

## 환경사 방정식에서의 간편화된 파의 반사 및 투과 처리기법

### A Simplified Treatment Technique of Wave Reflection and Transmission for Mild-Slope Wave Model

천재호<sup>1</sup>, 안경모<sup>2</sup>

Je Ho Chun<sup>1</sup> and Kyungmo Ahn<sup>2</sup>

#### 1. 서 론

근래 항만내의 수질을 향상시키기 위한 친환경적인 방파제의 필요성이 대두됨에 따라 투과성 방파제나 부유식 방파제 등이 제안되고 있다. 이러한 투과성 방파제의 평면계획을 위해서는 파랑의 회절, 반사, 투과 등의 현상을 효과적으로 구현할 수 있는 수치모델이 필요하다. 이에 효과적으로 파랑의 투과, 반사 및 회절현상을 구현할 수 있는 기법이 많은 연구자들에 의해 제시되고 있다.

파의 회절, 투과 및 반사를 효과적으로 해석하는 방법으로 쌍곡선 환경사 방정식에 특성곡선 방법(Method of characteristic line) 또는 흡수층을 이용하는 방법 등이 제시되었다. (Madsen, 1983; 전 등, 2002; 꽉 등, 2003)

특성 곡선 기법은 방파제 전면에서 특성 곡선을 이용하여 반사 및 투과 현상을 재현하기 위해 필요한 유량을 계산하여 반사 및 투과 현상을 재현해낸다. 이 방법은 해양구조물의 반사율 및 투과율에 관한 정보만으로 반사 및 투과 현상을 비교적 정확하게 재현해낼 수 있어 매우 유용한 방법이다. 그러나 특성 곡선 기법을 적용하기 위해서는 매 계산단계에서 유량을 컴퓨터 메모리에 저장시켜야 하므로 흡수층 기법에 비해 컴퓨터 자원이 많이 소모되고 계산 속도가 떨어지는 단점이 있다. 흡수층 기법은 해양구조물 전면 혹은 내부에서 파 에너지를 감쇠시켜 반사 및 투과 현상을 재

현해낸다. 특히, Madsen(1983)은 동수심 해역에 연직방향으로 동질의 흡수층에 선형 천해파가 입사할 때, Lorentz 등가 일의 원리(Lorentz principle of equivalent work)를 적용하여 반사 및 투파의 해석해를 구하였다. 파의 반사계수는 입사파와 흡수층의 특성을 나타내는 매개변수의 함수로 표시되는데, 이 방법은 단파에 대해 적용하기 곤란하며 하나의 반사율에 대해 하나의 투과율만 재현되는 단점이 있다.

이에 본 연구에서는 파의 투과율과 반사율이 주어졌을 때, 파 에너지 감쇠율과 투과유량을 계산하는 간단한 식을 Maruyama와 Kajima(1985)의 쌍곡선형 환경사 방정식에 첨가하여 효과적이고 정확한 파의 반사, 투과 및 회절 현상을 수치모의하는 방법을 제안하였다.

#### 2. 지배방정식과 경계조건

##### 2.1 지배 방정식

본 모델의 지배 방정식은 수심이 완만히 변하는 해역에 위치한 해안구조물 주위의 천수, 굴절, 회절, 반사 등을 나타낼 수 있는 시간의존 환경사 방정식으로 다음과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{n} \nabla \cdot (n \vec{p}) + f_r \eta = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{p}}{\partial t} + C^2 \nabla \eta + f_d \vec{p} = 0 \quad (2)$$

<sup>1</sup> 한동대학교 건설환경연구소 연구원

<sup>2</sup> 한동대학교 공간시스템공학부 교수

여기서,  $\eta$ 는 수면변위,  $C$ 는 파속,  $t$ 는 시간을 나타낸다. 군속도와 파속의 비  $n$ 과 선유량 벡터  $\vec{p}$ 는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right), \quad \vec{p} = \int_{-h}^0 \vec{u} dz,$$

여기서  $k$ 는 파수,  $h$ 는 수심,  $\vec{u}$ 는 수평방향 속도벡터를 나타낸다.

