$$

$$\lambda_B = L_B i_B - i_a \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(a,B)} \sin k\theta + i_b \sum_{k=1}^{\infty} L_{k(b,B)} \cos k\theta \quad (10)$$

2.3.3 과도특성해석

$$\begin{bmatrix} L_a & 0 & \sum L_{k(a,A)} \cos k\theta & -\sum L_{k(a,B)} \sin k\theta \\ 0 & L_b & \sum L_{k(b,A)} \sin k\theta & \sum L_{k(b,B)} \cos k\theta \\ \sum L_{k(a,A)} \cos k\theta & \sum L_{k(b,A)} \sin k\theta & L_A & 0 \\ -\sum L_{k(a,B)} \sin k\theta & \sum L_{k(b,B)} \cos k\theta & 0 & L_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pi_a \\ pi_b \\ pi_A \\ pi_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_a & 0 & \omega_r \sum k L_{k(a,A)} \sin k\theta & \omega_r \sum k L_{k(a,B)} \cos k\theta \\ 0 & -r_b & -\omega_r \sum k L_{k(b,A)} \cos k\theta & \omega_r \sum k L_{k(b,B)} \sin k\theta \\ \omega_r \sum k L_{k(a,A)} \sin k\theta & -\omega_r \sum k L_{k(b,A)} \cos k\theta & -r_A & 0 \\ \omega_r \sum k L_{k(a,B)} \cos k\theta & \omega_r \sum k L_{k(b,B)} \sin k\theta & 0 & -r_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_A \\ i_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

식(4)의 고정자 회로방정식과 식(8)의 회전자회로방정식으로부터 각 상의 전류에 대한 미분방정식으로 정리하면 식(11)이 되고, 이를 간단히 식(12)로 표현한다.

$$[K_1][pi_p] = [K_2][i_p] + [K_3] \quad (12)$$

그리고 실제 전동기운전시의 구동전압과 권선전압의 관계를 식(13)에 나타내었다. 그리고 전동기의 콘텐서전압을 식(14)에, 회전자의 운동방정식과 회전각을 식(11)과

(12)에 각각 나타내었다. 여기서, v_s 는 구동전압을 의미한다.

$$v_a = v_s - v_c, \quad v_b = v_s \quad (13)$$

$$Pv_c = \frac{1}{C} i_a \quad (14)$$

$$P\omega_r = \frac{P}{J}(T_e - T_L - \frac{B}{P}\omega_r) \quad (15)$$

$$P\theta = \omega_r \quad (16)$$

이로부터 식(12)과 위의 (14)~(16)를 결합하면 전체 시스템의 운전을 표현하는 총 미분방정식이 되며 식(17)의 형태의 연립미분방정식이 된다.

$$\begin{bmatrix} pi_n \\ Pv_c \\ P\omega_r \\ P\theta \end{bmatrix} = [K_a] \begin{bmatrix} i_n \\ v_c \\ \omega_r \\ \theta \end{bmatrix} + [K_b] \quad (17)$$

2.4 특성해석결과

식(16)의 미분방정식을 Runge-Kutta법을 이용하여 해석할 수 있다. 전동기 무부하시 가속특성해석결과를 그림7에 나타내었고, 공간고조파를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우를 나누어 제시하였다. 그림으로부터 공간고조파성분에 의해 전동기의 기동특성이 악화되었음을 알 수 있으며, 특히 5고조파와 3고조파성분에 의해 동기속도의 각각 1/3과 1/5지점인 75rpm과 125rpm부근에서 속도증가가 둔해지는 것을 볼 수 있다. 그리고 같은 조건으로 전동기의 토크특성을 그림8에 제시하였고, 마찬가지로 고조파성분을 고려하는 경우의 평균토크가 고조파를 무시하는 경우보다 감소됨을 볼 수 있으며, 동기속도 운전 이후의 토크백동은 오히려 큰 것을 알 수 있다.

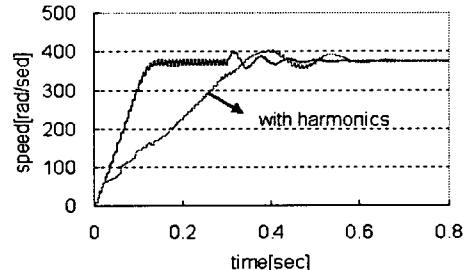


그림7. 무부하운전시 전동기 가속특성비교

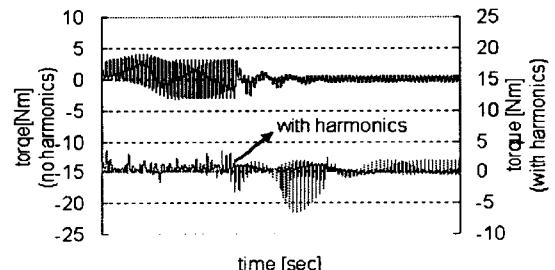


그림8. 무부하운전시 전동기 토크특성비교

3. 결 론

본 논문에서 가정 및 산업용으로 널리 사용되는 단상 유도전동기의 과도특성을 정확하게 예측하기 위해 공간고조파성분 등의 기생성분을 고려하였다. 특히, 공간고조파성분은 슬롯과 권선분포에 의해 결정되는 공극기자력으로부터 추정하였고 이로부터 고조파동가회로를 구성하였으며, 이로부터 유도된 미분방정식을 해석함으로써 전동기의 특성을 해석하였다. 해석결과로부터 공간고조파성분이 기동시 가속특성에 큰 영향을 주는 것을 알 수 있었으며, 단상유도전동기 설계시 기동성능의 확인을 위해 고조파성분을 고려한 해석이 반드시 요구된다고 할 수 있다.

[참 고 문 헌]

[1] Byung-Taek Kim, Sung-Ho Lee, and Jin-Su Park, "Starting and Pull-up Torque Estimation of Single-phase Induction Motor", ICEMS2004,CD, 2004

[2] 강규홍, 홍정표, "단상 직립기동 영구자석 동기전동기의 기동특성 해석", 전기학회논문지, 50B, No. 12. 2001.