

# Helmholtz 공명기 내부를 전파하는 비정상 충격파의 수치해석

이영기<sup>†</sup> · 권용훈\* · 신현동\*\* · 김희동\*\*\* · 青木俊之\*

## Numerical Simulations of an Unsteady Shock Wave Propagating into a Helmholtz Resonator

Y.-K. LEE, Y.-H. KWEON, H.-D. SHIN, H.-D. KIM and T. AOKI

**Key Words :** Compressible Flow(압축성 유동), Helmholtz Resonator(헬름홀츠 공명기), Shock wave(충격파), Shock Wave Focusing (충격파 포커싱), Unsteady Flow(비정상 유동)

### Abstract

When a shock wave propagates into a Helmholtz resonator, very complicated wave phenomena are formed both inside and outside the resonator tube. Shock wave reflection, shock focusing phenomena and shock-vortex interactions cause strong pressure fluctuations inside the resonator, consequently leading to powerful sound emission. In the present study, the wave phenomena inside and outside the Helmholtz resonator are, in detail, investigated with a help of CFD. The Mach number of the incident shock wave is varied below 2.0 and several types of resonators are tested to investigate the influence of resonator geometry on the wave phenomena. A TVD scheme is employed to solve the axisymmetric, compressible, Euler equations. The results obtained show that the configuration of the Helmholtz resonator significantly affects the peak pressure of shock wave focusing, its location, the amplitude of the discharged wave and resonance frequency.

### 1. 서 론

공명기(resonator)에 관한 음향학적 특성이 1860년 Helmholtz<sup>(1)</sup>에 의해서 최초로 이론적으로 해석된 후, 1945년 Rayleigh<sup>(2-3)</sup>에 의해서 헬름홀츠 공명기(Helmholtz resonator)에 관한 이론이 완성되었다. 음향학 등에서는 공동(cavity)에 작은 홀(hole)이나 관(tube)과 같은 연결부를 가진 형태의 헬름홀츠 공명기가 주로 이용된다<sup>(4)</sup>. 공명기 내부로 입사하는 음파의 파장이 공명기의 스케일에 비해 길 때, 공명기 입구의 기체는 공명기 내부의 기체를 압축, 팽창시키면서 이동하므로, 공명기 내부에는

스프링과 같은 진동계가 형성된다. 이로 인해서, 공명기 내부의 기체는 공진주파수(resonance frequency)에 대해서 격렬하게 진동한다<sup>(5-6)</sup>.

또한, 파장이 매우 짧은 충격파가 헬름홀츠 공명기 내부를 전파할 때 발생하는 파동현상은 충격파 역학의 기초적인 연구<sup>(7)</sup>뿐만 아니라, 음향학적 관점에서 매우 중요한 연구과제이다. 충격파가 헬름홀츠 공명기 내부를 전파할 때, 공명기의 내·외부에서는 복잡한 파동현상이 발생한다. 충격파 반사<sup>(8)</sup>, 충격파 포커싱<sup>(9)</sup>과 충격파/와류의 간섭<sup>(10)</sup> 등은 공명기 내부에서 강한 압력변동을 야기하며, 이로 인해서 공명기 외부로 강한 음파가 방출된다. 공명기 외부로 방출되는 펄스파는 공명기의 진동 문제뿐만 아니라, 심각한 소음의 원인이 된다.

공명기 내부를 전파하는 충격파에 관한 종래의 연구로써, 1997년에 Matsuura 등<sup>(11)</sup>은 헬름홀츠 공명기 내부를 전파하는 충격파의 거동에 관한 실험적 연구를 수행하였다. 그러나, 그들의 연구는 특정한 전파 마하수를 갖는 충격파에 한정된 것이며, 현재까지 헬름홀츠 공명기 내부의 충격파 전파특성에 관한 연구는 매우 미흡한 실정이다. 따라서, 공명기 내부를 전파하는 충격파의 유동장을 명확

<sup>†</sup> 안동대학교 기계공학부  
E-mail : kimhd@andong.ac.kr  
TEL : (054)820-5622 FAX : (054)823-5495

\* 일본 큐슈대학 총합이공학 연구과

\*\* 안동대학교 기계공학부 대학원

\*\*\* 안동대학교 기계공학부

히 이해하기 위해서는 체계적인 연구가 필요하다.

본 연구에서는 TVD 법<sup>(12)</sup>을 이용한 수치해석을 통하여 헬름홀쯔 공명기 내부를 전파하는 충격파의 전파특성을 상세하게 조사하였으며, 수치계산에서 얻어진 결과를 이용하여 유동장을 가시화하였다. 본 연구에서 얻어진 수치해석 결과들은 종래의 유용한 실험결과<sup>(9,11)</sup>와 비교하였다.