식 (1)의  $f_r$ 은 파의 반사를 재현하기 위해 본 연구에서 도입한 에너지 감쇠율이다. 파속, 반사율  $K_r$ , 공간계산 격자 간격  $\Delta x$ 의 크기 등을 이용해 다음과 같이 정의한다.

$$f_r = \frac{C}{\Delta x} \left( \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \right) \quad (3)$$

식 (2)의  $f_d$ 는 쇄파에 의한 에너지 감쇠율을 나타낸다. 본 연구에서는 Watanabe 등(1986)이 제안한 식을 사용하며 아래에 나타내었다.

$$f_d = \alpha_D \tan \beta \sqrt{\left(\frac{g}{h}\right)} \left( \frac{\hat{p}}{p_r} - 1 \right)$$

여기서,  $\alpha_D$ ,  $\beta$ ,  $\hat{p}$ 는 각각 에너지 감쇠계수, 바닥의 경사도, 유량 벡터 진폭을 나타내며,  $p_r$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$p_r = \gamma' \sqrt{gh^3} \quad (\gamma' : 0.25 \sim 2.5)$$

## 2.2 반사 경계 조건의 유도

Fig. 1에서 보이는 것과 같이 방파제가 위치한 일정 수심의 2차원 지형에 대해 본 연구에서 제안된 반사 경계 조건의 유도를 검토하였다.

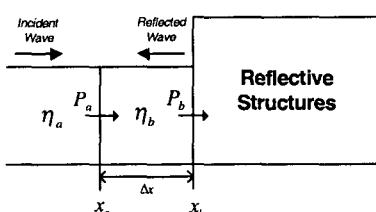


Fig. 1 Schematic diagram of computational grids in front of breakwaters

Fig. 1에서 보이는 방파제를 불투과성 방파제라고 보면,  $x = x_b$ 에서 다음의 방정식이 성립한다.

$$\lim_{x \rightarrow x_b} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} - ik\alpha\eta \right) = 0 \quad (4)$$

$$p_b = 0 \quad (5)$$

여기서,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\alpha = (1 - K_r)/(1 + K_r)$

공간 계산 격자 간격  $\Delta x$ 가 비교적 작을 때, 다음과 같은 식이 성립한다고 가정한다.

$$\eta_{x_{x_b}} \cong \eta_{x_{x_b}}, \quad \eta_{x_b} \cong \eta_{x_a} \quad (6)$$

문제의 조건에 의해 수심이 일정하므로, 식 (1)을 다음과 같이 간단화할 수 있다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + f_r \eta = 0$$

위의 식을 공간에 대해 다음과 같이 적분할 수 있다.

$$p_{x_b} - p_{x_a} = - \int_{x_a}^{x_b} (f_r \eta + \eta_t) dx$$

이를 다시 시간에 대해 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$(p_t)_{x_b} \cong C \left( \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \right) \eta_{x_b} - C^2 \int_{x_a}^{x_b} \eta_{xx} dx \quad (7)$$

이 때, 윗 식에서 세 번째항은 식 (6)에 의해 다음과 같이 된다.

$$C^2 \int_{x_a}^{x_b} \eta_{xx} dx = C^2 (\eta_{x_{x_b}} - \eta_{x_{x_a}}) \cong 0$$

따라서 식 (7)은 다음과 같이 정리된다.

$$(p_t)_{x_b} \cong C \left( \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \right) (\eta_t)_{x_a} \quad (8)$$

한편, 쇄파현상이 없다고 할 때,  $x = x_a$ 에서 식 (2)는 다음과 같은 식으로 정리된다.

$$(\eta_t)_{x_a} = - \frac{1}{C^2} (p_t)_{x_a} \quad (9)$$

이 때, 윗 식에 식 (8)을 대입하면 다음과 같이 된다.

$$(\eta_x)_{x_b} = ik \left( \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \right) \eta_{x_a}$$

위의 식은 식 (6)에서 볼 수 있듯이  $x = x_b$ 에 대해서도 성립되는데, 이는 식 (4)와 동치관계에 있어 본 연구에서 제안한 파의 반사를 위한 에너지 감쇠율 식 (3)i) 유도된다.

### 2.3 투파 경계 조건의 유도

공간계산 격자의 간격의  $\Delta x$ 가 크지 않을 때, 다음의 식이 성립한다고 볼 수 있다.

$$\vec{p}_{x_b} \approx \vec{p}_{x_b - \Delta x/2} \quad (10)$$

여기서,  $\vec{p}_{x_b - \Delta x/2}$ 은  $\vec{p}$ 의 정의에 의해 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \int_{-h}^0 \vec{u} dz = -\frac{gk}{w} \eta \int_{-h}^0 \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} dz \\ &= -\frac{gk}{w} \eta \frac{w^2}{gk^2} = -\vec{C}\eta \end{aligned} \quad (11)$$

이 때, 해양 구조물의 반사율의 크기가  $K_r$  이라고 하면  $x_b - \Delta x/2$ 에서 입사파에 의한 유량의 벡터는  $\vec{p} = -\vec{C}\eta / (1 + K_r)$ 과 같다. 이 때의 해양 구조물의 투파율이  $K_t$ 이라고 하면, 투파파의 유량은 다음의 식과 같이 입사파와 투파율의 곱으로 정의된다.

