

유연생산시스템에서 절삭공구 비용절감을 위한 가공시간과 경로배합 최적화

Saving Tool Cost in Flexible Manufacturing Systems: Optimal Processing

Times and Routing Mix

김정섭

대구대학교 경영학과

Abstract

Tool costs can comprise a significant part of the total operating costs of Flexible Manufacturing Systems. We address the problem of determining the optimal processing times of individual operations and routing mix in FMSs with multiple routes for each part type in order to minimize tool cost, subject to meeting a throughput constraint for each part type. The problem is formulated as a nonlinear program superimposed on a closed queueing network of the FMSs under consideration. Numerical examples reveal the potential of our approach for significant saving in tool costs.

Key Words: Flexible Manufacturing System, Tool Cost, processing time, Routing Mix, closed queueing network

1. 서론

FMS는 그 구성요소들이 자동화되어 있는 고도의 통합시스템으로서 자본집약적이므로 일단 설치되고 나면 운영비용 중 고정비 비중이 매우 높다. 따라서 변동비는 운영비 절감의 일차 대상으로 삼을 필요가 있다. FMS의 비용 중 변동비 성격이 강한 것으로 치구(fixtures)와 절삭공구(cutting tools) 비용을 들 수 있다 [Gray et al. (1993)]. 기계가공은 날카로운 절삭공구를 이용하여 공작물의 일부를 깎아 제거함으로써 원하는 모양의 부품을 생산한다. 절삭 시 가해지는 힘이나 생겨나는 마찰과 열로 인하여 공구는 마모하며 이에 따른 공구 수명의 단축이나 연마(calibration) 등은 비용을 수반하게 되며 이 비용은 가공속도에 매우 민감

하다고 알려져 있다 [Drozda 와 Wick (1983)].

기계공작에서 가공시간과 가공조건의 경제적 설정은 제조공학(Manufacturing Engineering)의 고전적 문제이다 [Chang et al. (1982), Koulamas et al. (1987)]. 이에 반하여 FMS에 관한 대부분의 연구(특히, 수리계획법을 이용한 연구)는 가공시간이 상수인 것처럼 취급하고 있다. 사실은 절삭공구 자체와 공작물의 경도와 같은 물리적 성질에 관한 공학적 근거에 의한 일정한 범위 내에서 설정하는 것이다. 이러한 범위는 대개 공구 생산자들이 제공한다 [Gray et al. (1993), Drozda 와 Wick (1983)]. 따라서 일정한 목표를 달성하면서 이러한 범위 내에서 가공작업의 시간을 조절함으로써 절삭공구비용의 절감을 꾀하는 것은 가치 있는 문제이다.

FMS에서 절삭속도의 조절을 통한 공구비용의 절감은 Schweitzer 와 Seidmann (1991)이 최초로 시도하였다. 그들은 단일 제품을 생산하는 FMS에서 종래의 단일기계에서의 가공시간 최적화 방법을 이용하는 것보다 기계들 간의 상호작용을 고려한 자신들의 방법이 훨씬 더 우수한 결과를 줄 수 있음을 보였다. 그 이후에 몇몇 다른 연구[Askin과 Krisht (1991), Kim et al. (1996)는 Schweitzer와 Seidmann (1991), Kim (1998)]가 있었지만 모두 한 부품은 단일 생산경로만 가지는 것으로 가정하고 있다.

단일경로만 있는 경우에 비하여 복수 경로는 특정 기계의 고장이나 일시적 과부하에 따른 경로 변경이 용이하여 운영상 이점이 있다. 또한 작업물의 가공작업을 워크스테이션들에 분산함

으로써 워크스테이션 간의 부하를 고르게 분산하여 전반적으로 이용률(utilization)이 향상되고 이것은 생산성 향상과 연결된다. 부품별로 복수 경로를 사용하는 경우 일정한 생산목표량을 가장 빨리 마치는 것과 같은 주어진 목적을 달성하기 위하여 각 경로를 통한 생산비율을 결정하는 것은 주요한 의사결정 문제가 된다 [Kouvelis (1992)]. 각 절삭작업의 속도와 더불어, 이전의 연구에서와 달리, 각 부품이 복수의 경로를 통하여 생산되는 경우 경로별 생산 비율도 의사결정변수로 취급함으로써 이러한 복수경로의 이점을 살리면서 동시에 공구비용의 절감을 더욱 꾀하는 것이 이 논문의 동기이다.

