

마이크로 믹서에서 와도 지수와 혼합 지수의 관계 (비용해성 물질)

맹주성[†] · 김범중^{*} · 조일대^{*}

The Relation between Vortex Index and Mixing Index in Micromixer. (Insoluble Solution)

Joo-sung Maeng[†], Bum-joong Kim^{*}, Il-dae Cho^{*}

Key Words : Micromixer(마이크로 믹서), Vortex index(와도 지수), Mixing index(혼합 지수), Chaotic advection(혼돈류), Concentration equation (농도 방정식)

Abstract

“Mixing Index(D_1)” is generally used to measure the degree of mixing. A new method to calculate D_1 was proposed, when insoluble solution flows in micromixer. “Vortex Index (Ω_1)” which indicate the degree of chaotic advection, is defined and formulated. A lots of arbitrary shaped microchannels were tested to calculate the D_1 and Ω_1 . And then a simple algebraic equation, $D_1 = A\Omega_1 + B$, was obtained. This equation may be used instead of partial differential equation, concentration equation.

1. 서 론

생화학분석, 의약품 수송, 생체학 등의 분야에서 사용하는 대부분의 미세유동 시스템에서 중요한 문제중의 하나는 어떻게 빠른 시간 내에 물질을 혼합시키는가? 하는 것이다. 수동형 믹서의 경우, 혼합되는 구조가 오로지 분자의 확산현상에 의한 것이어서 미소 규모라는 특징에 비해 너무 느리게 진행되어 혼합 정도에 많은 의문을 갖게 한다. 그래서 일반적으로 유동에 혼돈류를 발생시켜 혼합 효과를 강화한다.⁽¹⁾

혼돈류는 흐르는 다상의 물질이 접하는 면을 다양한 형태로 변화시키고 이 결과는 유체와 유체의 경계면을 증가시킬 수 있게 되어 확산 시간을 보다 크게 할 수 있을 뿐 아니라 속도 등 물리량의

구배를 변화시켜 보다 더 빠른 혼합을 유도하게 된다. 혼합의 정도를 알려주는 지표로는 보통 혼합지수를 사용한다. 이 지수는 측정하고자 하는 단면에서 그 단면의 평균농도 또는 최대농도로부터 수치 계산되는 각 점의 농도가 얼마나 편차를 가지고 있는지를 계산하는 것이다. 이때 농도는 질량수송방정식이나 농도방정식인 편미분 방정식으로부터 계산된다.

본 연구는 비용해성 물질의 혼합에서 혼합지수를 얻기 위하여 편미분 방정식을 계산하는 복잡한 과정을 거치는 기존의 방법보다는 운동량방정식으로부터 혼돈류를 정량화하여 이 값과 혼합지수의 상관관계를 규명한 것이다. 이 관계로부터 얻어지는 수식은 간단한 대수방정식임을 알게 되었고 ‘와도 지수’라는 용어를 새로이 정의하였다. 이 결과는 편미분 방정식을 수치해석하는 번거로운 과정을 생략하게 해주어 매우 경제적이고 간편할 뿐만 아니라 기존의 학술적 접근 방법의 틀을 깨뜨리고 새로운 방법을 제시 한다는데 중요성이 있다.