### 2. 수치해석 방법

본 연구에서는 2 차원 비정상 압축성 Euler 유동 방정식에 Yee-Roe-Davis 의 TVD 법<sup>(12)</sup>을 적용하여 헬름홀쯔 공명기 내부를 전파하는 충격파의 전파특성을 해석하였다. Fig.1 은 수치계산에 적용된 계산영역, 경계조건 및 초기조건을 나타낸다. 계산영역은 헬름홀쯔 공명기의 내부영역과 외부영역으로 구성되었으며, 중심축을 기준으로 상하대칭이므로 상반부에 대해서만 계산을 수행하였다. 경계조건으로는 헬름홀쯔 공명기의 상류경계에 유입/유출 조건, 공명기의 내·외부 벽면에 slip-wall 조건, 중심축에 대해서는 축대칭 조건을 적용하였다.

초기조건으로는 헬름홀쯔 공명기 입구를  $x/D=0$  로 가정하여, 마하수  $M_s$  를 갖는 초기 충격파가  $x/D=-1.0$  의 위치에서 헬름홀쯔 공명기를 향하여 전파하도록 설정하였다. Fig.1 에서  $p_1$  은 대기압,  $p_2$  는 초기 충격파 후방의 압력을 나타낸다. 본 수치계산에서 초기 충격파의 마하수  $M_s$  는 1.1 에서 2.0 까지 변화시켰으며, 헬름홀쯔 공명기 입구관의 높이  $H$  는  $0.1D \sim 1.6D$  의 범위에서 수치계산을 수행하였다. 공명기 입구관의 길이  $L$  은  $0.23D$  로 고정하였다. 또한, 지름  $D$  의 반원형 반사판(half circular reflector)에 대해서도 수치해석을 수행하였다.

### 3. 결과 및 고찰

Fig.2 는 헬름홀쯔 공명기 내부를 전파하는 충격파의 전파형태를 나타낸 것이다. 왼쪽의 슐리엔(Schlieren) 사진은 Matsuura 등<sup>(11)</sup>의 실험결과를 나타내며, 오른쪽의 슐리엔 이미지는 본 수치계산 결과를 나타낸다. 무차원 시간  $t'$  은 초기 충격파가 헬름홀쯔 공명기의 입구에 도달하는 순간부터의 시간을 의미한다.  $t'=0.18$  일 때, 헬름홀쯔 공명기의 입구에 도달한 초기 충격파의 일부는 공명기의 입구관을 통해서 공명기 내부로 입사한다. 나머지 충격파는 공명기 입구의 외부 벽에 반사된 후 다시 상류방향으로 전파되며, 공명기 입구의 모서리에서는 와류 및 충격파의 회절현상이 관찰된다. 시간이 경과함에 따라, 공명기 내부를 전파하는 충격파는 공명기 입구관의 모서리에서 발생한 팽창파의 영향으로 수직충격파에서 둥근 형태로 변화하며, 공명기의 내부 벽에서는 반사 충격파가 발생한다.