2. 공구 비용 최소화 모형

본 연구에서 대상으로 하고 있는 유연생산시스템은 여러 가지 부품을 생산하며 각 부품은 복수의 생산 경로를 가진다. 공구비용 최소화 모형을 수립하기 위하여 다음과 같은 가정과 기호를 도입한다.

- 팔렛 대기 공간이 충분하여 폐쇄(blocking)는 일어나지 않으며 모든 워크스테이션은 고장이 일어나지 않는다.
- 공작물의 가공 완성으로 한 팔렛이 비면 즉시 동일한 부품의 새로운 공작물을 올려서 고정된 후 경로에 따라서 가공을 하게 된다.
- i : 워크스테이션을 나타내는 인덱스. $i=1, 2, \dots, M$. 각 워크스테이션은 선착순 서비스 원칙을 따르는 단일 서버이거나 무한서버(ample server: AS)이다.
- F : 선착순 유한서버 워크스테이션 집합
- A : 무한 서버 워크스테이션 집합
- r : 부품 종류를 나타내는 인덱스. $r=1, 2, \dots, R$.
- t : 부품 경로를 나타내는 인덱스. $t=1, \dots, T_r$.
- rti : 부품 r 의 경로 t 상의 워크스테이션 i 에서의 작업을 나타내는 복합 인덱스
- V_{rti} : 한 개의 부품 r 을 생산하기 위하여 그것의 경로 t 상의 워크스테이션 i 에서의 작업을 위하여 방문하는 회수. 검사 장비에서 어떤 부품의 일부만 검사할 경우 이것은 1보다 작을 수 있다.

- S_{rti} : 작업 rti 의 가공시간으로 의사결정변수. 한계는 알려져 있다고 가정.

$$S_{rti}^- \leq S_{rti} \leq S_{rti}^+ \quad (1)$$

- K_r : 부품 r 에 할당된 팔렛의 수.
- Λ_r : 목표 산출률. 생산목표량/생산기간.
- θ_{rt} : 부품 r 의 산출률 중 경로 t 을 통한 산출률의 비율. 의사결정 변수.

$$\sum_{t=1}^{T_r} \theta_{rt} = 1 \quad (2)$$

- λ_r : 부품 r 의 산출률. (S, θ) 의 함수.
- λ_{rt} : 부품 r 의 경로 t 를 통한 산출률.
- λ_{rti} : 부품 r 이 그것의 경로 t 상에 있는 워크스테이션 i 를 단위시간당 방문한 회수.

$$\lambda_{rti} = V_{rti} \lambda_r \theta_{rt} \quad (3)$$

- $g_{rt}(S_{rti})$: 가공작업 rti 를 S_{rti} 시간 단위 동안 가공할 경우에 발생하는 공구비용함수. 공구비용은 가공 속도를 올릴 경우 비용이 가속적으로 증가한다.
- W_{rti} : 부품 r 이 그것의 경로 t 상의 워크스테이션 i 에 작업 rti 를 받기 위하여 방문 할 때의 평균 체제 시간(가공 및 대기시간).
- N_{rti} : 부품 r 의 경로 t 상의 워크스테이션 i 에 있는(대기중 혹은 가공 중) 부품 r 의 평균수량.
- Z_{rti} : 부품 r 이 FCFS 서버 워크스테이션 i 에서 보내는 평균 대기 시간.

