Rayleigh-Ritz 방법에 근거한 연료봉 고유치문제의 근사해

박 남규, 정 규창, 전 경락, 김 재익
대전시 유성구 덕진동 493, 한전 원자력 연료(주)

1. 서론

경수로용 핵연료 집합체의 연료봉은 다수의 지지격자에 의해 지지되어 있으며 노내에서 냉각수의 흐름에 의해 진동이 발생된다. 연료봉의 진동특성은 노내에서의 거동을 해석하기 위한 중요한 단서를 제공하므로 연료봉의 모드형상 및 고유진동수를 파악하여야 할 필요성이 있다. 본 연구에서는 여러 개의 지지격자에 의해 횡방향 운동이 구속되는 연료봉의 고유치 문제를 정의하고 이의 근사해를 Rayleigh-Ritz 방법에 의해 구하였다. 각각의 지지격자 셀은 연료봉을 선형구간 내에서 탄성적으로 지지하므로 선형스프링으로 가정하여 연료봉의 고유치문제를 정식화 할 수 있다. 대상계의 지배방정식의 일반적인 정해는 알려지지 않았으므로 이를 근사화하고자 1 차경계조건을 만족하는 함수를 선정하여 근사해를 구할 수 있었다.

2. 적용 방법 및 결과

2.1 연료봉 모델을 위한 가정

연료봉은 핵연료집합체를 구성하는 핵심부품으로, 핵연료집합체의 골격체에 여러개의 지지격자를 조립하여 핵연료봉이 외란에 의한 파손을 방지할 수 있는 구조로 설계되었다. 지지격자는 여러개의 격자셀(cell)로 구성 되며 각각의 셀은 안쪽에서 스프링 역할을 할 수 있는 형상으로 가공되어 연료봉을 지지할 수 있는 구조이다.

연료봉은 지지격자 셀과 접촉을 하지만, 노내조건의 변화에 따라 영구적으로 접촉하도록 설계하는 것은 매우 어려우며 연료의 주기가 끝나는 시점에서는 틈(gap)이 존재한다. 이러한 틈의 존재는 비선형특성을 유발시키며 해석적인 접근이 어렵다. 또한 스프링의 강성 역시 시간의 변화에 따라 그 특성이 변한다. 이러한 특성을 모두 반영하여 접근하는 것이 바람직하나 해석의 편의상 본 논문에서는 접촉과 스프링강성의 변화를 무시하여 모델링 하였다.

2.2 Rayleigh-Ritz 근사해

그림 1 과 같은 여러 개의 지지격자에 의해 지지되는 연료봉 구조물의 운동방정식은 식(1)과 같이 쓸 수 있다[1].

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)+\sum_{i=1}^{r}k_i w\delta(x-x_i) + \rho(x)A(x)\ddot{w}=0 \quad (1)$$

여기서 w 는 횡방향의 운동을 의미하며, δ 는 Dirac 의 델타함수이다. r 은 선형스프링의 개수를 의미한다. 또한 $E(x)$, $I(x)$, $\rho(x)$, $A(x)$ 는 연료봉의 영계수, 단면 이차 모멘트, 밀도 및 단면적을 의미한다. 이들 각각의 변수들은 연료봉의 축을 따라가며 따라 달라진다.

이 연구는 Rayleigh-Ritz 방법을 이용한 고유치와 고유모드의 근사해를 찾는 것이 목적이다. 위 방정식으로부터 파생되는 자유단 경계조건을 만족하는 고유치 방정식의 해가 되는 고유모드를 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$w=\sum_{j=0}^{\infty}a_j\cos\frac{j\pi x}{L} \quad (2)$$

위의 식(2)는 모든 j 에 대해 자유단 경계조건을 만족하므로 고유함수로서의 자격이 있음을 알 수 있다. 여기서 L 은 연료봉 전체의 길이를 의미하며 적절한 미정계수 a_j 를 구하면 식(1)을 만족하는 근사해를 얻을 수 있다. 따라서 식(1)의 범함수(functional)를 구하여 식(2)를 대입하고 이를 최소화하는 과정이 도입되어야 하며, 식(1)의 범함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\Pi=\int_\Omega\left[\frac{1}{2}EI\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2+\sum_{i=1}^{r}k_i w^2\delta(x-x_i)\right]dx - \lambda\int_\Omega\frac{1}{2}\rho A w^2 dx \quad (3)$$

여기서 Ω 는 4 개의 구역으로 이루어진 적분영역임을 의미하며, λ 는 고유치(eigenvalue)이다.