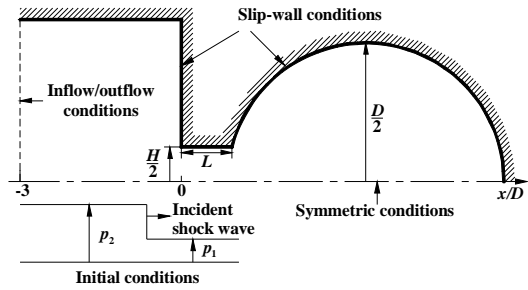


Fig. 1 Computational domain and boundary conditions

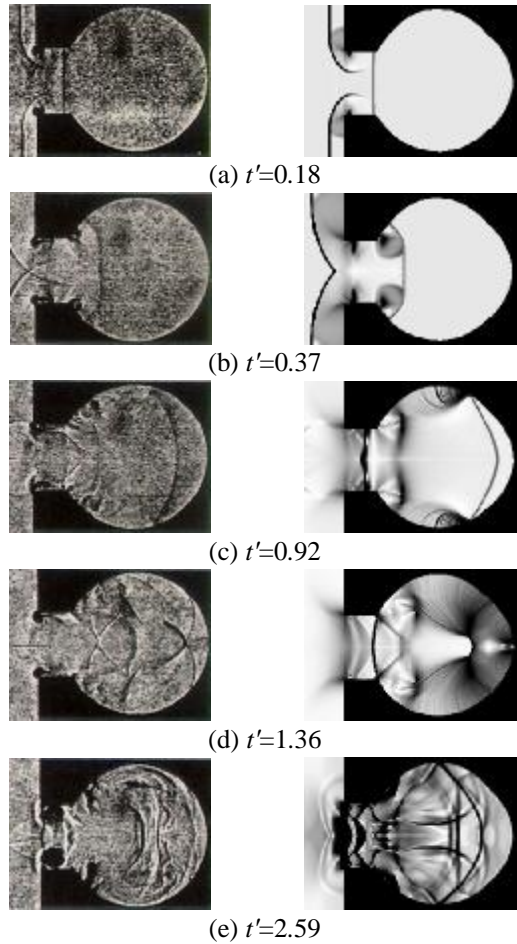
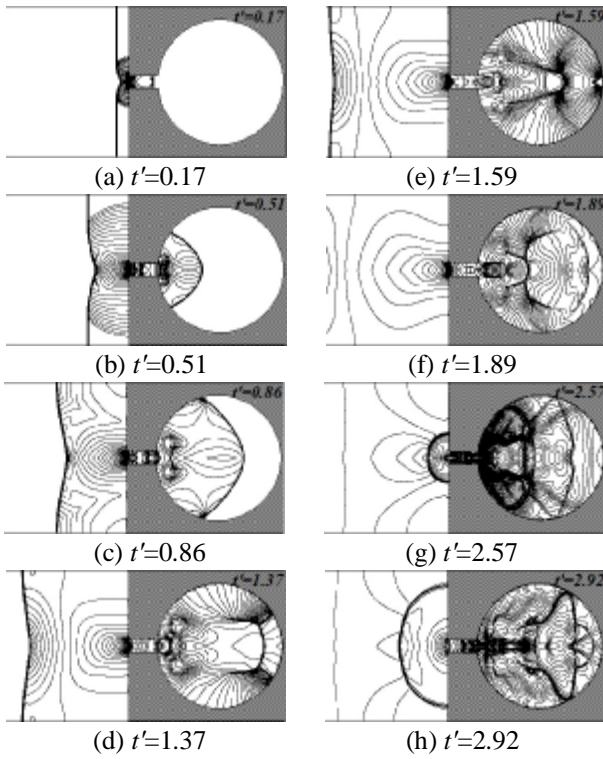


Fig. 2 Experimental and computed Schlieren images ( $H/D=0.46, M_s=1.7$ )

$t'=1.36$  의 경우, 헬름홀쯔 공명기의 정점에서 반사된 충격파는 공명기 입구를 향해서 전파하며, 2 개의 삼중점(triple point)이 중심축에서 교차할 때 충격파 포커싱이 발생한다. 이러한 충격파 포커싱에 의해서 국소영역에서 순간적으로 급격한 압력 상승이 발생한다.  $t'=2.59$  일 때, 공명기 내부를 전파하는 충격파는 공명기 입구관을 통해서 외부로 방출되며, 공명기 내부에서는 충격파/와류의 간섭, 충격파의 반사/굴절로 복잡한 유동장이 형성된다. 본 수치계산은 실험<sup>(11)</sup>으로부터 얻은 헬름홀쯔 공명기 내부의 유동장을 잘 예측한다.