[†] 회원, 책임저자, 한양대학교 기계공학부

E-mail : jsmaeng@hanyang.ac.kr

TEL : (02)401-1014 FAX : (02)2281-8201

^{*} 한양대학교 대학원 기계공학과

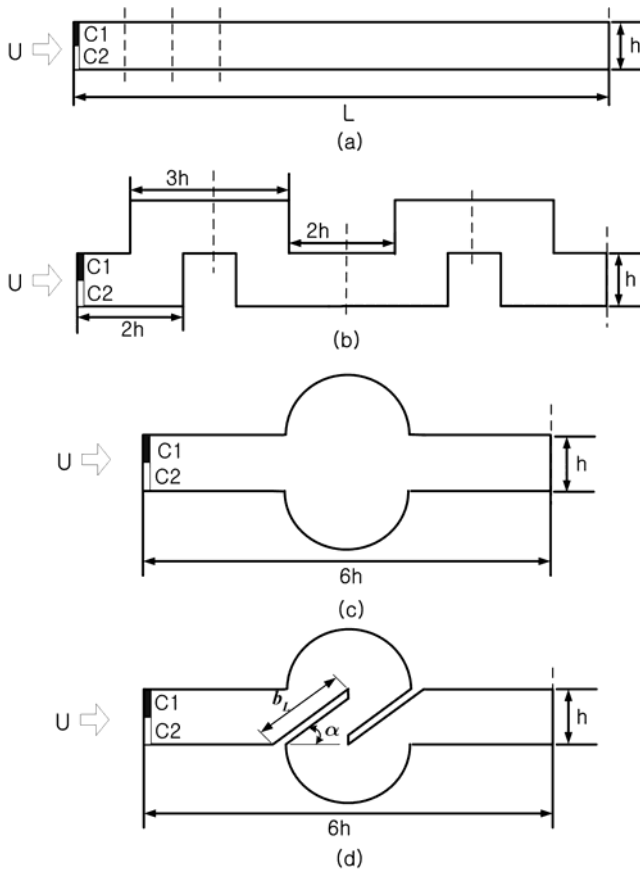


Fig. 1 Schematic view of model geometries for micromixer ;
 (a) model 1, (b) model 2, (c) model 3, (d) model 4

2. 유동장 계산

2.1 유동모델

유동장을 혼돈류로 만들기 위하여 다음과 같은 4 가지의 모델을 임의로 선정하였다.(Fig.1)

- a) Model 1 : 직선형 미소채널
(straight microchannel)
- b) Model 2 : 사각형 미소채널
(square wave microchannel)
- c) Model 3 : 단면변화형 미소채널
(cross section changed microchannel)
- d) Model 4 : 외팔보형 미소채널
(cantilever type microchannel)

Model 1 은 순수히 확산에 의한 혼합이 이루어는 것으로 다른 Model 들의 계산 값을 비교하기 위한 기본으로 하였다. Model 4 는 외팔보의 각과 길이를 변화시켜가면서 수많은 정보를 제공할 수 있도록 하였다.

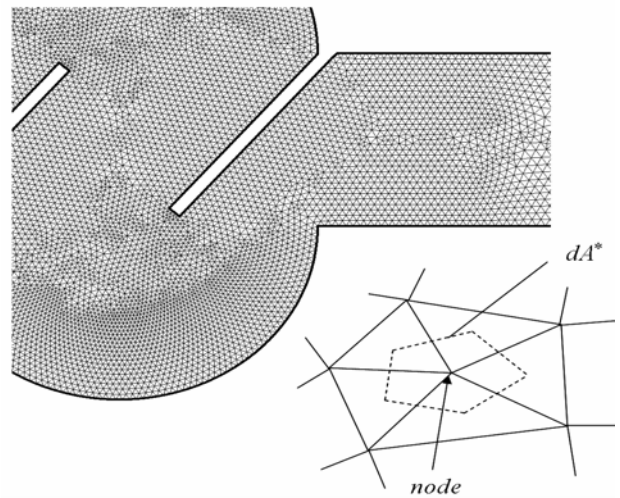


Fig. 2 Unstructured grid for the static mixer

2.2 지배방정식

비용해성 물질의 혼합에서 풀어야 할 방정식은

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{V} \cdot \nabla \vec{V} + \nabla p = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{V} \quad (\text{Re} = \frac{Uh}{\nu}) \quad (2)$$

$$\vec{V} \cdot \nabla C = \frac{1}{\text{Pe}} \nabla^2 C \quad (\text{Pe} = \frac{Uh}{D}) \quad (3)$$

이며, 경계조건은

$$\text{채널 입구} : U = \text{일정}, \frac{C_1}{C_2} = 0.5 \quad (4)$$

$$\text{채널 벽면} : \vec{V} = 0, \frac{\partial C}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

$$\text{채널 출구} : \frac{\partial U}{\partial x} = 0, \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

여기서 C 는 농도, D 는 확산계수, U 는 유입속도 그리고 h 는 채널의 폭을 나타낸다. C₁ 과 C₂ 는 입구에 유입되는 두 물질의 농도로써 계산을 위하여 C₁ = 0.5 로 임의의 값을 택하였다. C₂

2.3 와도 지수와 혼합 지수

식(2)로부터 혼돈류 효과를 정량화하기 위하여 다음과 같은 새로운 수식을 제시하고

$$\Omega_l = \int_A \left| \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{du}{dy} \right| dA \quad (7)$$

이 수식을 ‘와도 지수’라 명명하였다. 여기서 A 는 채널 입구로부터 혼합 정도를 알고자 하는 단면까지의 면적을 의미한다.