$$(\vec{p})_{x_b - \Delta x/2} = -\frac{K_t}{1 + K_r} C\eta_b \quad (12)$$

여기서, 식 (10)에 의해 방파제 전면에서의 투파파의 유량은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\vec{p}_b = -\frac{K_t}{1 + K_r} \vec{C}\eta_b \quad (13)$$

### 3. 반사 및 투파 경계 조건의 검증

#### 3.1 2차원 투파성 방파제에서의 파랑 변형

파랑 특성에 따른 파의 반사·투파재현여부를 검토하기 위해 다음의 Fig. 2에 나타난 것과 같은 2 차원의 수조에 대해서 수치 모의실험을 실시하였다. 본 수치 모의실험에서는 동일 수심 조건에 대

해 주기만 1, 4, 8 초 등으로 달리하여 수치 모의 실험을 실시하였다.

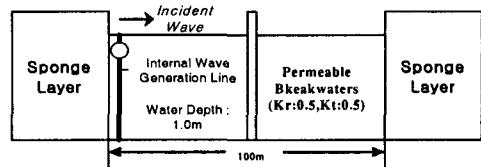


Fig. 2 Computational domains for 2-dimensional wave flume

이 때의 계산 결과를 아래의 Fig. 3~Fig. 5에 나타내었다.

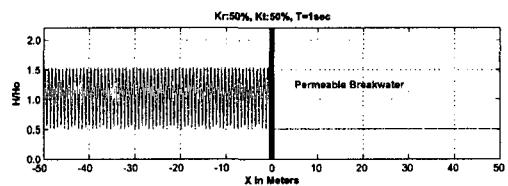


Fig. 3 Computational results (period:1sec)

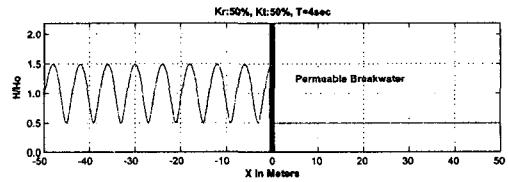


Fig. 4 Computational results (period:4sec)

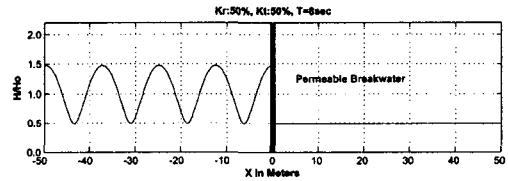


Fig. 5 Computational results (period:8sec)

Fig.3~Fig.5에서 보면, 파랑조건에 관계없이 50%의 반사와 50%의 투파가 일어나 방파제 전면과 배면에서 파고비가 각각 0.5~1.5 와 0.5 으로 분포하고 있다. 따라서 반사 및 투파 경계 조건이 주기의 변화에 관계없이 잘 적용되는 것을 알 수 있다.

#### 3.2 반무한 방파제에서의 파랑 변형

##### 3.2.1 $\theta = 0$ 인 경우

불투파성 반무한 방파제(반사율:50%) 및 투파성

반무한 방파제(반사율:50%, 투과율:50%)에 대해 수직 입사하는 파의 파랑 변형을 계산하였다. 이 때의 계산 조건 및 계산 결과들을 다음의 Fig. 6과 Fig. 7~Fig.12등에 나타내었다.

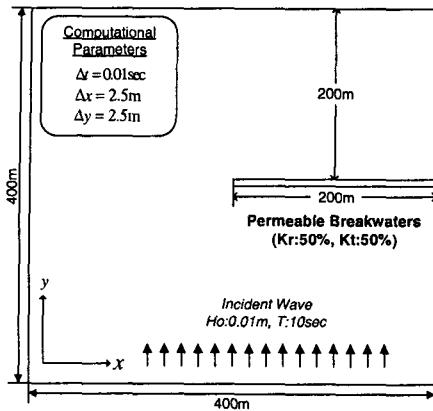


Fig. 6 Computational domain and computational parameters for semi-infinite breakwaters problem

Fig. 7은 방파제 전면에서의 불투과성 방파제 및 투과성 방파제의 파고비 분포를 나타낸 것인데, 두 가지 경우 모두 구간 ( $x=0\sim200m$ )와 구간 ( $x=200\sim400m$ )에서 1.0, 1.5로 파고비가 분포하고 있다. 이 때, 구간( $x=200\sim400m$ )에서 1.5의 파고비가 분포하는 것은 방파제로부터 50%의 반사가 일어난 결과이다. 그리고, 투과성 방파제의 경우 투과파의 영향으로 인해 구간 ( $x=200\sim400m$ )에서 파고 분포의 범위가 불투과성 방파제의 경우보다 약간 크게 나타나고 있다.