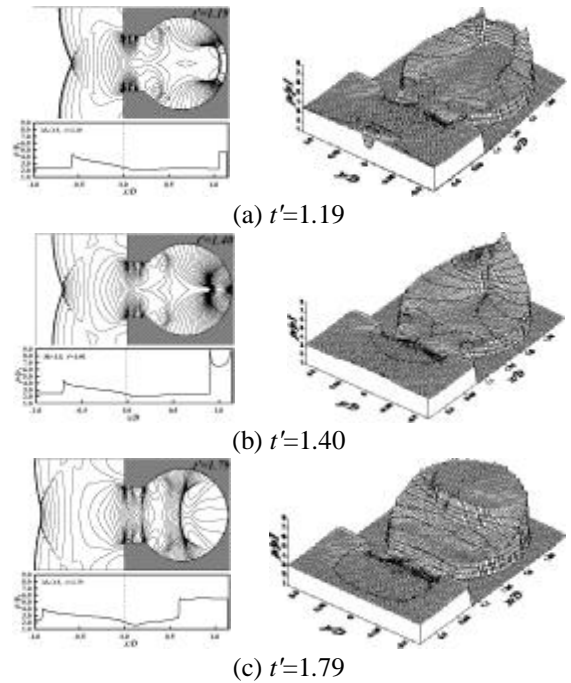


**Fig. 3** Computed iso-pressure contours ( $H/D=0.1, M_s=1.7$ )

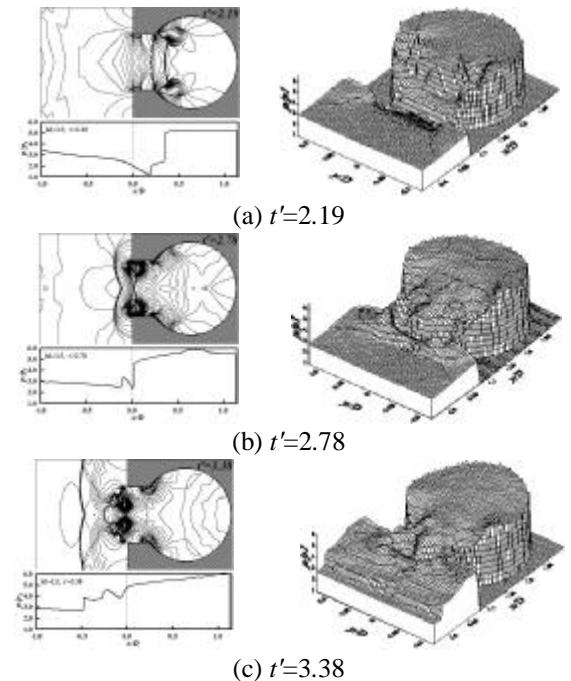
Fig.3 은  $H/D=0.1, M_s=1.7$  인 경우, 시간의 경과에 따른 헬름홀츠 공명기 내부에서 유동장의 변화를 나타낸 것이다.  $t'=0.51$  인 경우, Fig.2 의 공명기 입구관에 비해서 입구관의 높이가 낮기 때문에 충격파는 보다 많이 회절하며, 이로 인해서 공명기 내부를 전파하는 충격파의 강도는 약해진다.  $t'=0.86$  일 때, 전파하는 충격파와 입구관의 모서리에서 발생한 팽창파 영역에서 압력차이로 인한 2 차 충격파(secondary shock wave)<sup>(7)</sup>가 발생하며, 이것은 두 개의 와류를 연결한다.  $t'=1.59$  일 때 충격파 포커싱이 발생하며, 공명기 내부에는 복잡한 유동장이 형성된다. 시간이 경과하여,  $t'=2.57$  일 때 공명기 내부의 충격파는 공명기 입구관을 통하여 외부로 방출된다.

Fig.4 는  $H/D=0.6, M_s=1.5$  인 경우, 충격파 포커싱 전후의 유동장을 나타낸다. 왼쪽 그림은 유동장의 등압력 선도이며, 오른쪽 그림은 등압력 선도를 바탕으로 만들어진 조감도를 나타낸다. Fig.4(b)의  $t'=1.40$  일 때 충격파 포커싱이 발생하며, 조감도에 나타나 있듯이 국소적으로 급격한 압력상승이 발생한다. 시간이 경과할 때, 충격파 포커싱에 의해서 발생한 상승압력은 점점 감소한다.

Fig.5 는  $H/D=0.6, M_s=1.5$  인 경우, 공명기 내부의 충격파가 공명기 입구관을 통하여 외부로 방출되는 순간의 유동장을 나타낸다.  $t'=2.78$  일 때 충격파는 공명기로부터 방출되어 펄스파 형태로 상류 방향으로 전파하며, 조감도에서 움푹한 부분은 공명기 입구의 모서리에서 발생한 와류를 나타낸다.



**Fig. 4** Iso-pressure contours before and after shock wave focusing ( $H/D=0.6, M_s=1.5$ )



**Fig. 5** Impulse wave discharged from a Helmholtz resonator ( $H/D=0.6, M_s=1.5$ )

충격파가 공명기로부터 방출될 때, 공명기 내부에는 충격파/와류의 간섭 및 충격파의 반사/회절 등의 영향으로 인한 높은 압력의 유동장이 존재한다.