이들 기호를 이용하여 단위시간당 발생하는 총공구비용은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(S, \theta) = \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^{T_r} \left(\sum_{i=1}^M V_{rti} g_{rt}(S_{rti}) \right) \lambda_{rt}(S, \theta) \theta_{rt} \quad (4)$$

따라서 우리의 문제는 개념적으로 제약조건 (1), (2) 그리고 다음의 식 (5)를 만족 시키면서 식 (4)을 최소화하는 비선형계획이 된다.

$$\lambda_r(S, \theta) = \Lambda_r. \quad (5)$$

식 (5)는 의사결정변수 S 와 θ 에 의하여 결정되는 산출률 $\lambda(S, \theta)$ 가 목표 산출률 Λ 를 달성하여야 함을 나타낸다. 식 (5)의 좌변을 정형식(closed form)으로 표시할 수는 없고 다음과 같은 연립방정식으로 평균치분석에 의한 폐대기행렬 모형으로 나타낸다.

$$\lambda_{rti} = V_{rti} \lambda_r \theta_{ri} \quad (6)$$

$$\lambda_r = K_r / \sum_{i=1}^{T_r} \sum_{j=0}^M W_{rti} V_{rti} \theta_{ri} \quad (7)$$

$$W_{rti} = S_{rti} \quad i \in A \quad (8)$$

$$W_{rti} = S_{rti} + Z_{ri} \quad i \in F \quad (9)$$

$$Z_{ri} = \sum_{p=1}^R \sum_{t=1}^{T_p} N_{pti} S_{pti} (1 - \delta_{pr} / K_r), \quad i \in F \quad (10)$$

$$N_{rti} = \lambda_{rti} W_{rti}, \quad (11)$$

단, 기호 δ_{pr} 는 Kronecker delta 임.

식 (6)은 식 (3)을 옮겨 놓은 것이다. 식 (7)은 리틀의 법칙(Little's Law)에 따라서 부품 r 의 산출률과 시스템에 상주하는 그 부품의 작업물 수 (K_r) 그리고 부품 r 의 작업물이 시스템에서 보내는 평균시간의 관계를 보여준다. 식 (6)과 (7)은 정확하다. 식 (8)은 무한서버(AS) 워크스테이션에서의 체제시간이 작업시간과 같음을 나타내 정확하다. 한편, 식 (9)는 FCFS 워크스테이션에서의 체제시간을 작업시간과 평균대기시간(Z_{ri})의 합으로 나타내고 있다. FCFS 서버에서의 평균대기시간(Z_{ri})은 식 (10)에 의하여 산정되는데 이 식은 널리 쓰이고 있다 [Schweitzer (1979), Schweitzer 외(1986)]. 식 (11)도 리틀의 법칙으로 쉽게 이해될 수 있다.

이리하여 우리의 문제는 식 (1) (2), (5)~(10)과 다음의 식 (11)을 만족하면서 식 (3)을 최소화하는 비선형계획이 된다.

$$\lambda_r = A_r \quad (11)$$

3. 수치 예제

이 절에서는 한 가지 예를 통하여 가공시간과 경로배합의 조정을 통하여 상당한 공구비용의 절감을 이룰 수 있음을 보인다. Table 1은 이 예제에 사용된 입력자료로서 8개의 워크스테이션으로 구성된 FMS에서 세 가지의 부품을 각각 2가지의 경로를 통하여 생산하려는 계획을 나타낸다. Table 1에서 처음 여섯 열은 앞에서 정의된 것들이고 여섯번째(α_{rti})와 일곱번째(β_{rti}) 열은 다음과 같이 공구비용함수를 결정하는 파라미터이다.

$$g_{rti}(S_{rti}) = \alpha_{rti} S_{rti}^{-\beta_{rti}} \quad (12)$$

둘째 열은 경로를 나타내는데 $t=1,2$ 는 해당 워크스테이션이 두 가지 경로에 모두 포함되고 가공조건이 동일한 경우이다. 예를 들어, L/U/L, 세척

기, 측정기들은 모든 경로에 포함된다.