Fig. 8은 방파제 배면에서의 불투과성 방파제 및 투과성 방파제의 파고비 분포도를 나타낸 것이다. 방파제의 배면에서는 투과파의 영향으로 인해 불투과성 방파제의 파고비와 투과성 방파제의 파고비가 서로 다른 양상으로 분포하고 있다. 여기서 불투과성 방파제의 파고비는  $x$ 가 커짐에 따라 파고비가 점점 작아져 0에 가까워지고 있다. 이와는 달리 투과성 방파제의 파고비는 회절파와 투과파의 상호작용으로 인해 0.4~0.6등으로 파고비가 분포하고 있는데  $x$ 가 커짐에 따라 회절파의 영향이 작아지면서 점차적으로 0.5에 가까워지고 있다.

불투과성 방파제의 파고비 분포도 및 수면 변위 분포도를 Fig. 9와 Fig. 10에 각각 나타내었다. Fig.9에서 보면 방파제 전면에 0.5~1.5의 파고비가 분포하고 있고 방파제의 배면에서는 차단영역이 형성되어 있어 파의 회절 및 반사현상을 잘 관찰할 수 있다.

투과성 방파제의 파고비 분포도 및 수면 변위 분포도를 Fig. 11과 Fig. 12에 각각 나타내었다. Fig.11에서 보면 불투과성 방파제와 달리 방파제의 배면에서 0.4~0.6의 파고비가 분포하고 있는데 이는 투과파와 회절파의 상호작용으로 발생하는 것으로 Fig. 12의 수면변위 분포도에서 투과파와 회절파가 상호작용하는 것을 잘 관찰할 수 있다. 이 외에 방파제의 전면에서는 0.5~1.5의 파고비가 분포하고 있는 등 전반적으로 불투과성 방파제의 파고비와 유사한 파고비 분포를 나타내고 있다.

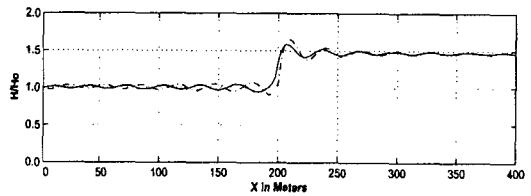


Fig. 7 Distributions of the normalized wave height along the front of breakwaters (continuous line : impermeable breakwaters, dotted line : permeable breakwaters)

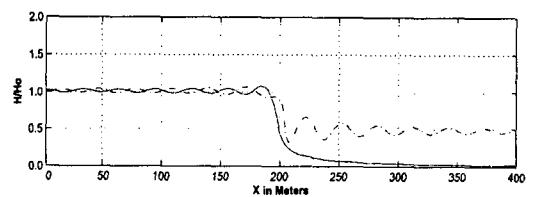


Fig. 8 Distributions of the normalized wave height along the rear of breakwaters (continuous line : impermeable breakwaters, dotted line : permeable breakwaters)

### 3.2.2 $\theta = 45^\circ$ 인 경우

앞의 3.2.1과 동일한 계산 조건에 대해  $45^\circ$ 로 입사하는 파의 파랑 변형을 계산하여 그 결과를 다음의 Fig.13~Fig.18등에 나타내었다.

Fig.13은 방파제 전면에서의 불투과성 방파제 및 투과성 방파제의 파고비 분포도를 나타낸 것이다. Fig.13의 파고비 분포도에서 보면 불투과성 방파제의 파고비와 투과성 방파제의 파고비는 대체로 유사하며, 방파제 전면에서 50%의 반사로 인해 구간 ( $x=0\sim200m$ )와 구간 ( $x=200\sim400m$ )에서 1.0, 1.5 등으로 파고비가 분포하고 있다.