Fig.6 은  $H/D=0.46, M_s=1.7$  인 경우, 헬름홀츠 공명기의 입구와 기체역학적 포커싱의 위치에서 시간의 경과에 따른 압력변화를 나타낸다. 그림에서 A 지점은 헬름홀츠 공명기의 입구, B 지점은 기체

역학적 포커스의 위치, C 지점은 헬름홀츠 공명기의 정점을 나타낸다.  $x_{gas}$  는 공명기의 정점에서 기체역학적 포커스의 위치까지 거리를 의미한다. 초기 충격파가 A 지점에 도달하는 순간, 압력은 급격히 상승( $p_2/p_1$ )한 후에 일정하게 유지된다. 공명기 입구관의 모서리에서 굴절된 충격파가 A 지점에 도달할 때 (Fig.2b), 압력은 다시 상승하며, 그 이후에 팽창파의 영향으로 서서히 감소한다. 무차원 시간  $t \approx 2.40$  일 때, A 지점의 압력은 공명기 내부에서 방출되는 펄스파에 의해서 상승( $p_d/p_1$ )하며, 시간이 경과함에 따라 공명기 내부의 강한 유동이 외부로 방출된다. 한편 B 지점의 경우, 공명기 내부를 전파하는 충격파가 B 지점에 도달하는 순간 압력상승( $p_h/p_1$ )이 발생한다.  $t=1.36$  일 때, B 지점의 압력은 충격파 포커싱에 의해 급격히 상승( $p_{max, f}/p_1$ )한다. 그림에서  $t_f$  와  $t_d$  는 각각 초기 충격파가 공명기 입구관에 도달하는 순간부터 충격파 포커싱이 발생할 때까지의 시간, 공명기 내부에서 외부로 초기 펄스파가 방출되는 시간을 의미한다.

Fig.7 은 충격파 포커싱에 의해 발생하는 최대 압력값에 미치는  $M_s$  와  $H/D$  의 영향을 나타낸다.  $H/D=0.1$  인 경우,  $M_s$  가 증가할수록 충격파 포커싱에 의한 최대 압력값  $p_{max, f}/p_1$  은 증가한다. 이러한 경향은 모든  $H/D$  에 대해서 유사하게 나타난다. 일정한  $M_s$  에 대해서  $H/D$  값이 증가할수록, 즉 헬름홀츠 공명기의 입구관의 높이가 커질수록 최대 압력값  $p_{max, f}/p_1$  은 증가한다.  $H/D$  를 갖는 헬름홀츠 공명기와 반원형 반사판을 비교해 보면, 반원형 반사판의 최대 압력값  $p_{max, f}/p_1$  가 더 크다.

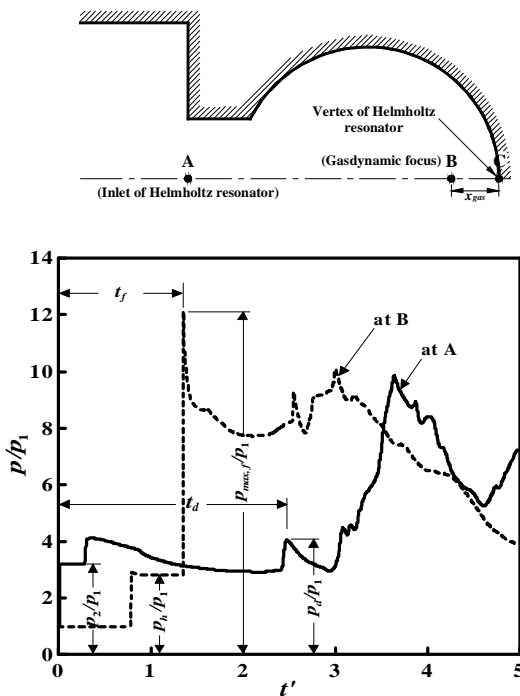


Fig. 6 Pressure-time histories ( $H/D=0.46, M_s=1.7$ )

Fig.8 은 공명기 내부를 전파하는 충격파의 강도 ( $p_h$ )와 충격파 포커싱에 의한 최대 압력값( $p_{max}$ )의 관계를 나타낸 것이다. 횡축에는 헬름홀츠 공명기 입구관의 높이  $H/D$ , 종축에는 충격파 강도  $p_h$  (Fig.6 참조)로 무차원한 충격파 포커싱의 최대 피크압력  $(p_{max}-p_h)/p_h$  를 나타낸다. 동일한  $M_s$  에 대해서,  $H/D$  가 증가할 때 무차원 최대 피크압력은 증가하다가  $H/D=3.0$  이후에는 거의 일정한 값을 갖는다. 동일한  $H/D$  의 경우,  $(p_{max}-p_h)/p_h$  의 값은  $M_s$  가 증가할수록 증가한다.