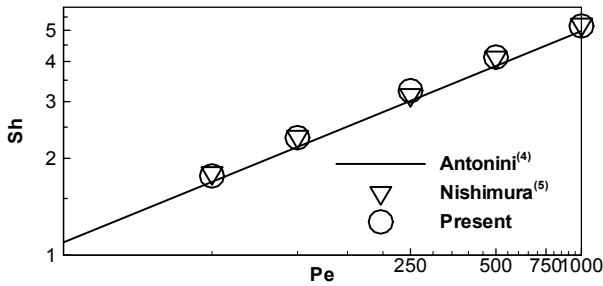


Fig. 3 Comparison with present and other sherwood number for cavity flow.

Fig. 2 는 식(7)의 적분 면적을 보여주기 위한 것으로 dA 에 관한 상세한 설명은 참고문헌(2,3)을 참조하기 바란다.

‘혼합지수’는 Liu 등⁽¹⁾이 제시한 식을 사용하였다.

$$D_I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (C_i^* - C_{max}^*)^2} \quad (8)$$

$$C_i^* = \frac{C_i}{C_1}, \quad C_{max}^* = \frac{C_{max}}{C_1}$$

2.4 수치해석

유동장 해석을 위한 수치해석 기법은 참고문헌 (2,3)에 제시한 것을 활용하였고, 본 논문에서는 상세한 설명은 생략하기로 한다. 한편 농도방정식 해법에 대한 정밀도 검증은 Fig. 3 에 나타내었다. 직선은 Antonini 의 실험값을 이용한 준 이론적 수식의 결과이고 삼각형은 Nishimura 의 수치해석값을 표시한 것이다. 본 논문의 결과와 매우 잘 일치하고 있다.

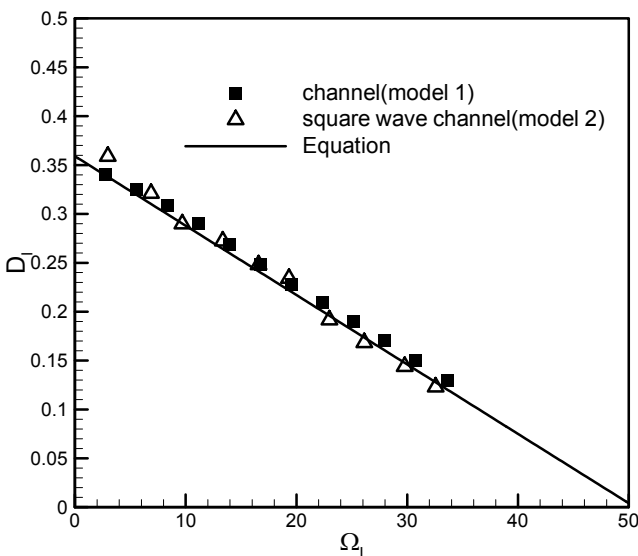


Fig. 4 The relation of vortex index and mixing index (Re.=10, Pe.=250)

Table 1 The values of vortex index and mixing index for various lengths and angles of the cantilever beam in static mixer(model 4)

length of the cantilever beam(b_L)	angle of the cantilever beam(α)[degree]	Ω_1	D_I
0.4	40	18.55918	0.22496
0.4	50	19.01824	0.22261
0.4	60	19.46193	0.21971
0.8	40	21.88819	0.19681
0.8	50	23.19898	0.18685
0.8	60	25.08323	0.17287
1.2	40	28.65557	0.14894
1.2	50	29.00586	0.14769
1.2	60	31.69869	0.12152
1.4	40	32.24972	0.12634
1.4	50	31.95112	0.12846
1.4	60	34.85075	0.10178
1.6	40	35.76244007	1.03E-01
1.6	50	35.02692147	1.12E-01
1.6	60	38.42278344	8.44E-02
1.8	40	39.53062729	8.47E-02
1.8	50	38.56265386	9.33E-02
1.8	60	42.93892504	6.63E-02

Ω_1 와 D_I 의 관계를 고찰하기 위하여 우선적으로 model 1 과 model 2 의 유동장 해석을 수행하였다. 그리고 Fig. 1 에 점선으로 표시한 바와 같이 여러 단면에서 Ω_1 는 식(2)인 운동량 방정식으로부터 계산하고, D_I 는 식(3)인 농도방정식으로부터 계산된 C 를 식(8)에 적용하여 그 값들을 Fig. 4 에 나타내었다.