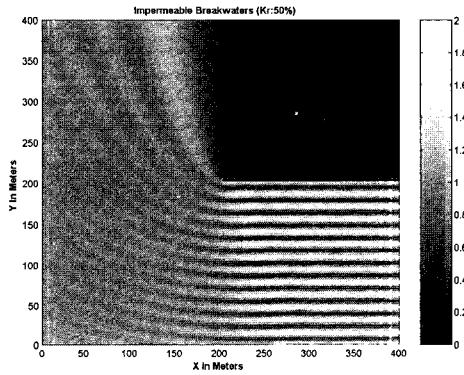


Fig. 9 Distribution of the normalized wave height around impermeable breakwaters

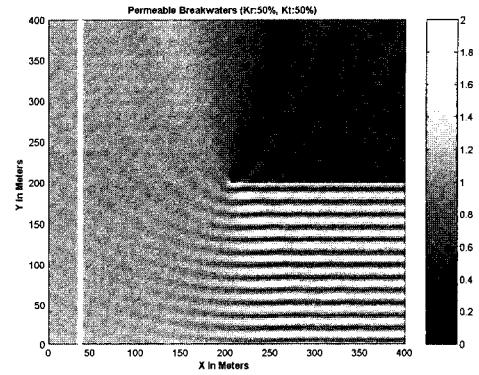


Fig. 11 Distribution of the normalized wave height around permeable breakwaters

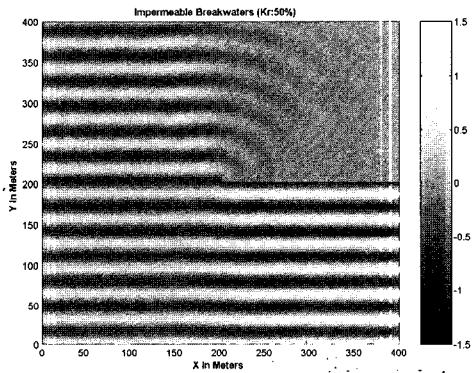


Fig. 10 Distribution of the normalized surface elevation around impermeable breakwaters at 20T

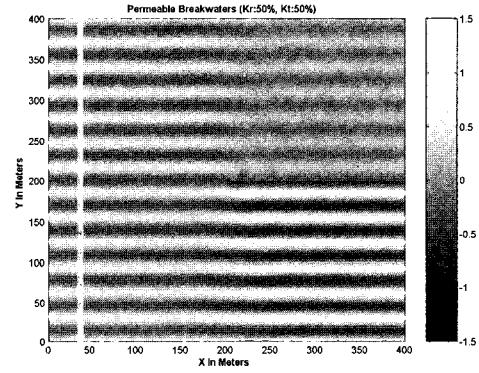


Fig. 12 Distribution of the normalized surface elevation around permeable breakwaters at 20T

Fig. 14는 방파제 배면에서의 불투과성 방파제 및 투과성 방파제의 파고비 분포도를 나타낸 것인데, Fig.8과 마찬가지로 불투과성 방파제와 투과성 방파제의 파고비는 서로 다른 양상으로 분포하고 있다. 여기서 불투과성 방파제의 경우, 회절에 의해  $x$ 가 커짐에 따라 파고비가 점점 줄어들어 0에 가까워지고 있다. 이와는 달리 투과성 방파제에서는 입사파의 50%가 투과되어 발생한 결과로 회절파와 상호작용을 일으켜 0.4~0.6 등으로 파고비가 분포하고 있는데  $x$ 가 커짐에 따라 회절의 영향이 줄어들어 점차적으로 0.5에 가까워지고 있다.

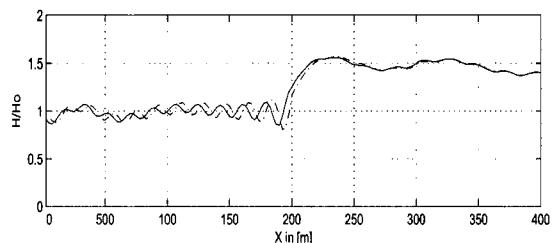


Fig.13 Distributions of the normalized wave height along the front of breakwaters (continuous line : impermeable breakwaters, dotted line : permeable breakwaters)

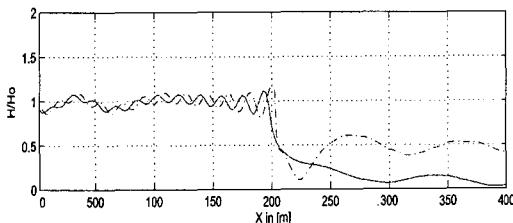


Fig. 14 Distributions of the normalized wave height along the rear of breakwaters (continuous line : impermeable breakwaters, dotted line : permeable breakwaters)

Fig. 15와 Fig. 16은 각각 불투과성 방파제의 파고비 분포도 및 수면 변위 분포도를 나타낸 것이다. Fig. 15에서 보면 방파제 전면에서는 0.5~1.5의 파고비가 분포하고 있으며, 방파제 배면에서는 차단 영역이 형성되어져 있는 것을 관찰할 수 있다. 이는 파의 반사 및 회절의 작용 결과인데, Fig. 16의 수면 변위 분포도에서도 이러한 현상을 분명히 관찰할 수 있다.