Fig.9 는 초기 충격파( $p_2$ )와 헬름홀츠 공명기 내부를 전파하는 충격파( $p_h$ )의 관계를 나타낸다. 동일한  $H/D$  에 대해서,  $M_s$  가 증가할수록  $p_h/p_2$  의 값은 감소한다. 동일한  $M_s$  의 경우,  $H/D$  가 커질수록  $p_h/p_2$  는 증가한다. 이것은  $H/D$  가 작을수록 헬름홀츠 공명기 내부로 입사하는 초기 충격파는 더 많이 회절하며, 이로 인해서 공명기 하류로 전파하는 충격파의 강도가 상대적으로 약하기 때문이다.

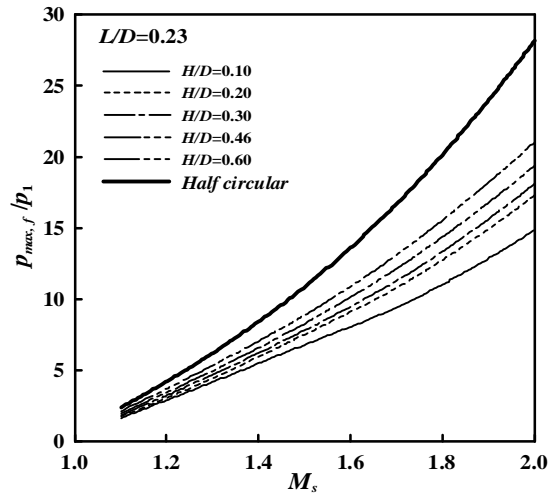


Fig. 7 Maximum peak pressure versus  $M_s$

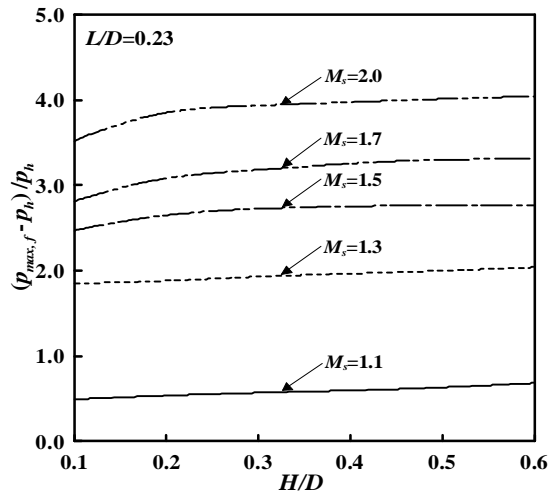


Fig. 8 Maximum peak pressure versus  $H/D$

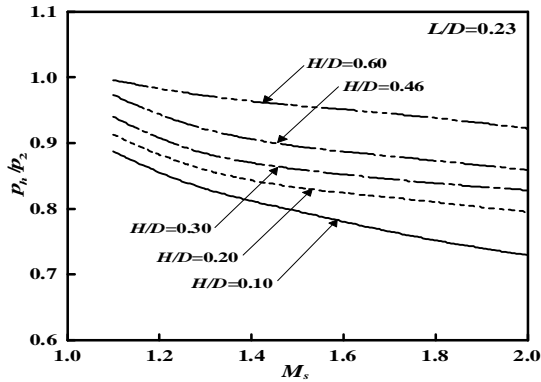


Fig. 9 Strength of a shock wave propagating into a Helmholtz resonator

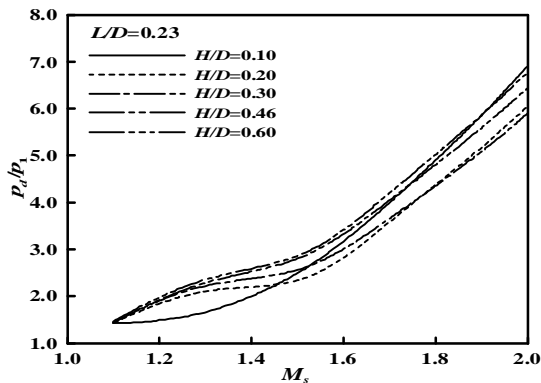


Fig. 10 Peak pressure of an impulse wave discharged from a Helmholtz resonator

Fig.10 은 헬름홀츠 공명기의 외부로 방출되는 펄스파의 피크 압력값 (Fig.6 의  $p_d/p_1$ )을 나타낸다.  $H/D=0.1$  인 경우,  $M_s$ 가 증가할 때  $p_d/p_1$ 의 값은 단조롭게 증가한다.  $H/D>0.1$  인 경우,  $M_s$ 가 증가할 때  $p_d/p_1$ 의 값은  $M_s$ ≈약 1.5에서 변곡점을 가진 후, 다시 증가하는 경향을 나타낸다.  $H/D$ 가 클수록 펄스파의 피크 압력값은 증가한다.