최소 에너지 정리(theory of minimum potential energy)에 의해 위의 범함수를 각각의 계수 a_j 에 대한 미분값이 0 을 만족시키도록 계수를 구하면 근사해를 얻을 수 있다. 즉 특정한 계수 $a_m(m=0\cdots N)$ 에 대하여, 식(4)를 만족하는 N+1 개의 미정계수를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_m} = 0, \quad m = 0, \cdots, N \tag{4}$$

위의 식에 의하면 N+1 개의 방정식을 얻을 수 있으며 그 형태는 다음과 같다.

$$\left([A]_{(N+1)\times(N+1)} - \lambda [B]_{(N+1)\times(N+1)} \right) \{a\}_{(N+1)\times 1} = \{0\}_{(N+1)\times 1} \tag{5}$$

따라서 식(5)는 근사화된 고유치 방정식(eigenvalue equation)이 되며, 이 문제의 해를 구하면 근사화된 고유치와, 고유모드를 찾을 수 있다.

표 1 과 그림 2 에 Rayleigh-Ritz 의 해를 도시하였으며, 그 결과와 유한요소해석에 의한 결과를 비교하여 보면 매우 유사함을 알 수 있다.

3. 결론

경수로용 핵연료집합체 연료봉의 진동특성을 규명하기 위하여 다수의 지지격자셀에 의해 지지된 단순화된 연료봉 모델을 제안하였다.

연료봉은 여러 개의 지지격자에 의해 횡방향 운동이 구속되며, 재질의 불연속이 존재한다.

그러나 여기서 제안한 연료봉 모델의 엄밀해(exact solution)는 일반적으로 찾기가 어려우므로 본 연구에서는 일차경계조건을 만족시키는 함수의 조합을 이용해 각 함수의 적절한 계수를 정하는 Rayleigh-Ritz 방법으로 고유치문제의 해를 구하였다.

근사적으로 구한 해는 그 신뢰도를 알아보고자 유한요소해석에 의한 결과와 비교평가 하였고 Rayleigh-Ritz 방법에 의한 해는 유한 요소해석에 의한 결과에 매우 근접하였으며 이 연구에서 도입한 연료봉 모델의 타당성과 신뢰성을 입증할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부의 원자력중장기계획 사업으로 수행되었으며, 저자들은 관계자 분들께 감사드립니다.

참고문헌

[1] N.G. Park, S.K. Lee, K.S. Choi, H.K. Kim, Vibration of Initially Stressed Beam with Discretely Spaced Multiple Elastic Supports, Int. J. KSME, Vol.18(5), pp.733-741, 2004.

표 1. FEM 과 Rayleigh-Ritz 방법에 의한 고유진동수(Hz)의 비교

Modes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FEM	36.42	42.38	43.71	45.90	48.66	51.50	53.68	102.01	121.95	115.78
R-R	36.65	43.06	44.64	46.99	49.79	52.41	54.10	102.52	122.87	126.75

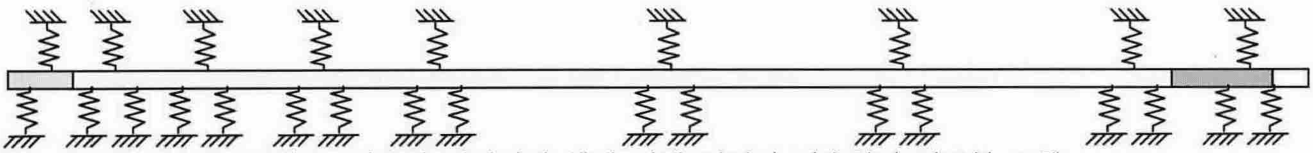

그림 1. 다수의 지지격자 셀에 의해 지지된 단순화된 연료봉 모델

그림 2. 첫번째 모드에 대한 Rayleigh-Ritz 함수의 계수(a_j) 분포