Fig. 17와 Fig. 18은 각각 불투과성 방파제의 파고비 분포도 및 수면 변위 분포도를 나타낸 것이다. Fig. 17에서 보면 방파제 전면과 배면에서 각각 0.5~1.5, 0.4~0.6의 파고비가 분포하고 있다. 이는 파의 반사 및 투과 때문에 발생하는 것인데, 특히 방파제의 배면에서는 회절파와 투파파가 상호작용을 일으켜 파고비가 0.4~0.6으로 분포하고 있다. Fig. 17에서 보인 파랑 변형 현상은 Fig. 18의 수면 변위 분포도에서도 잘 관찰할 수 있다. Fig. 18의 방파제 전면에서 입사파와 반사파가 서로 교차되고 있으며, 방파제 배면에서는 입사파보다 진폭은 작고 위상은 동일한 파가 투파되고 있는 것을 볼 수 있다.

### 3.3 이안제에서의 파랑 변형

불투과성 이안제 (반사율:50%) 및 투과성 이안제 (반사율:50%, 투과율:50%)에 대해 수직입사하는 파의 파랑 변형을 계산하였다. 본 수치 모의 실험의 계산 조건 및 계산 결과들을 다음의 Fig. 19와 Fig. 20~Fig. 25 등에 나타내었다.

Fig. 20은 이안제 전면에서의 불투과성 이안제 및 투과성 이안제의 파고비 분포도를 나타낸 것이다. 파의 반사로 인해 구간 ( $x=200\sim400m$ )에서 파고비가 1.5등으로 나타나고 있다. 이 때, 투과성 이안제의 경우에는 투파파의 영향으로 파고비가 1.5를 중심으로 약간 크게 분포하고 있다.

Fig. 21은 이안제 배면에서의 불투과성 이안제

및 투과성 이안제의 파고비 분포도를 나타낸 것인데, 파고비가 각각 0.0~0.2, 0.4~0.6등으로 분포하고 있다. 여기서 불투과성 이안제의 경우에는 이안제의 양단에서 각각 회절된 파가 상호작용을 일으켜 정상파처럼 파고비가 분포하고 있다. 그리고, 투과성 이안제는 이안제의 양단에서 회절된 파와 투파파가 상호작용을 일으켜 0.4~0.6의 파고비 분포를 보이고 있다.

Fig. 22와 Fig. 23에 불투과성 이안제의 파고비 분포도 및 수면변위 분포도를 나타내었다. Fig. 22에서 보면 이안제 전면에서 반사가 일어나 0.5~1.5의 파고비가 분포하고 있으며 이안제의 배면에서는 회절이 일어나 0.0~0.2의 파고비가 분포하고 있는데 반무한 방파제의 경우와 달리 선형으로 파고가 분포하고 있다. 이는 이안제의 양단에서 회절된 진행방향이 서로 다른 파가 상호작용을 일으킨 결과이다.

Fig. 24와 Fig. 25에 투과성 이안제의 파고비 분포도 및 수면변위 분포도를 나타내었다. Fig. 24에서 보면 이안제의 전면과 배면에서 0.5~1.5, 0.4~0.6의 파고비가 분포하고 있다. 이안제의 배면에서 0.4~0.6의 파고비가 분포하는 것은 50%의 투파파에 의한 것으로 투파파와 이안제의 양단에서 회절된 파가 상호작용을 일으켜 쇄기형의 파고 분포를 보이고 있다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 파의 투파율과 반사율이 주어졌을 때, 파 에너지 감쇠율과 투파유량을 계산하는 간단한 식을 제안하여 파의 투파 및 반사를 효과적으로 수치모의하는 방법을 제시하였다. 투파 및 반사를 표현하는 식을 시간의존 쌍곡선형 완경사 방정식의 항에 첨가하여 반 투파성 또는 투과성 해안구조물에 의한 파의 회절, 반사, 그리고 투파를 효과적이고 재현할 수 있음을 보였다.

검증을 위해 2차원 수조에서 1, 4, 8초의 파의 주기에 대해 투파율과 반사율을 변화시키면서 수치모의한 결과 투파와 반사를 효과적으로 정확하게 모의할 수 있음을 확인하였다. 또한 3차원 수조의 반무한 방파제와 이안제에 적각 방향 또는 임의의 각도로 입사하는 파에 의한 반사 및 투파성을 수치모의한 결과 회절, 반사, 그리고 투파를 잘 재현함을 확인할 수 있었다.