Fig.11 은 헬름홀츠 공명기의 형상이 공진주파수에 미치는 영향을 나타낸다. 헬름홀츠 공명기의 공진주파수는 다음과 같이 산출될 수 있다. 먼저, 음의 질량(acoustic mass)은

$$m = rL / HW \quad (1)$$

으로 주어진다. 식(1)에서  $\rho$  는 공명기 내부 기체의 밀도,  $L$  은 공명기 입구관의 길이,  $H$  는 입구관의 높이,  $W$  는 입구관의 폭을 나타낸다. 본 연구에서는 Matsuura 등<sup>(11)</sup>의 실험결과와 비교를 위하여  $W=2.3D$  로 가정하였다.

$$C = V / ra^2 \quad (2)$$

식(2)는 음향 컴플라이언스(acoustic compliance)를 나타내며, 식에서  $V$  는 공명기의 체적,  $a$  는 음속을 나타낸다.

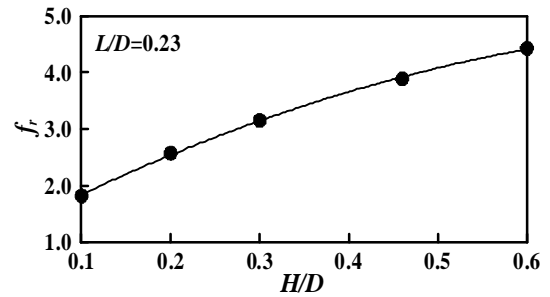


Fig. 11 Resonance frequency of a Helmholtz resonator

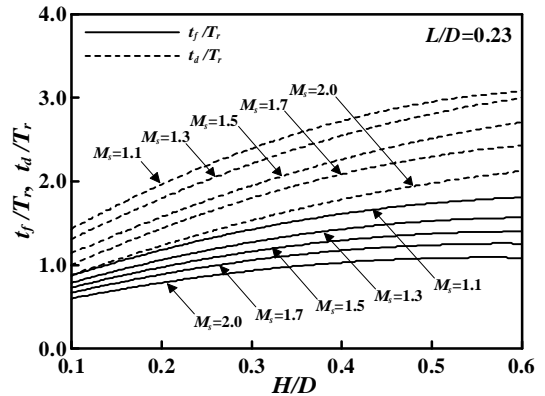


Fig. 12 Shock focusing time and shock discharging time

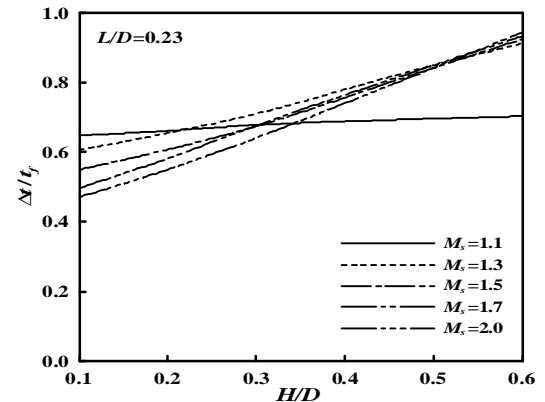


Fig. 13 Relationship between shock focusing time and shock discharging time

$$T_r = 2p\sqrt{mC} \quad (3)$$

$$f_r = 1/T_r \quad (4)$$

식(3)과 (4)는 각각 공진주기(resonance period)와 공진주파수를 나타내며, 식(4)에 식(1) ~ (3)을 대입하여 공진주파수를 산출한다. Fig.11 에 나타내 있듯이,  $H/D$ 가 증가할수록 공진주파수  $f_r$ 은 증가한다.

Fig.12 는 충격파 포커싱 시간( $t_f$ )과 공명기로부터 충격파의 초기 방출시간( $t_d$ )을 나타낸다.  $t_f$ 와  $t_d$ 는 공명기의 공진주기  $T_r$ 로 무차원화하였다. 동일한  $M_s$ 의 경우,  $t_f$ 와  $t_d$ 는  $H/D$ 의 증가와 더불어 증가한다. 동일한  $H/D$ 의 경우,  $M_s$ 가 증가할 때  $t_f$ 와  $t_d$ 는 감소한다.  $t_f$ 와  $t_d$ 의 관계는 Fig.13 에서 나타내었다.