각 부품별로 단일경로 (경로 1)만 사용하고 각각 9조의 팔렛을배정하고 각 부품이 그것의 경로 1만을 사용하고 Table 1의 마지막 열(S_{rti}^{base})을 가공시간(단위: 분)으로 하는 경우를 기준안(base case)으로 정의한다. 기준안의 경우 시간당 생산량은 Kim et al. (1995)의 방법으로 풀었을 때 $\Lambda = (7.653, 4.251, 4.035)$ 이었다. 본 수치 예제에서는 이 생산량을 생산목표로 가정한다.

Table 1. Inout Data

r	t	i	V_{rti}	S_{rti}^-	S_{rti}^+	α_{rti}	β_{rti}	S_{rti}^{base}
1	1,2	1	1	1	1	0	0	1
1	1	2	1	1.7	4	771	1.86	2.139
1	1,2	3	1	3.8	6.1	2871	2	3.8
1	1,2	4	1	3.5	6.5	3871	2	3.507
1	1,2	7	1	1	1	0	0	1
1	2	6	1	1.7	4	771	1.86	2.139
1	1,2	8	0.2	5	5	0	0	5
1	1,2	9	5.2	1	1	0	0	1
2	1,2	1	1	1	1	0	0	1
2	1	3	1	4.5	7.5	1347	2.86	6.137
2	2	4	1	3.5	6.5	3871	2.8	3.507
2	1	5	1	4.5	7.8	1118	2.368	6.53
2	2	6	1	4.7	8.5	3198	2.125	8
2	1,2	7	1	1	1	0	0	1
2	1,2	8	0.1	5	5	0	0	5
2	1	9	4.1	1	1	0	0	1
2	2	9	5.1	1	1	0	0	1
3	1,2	1	1	1	1	0	0	1
3	2	2	1	3.9	7.8	3576	3.575	3.9
3	1	4	1	4	7.4	2531	2.015	6.216
3	2	3	1	4.5	7.5	1347	2.86	6.137
3	1,2	5	1	4.3	8	2078	2.215	7.534
3	1	6	1	4.7	8.5	3198	2.125	8
3	1,2	7	1	1	1	0	0	1
3	1,2	8	0.2	5	5	0	0	5
3	1,2	9	4.2	1	1	0	0	1

이 문제를 GAMS/MINOS를 이용하여 풀었을 때 부품당 공구 비용은 Table 2에 그리고 최적가공시간은 Table 3에 나타나 있다. 대안 1은 부품별로 경로 1만 사용하고 가공시간만 최적화한 경우이고 대안 2는 각부품별로 두 가지 경로를 모두 고려하여 가공시간과 경로별 생산비율을 동시에 최적화한 경우이다.

Table 2 Average Tool Cost Per Part

대안	공구비용(원)	절감율(%)
기준안	373.99	----
대안 1	234.55	37.3
대안 2	223.89	40.1

Table 3에서 행 머리 S_{rti}^{base} , S_{rti}^* , S_{rti}^{**} 는 Table 2의 대안을 나타낸다. 마지막 대안의 경우 최적

생산비율은 $((\theta_{11}=1.000, \theta_{12}=0.000), (\theta_{21}=0.099, \theta_{22}=0.901), (\theta_{31}=0.000, \theta_{32}=1.000))$ 이다. 이를 반영하여 Table 3에는 채택된 경로들에 대해서만 결과가 포함되었다.

Table 3 Comparison of Processing Speed (min.)