본 연구에서 제시된 방법은 수리모형실험에 의해 구조물의 반사율과 투파율이 주어지면, 간

편하고 정확하게 주어진 파의 회절, 반사 및 투과를 재현할 수 있으므로 투과성 구조물의 평면 배치 계획 수립등과 같은 해안 및 항만구조물

설계에 매우 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

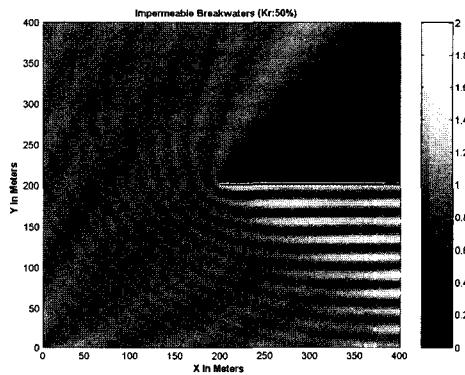


Fig. 15 Distributions of the normalized wave height around impermeable breakwaters

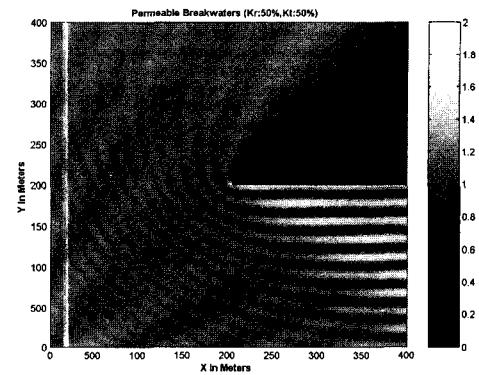


Fig. 17 Distributions of the normalized wave height around permeable breakwaters

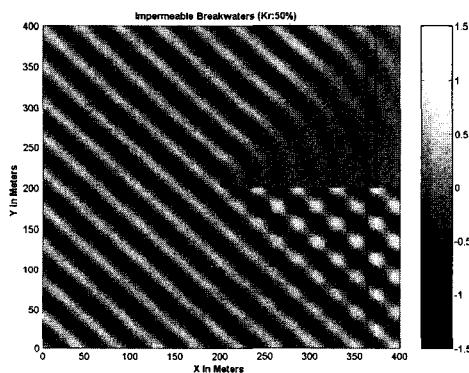


Fig. 16 Distributions of the normalized surface elevation around impermeable breakwaters at 20T

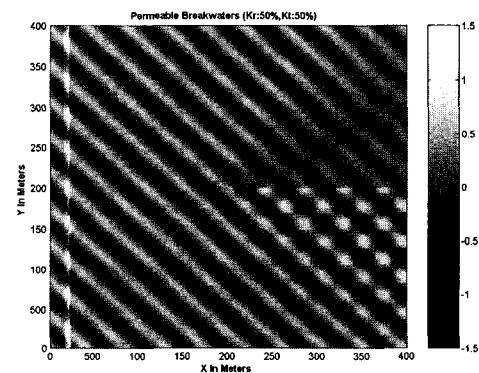


Fig. 18 Distributions of the normal surface elevation around permeable breakwaters at 20T

## 참고문헌

- 곽문수, 이기상, 편종근 (2003). 투과 사석방파제 주변의 파랑장 해석. 한국해안·해양공학회지 15(2), pp.116~126  
 전인식, 최민호, 심재설, 오병철 (2002). 부유식 방파제의 반사-투과 경계조건을 적용한 항만 정온도의 해석. 한국해안·해양공학회지 14(1), pp.76~85  
 Madsen, P.A. (1983). Wave reflection from a vertical permeable wave absorber. Coastal

- Eng.,7, pp.381~396  
 Maruyama, K. and Kajima, R. (1985). Two Dimensional Wave Calculation Method Based on Unsteady Mild-Slope Equation., Report Electric Central Res. Inst. No.384041(in Japanese)  
 Watanabe, A. and Maruyama, K. (1986). Numerical modeling of nearshore wave field under combined refraction, diffraction and breaking, Coastal engineering in Japan, Vol.29, pp.19~39