그림에서 보는 바와 같이 Ω_1 와 D_I 는 선형적인

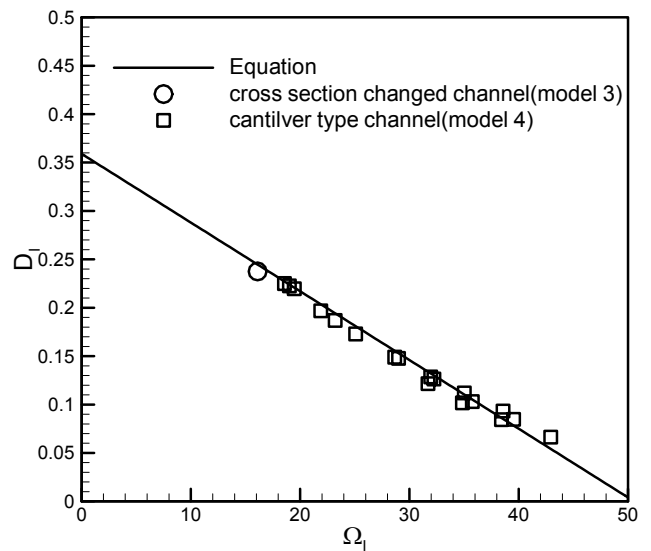


Fig. 5 Verification for the relation of vortex index and mixing index (Re.=10, Pe.=250)

관계가 있음을 알 수 있으며 $Re=10$, $Pe=250$ 에서 계산된 두 지수 사이의 관계식이

$$D_l = -0.007e^{0.65n}\Omega_l + 0.354 \quad (9)$$

라는 대수방정식으로 표시될 수 있었다. 여기에서는 $n=1$ 이다. n 에 관하여는 입구 조건에 관련된 내용으로 추후 연구에서 상세히 밝히기로 한다

위의 결과에 대한 보다 일반성을 관찰하기 위하여 Model 3 와 다양한 외팔보각을 갖는 Model 4 의 출구 단면에 식(9)를 적용시키고 편미분 방정식으로부터 계산된 결과와 비교하였다. 외팔보각과 길이의 변화는 Table 1 에 나타내었다.

Fig. 5 는 Model 3 과 Model 4 에서 식(9)의 결과와 편미분 방정식들의 해를 비교한 것으로 잘 일치하고 있음을 보여준다. 따라서 임의의 형상을 갖는 경우에도 ‘와도 지수’와 ‘혼합 지수’는 선형적인 관계를 갖는다는 사실을 알 수 있다.

다만 초기에 유동물질들의 농도 비에 따라 그리고 Re . 수 및 Pe . 수의 변화에 따라 대수방정식의 계수가 변할 수 있다. 이에 대한 연구는 추후에 진행될 것이다.

3. 결 론

위의 연구로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. “와도 지수”와 “혼합 지수”는 선형적인 관계에 있다. 즉

$$D_l = A\Omega_l + B$$

2. 주어진 조건에 따라 계수 A 와 B 가 결정될 것이며 편미분방정식인 농도방정식 대신에 선형적인 대수방정식을 사용할 수가 있다.

3. 미소유동공학에서 혼합도를 알아내기 위한 학술적 접근방법으로 “와도 지수”를 이용하는 새로운 방법을 개척하였다.

참고문헌

(1) Liu, R. H., Mark, A. S., Kendra, V. S., Michael, G. O., Juan, G. S. and Ronald, J. A., 2000, “Passive

Mixing in a Three-Dimensional Serpentine Microchannel,” *J. MEMS.*, Vol. 9, No. 2, pp. 190-197.

(2) Choi, H., Lee, D. and Maeng, J., 2002, “Unstructured Pressure Based Method for All Speed Flows,” *KSME Journal B*, Vol. 26, No. 11, pp. 1521-1530.

(3) Choi, H., Lee, D., Maeng, J., 2003, “A Node-centered Pressure-based for All Speed Flows on Unstructured Grid,” *Numerical Heat Transfer. Part B*, Vol. 44, No. 2, pp. 165~185

(4) Antonini, G., Gelus, M., Guiffant, G. and Zoulalian, A., 1981, “Caracteristiques des transferts simultanes de masse et de quantite de mounement dans des ecoulements de recirculation force,” *Int. J. Heat Mass transfer*, Vol. 24, No. 8, pp. 1313~1323.

(5) Nishmura, T. and Kunitsugu, K., 1997, “Fluid mixing and mass transfer in two-dimensional cavities with time-periodic lid velocity,” *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 18, No. 5, pp. 497~506.