부품 (r)	대안	워크스테이션				
		2	3	4	5	6
1	S_{11i}^{base}	2.139	3.8	3.507		
	S_{11i}^*	4	4.497	4.841		
	S_{11i}^{**}	3.943	4.279	4.989		
2	S_{21i}^{base}		6.137		6.53	
	S_{21i}^*		4.5		6.138	
	S_{21i}^{**}		4.5		7.8	
	S_{22i}^{**}			3.859		8.5
3	S_{31i}^{base}			6.216	7.534	8
	S_{31i}^*			4.171	7.883	8.5
	S_{32i}^{**}	3.9	4.5		8	

4. 결론

유연생산시스템에서 절삭공구비용은 총운영비용의 상당한 부분을 차지한다. 본 연구는 이의 절감을 위하여 FMS에서 복수경로를 계획하는 경우를 폐대기행렬망으로 모형화한 후 가공시간과 경로배합을 변수로 하는 비선형계획모형을 수립하여 최소공구비용을 구하는 방안을 제시하였다. 한 가지 수치 예제를 통하여 이 방안의 가치를 보였으며 경우에 따라서는 상당한 효과를 볼 수 있음을 입증하였다. 본질적으로 FMS에서 생산계획을 수립할 때 수행하는 의사결정들은 FM자체의 통합성으로 인하여 복잡한 양상의 상호의존적이므로 직관이나 휴리스틱의 효과성은 매우 제한적일 수밖에 없다. 따라서본 연구의 최적화 방법은 생산계획 단계에서 매우 유용한 의사결정지원 도구가 될 수 있을 것이다.

참고 문헌

Askin, R.G. and Krisht, A.H. (1991), Optimal Operation of Manufacturing Systems with Controlled Work-in-Process Levels, Working Paper, Department of Systems & Industrial Engineering, The University of Arizona, Tucson, AZ 85721.
Chang, T., Wysk, R.A., Davis, R.P., and Choi, B.

(1982), Milling Parameter Optimization Through a Discrete Variable Transformation, *International Journal of Production Research*, **20** (4), 507-516.

Drozda, T.J. and Wick, C. (Eds.) (1983), *Tool and Manufacturing Engineers Handbook*, I, Dearborn, MI, Society of Manufacturing Engineers.
Gray, A.E., Seidmann, A., and Stecke, K.E. (1993), A Synthesis of Tool-Management Issues and Decision Problems in Automated Manufacturing, *Management Science*, **39** (5), 549-567.
Kim, J. (1998), Saving Tool Cost in Flexible Manufacturing Systems: Joint Optimization of Processing Times and Pallet Allocation, *Journal of the Korean Operations Research and Management Science Societ*, 2(4), 75-86.
Kim, J., Schweitzer, P.J., and Seidmann, A. (1995), Analysis of Flexible Manufacturing Systems with Distinct Repeated Visits: DrQ, *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, **7**, 319-338.
Kim, J., Schweitzer, P.J., and Seidmann, A. (1996), Processing Time Optimization for Flexible Manufacturing Systems with Multiple Part Types, Distinct Operations, and Repeated Workstation Visits, Working Paper, William E. Simon Graduate School of Business Administration, University of Rochester, Rochester, NY.
Koulamas, C.P., Lambert, B.K., and Smith, M.L. (1987), Optimal Machining Conditions and Buffer Space Size for the Two-Stage Case, *International Journal of Production Research*, **25** (3), 327-336.
Kouvelis, P. (1992), Design and Planning Problems in Flexible Manufacturing Systems: A Critical Review, *Journal of Intelligent Manufacturing*, **3**, 75-99.
Schweitzer, P.J. (1979), Approximate Analysis of Multiclass Closed Networks of Queues, *Proceedings of the International Conference on Stochastic Control and Optimization*, Free University, Amsterdam, Netherlands, April, 5-6.
Schweitzer, P.J., Seidmann, A., and Shalev-Oren, S. (1986), The Correction Terms in Approximate Mean Value Analysis, *Operations Research Letters*, **4**, 197-200.
Schweitzer, P.J. and Seidmann, A. (1991), Optimizing Processing Rates For Flexible Manufacturing Systems, *Management Science*, **37** (4), 454-466.