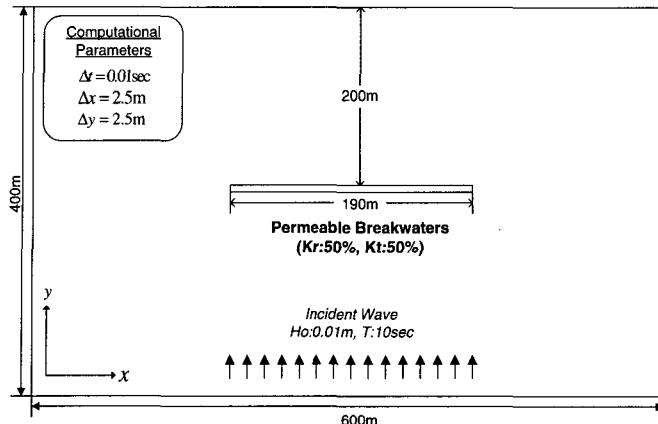


Fig. 19 Computational domain for detached-breakwaters

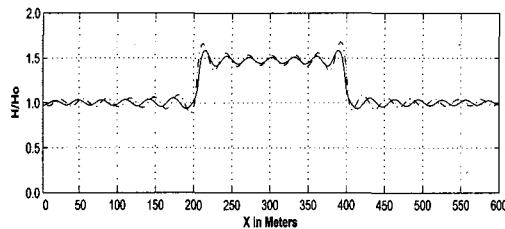


Fig. 20 Distributions of the normalized wave height along the rear of breakwaters (continuous line : impermeable breakwaters, dotted line : permeable breakwaters)

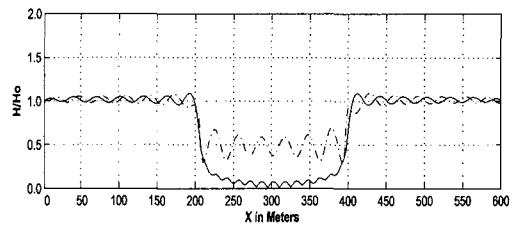


Fig. 21 Distributions of the normalized wave height along the rear of breakwaters (continuous line : impermeable breakwaters, dotted line : permeable breakwaters)

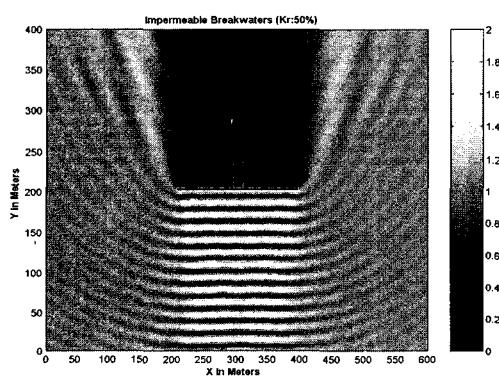


Fig. 22 Distribution of the normalized wave height around impermeable breakwaters

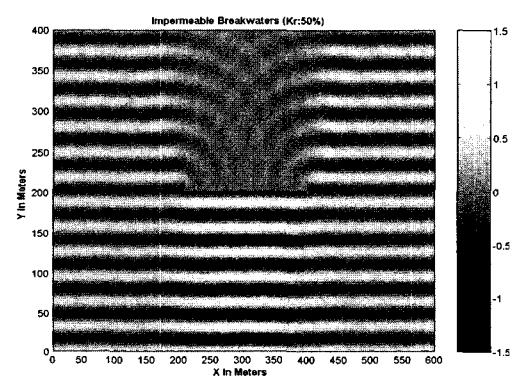


Fig. 23 Distribution of the normalized surface elevation around impermeable breakwaters at 20T

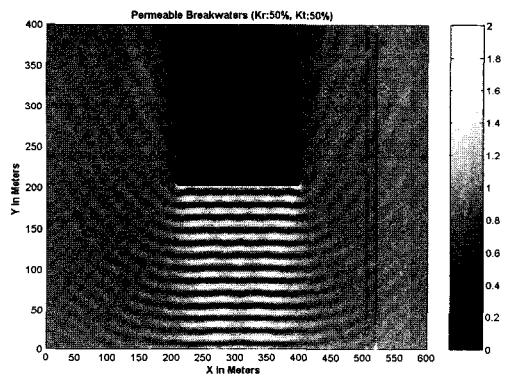


Fig. 24 Distribution of the normalized wave height around permeable breakwaters

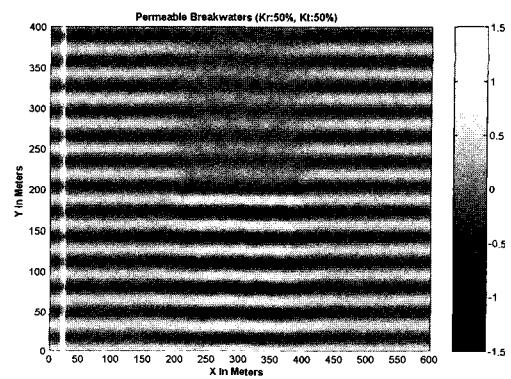


Fig. 25 Distribution of the normalized surface elevation around permeable breakwaters at 20T