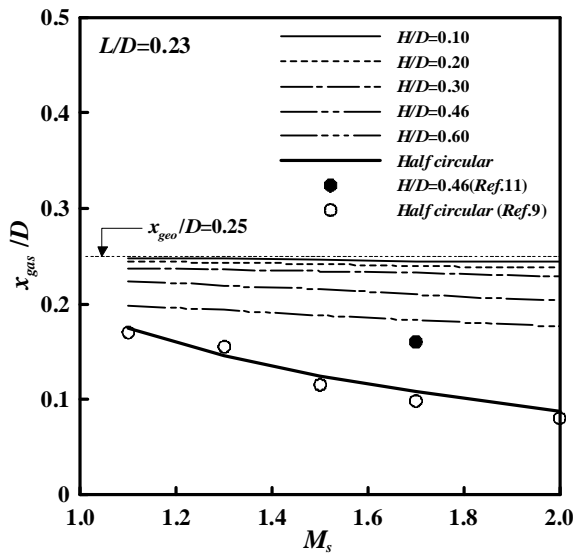


Fig. 14 Gas dynamic focus versus  $M_s$

그림의 종축에  $\Delta t$  는  $t_d - t_f$ 이며, 동일한  $M_s$ 에 대해서,  $H/D$ 가 커질수록  $\Delta t/t_f$ 의 값은 증가한다. 동일한  $H/D$ 의 경우,  $M_s$ 가 증가할수록  $\Delta t/t_f$ 의 값은 감소하며,  $\Delta t/t_f$ 에 대한  $M_s$ 의 영향은  $H/D$ 가 큰 헬름홀츠 공명기에 비해서 작은 경우에서 더 현저하게 나타난다.

Fig.14는  $H/D$ 와  $M_s$ 가 기체역학적 포커스의 위치  $x_{gas}$ 에 미치는 영향을 나타낸다. 그림에서 얇은 점선으로 나타낸  $x_{geo}/D=0.25$ 는 헬름홀츠 공명기의 형상에 의해서 결정되는 기하학적 포커스의 위치를 의미한다.  $H/D=0.10$ 인 경우,  $M_s$ 가 증가함에 따라  $x_{gas}/D$ 의 값은 약간 감소하며,  $x_{geo}/D$ 의 값과 매우 근소한 차이를 나타낸다. 동일한  $M_s$ 에 대해서,  $H/D$ 가 커질수록  $x_{gas}/D$ 의 값은 감소하며, 이것은 충격파 포커싱이 헬름홀츠 공명기의 정점으로부터 보다 가까운 지점에서 발생함을 의미한다.  $H/D=0.46$ 인 경우, 본 수치계산 결과는 Matsuura 등<sup>(11)</sup>의 실험결과와 다소 차이가 있다. 본 연구에 적용된 모든  $H/D$ 에 대한  $x_{gas}/D$ 의 값과 반원형 반사판의 경우를 비교해 볼 때, 반원형 반사판의  $x_{gas}/D$ 의 값이  $H/D$ 의 경우에 비해서 작다. 반원형 반사판의 경우, 본 수치계산 결과는 Hashiba 등<sup>(9)</sup>의 실험결과와 매우 잘 일치한다.

#### 4. 결론

- (1) 충격파 포커싱에 의해 발생하는 최대 압력값은 초기 충격파의 마하수와 헬름홀츠 공명기 입구관의 높이가 증가할수록 증가한다.
- (2) 기체역학적 포커스의 위치는 초기 충격파의 마하수와 헬름홀츠 공명기 입구관의 높이가 증가할수록 공명기의 정점으로 근접한다.
- (3) 초기 충격파가 헬름홀츠 공명기 입구관을 통

하여 공명기 내부로 입사한 후, 공명기 내부를 전파하는 충격파의 강도는 공명기 입구관의 높이에 의존한다.

- (4) 헬름홀츠 공명기의 내부에서 외부로 방출되는 초기 펄스파의 강도는 초기 충격파의 마하수와 공명기 입구관의 높이에 의존한다.
- (5) 헬름홀츠 공명기의 공진주파수는 공명기 입구관의 높이에 비례한다.

#### 후 기

이 논문은 한국과학재단 2004년도 지역대학 우수과학자 지원사업(과제번호 : R05-2003-000-10003-0)에 의해 지원되었음.

#### 참고문헌

- (1) Helmholtz, H., 1860, "Theories der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden", Crelle, 62, pp.1-72.
- (2) Reyleigh, L., 1870, "On the Theory of Resonance", Philosophical Transactions, 161, pp.77-118.
- (3) Reyleigh, L., 1945, Theory of Sound, New York : Dover Publications.
- (4) Meissner, M., 2002, "Excitation of Helmholtz Resonator by Grazing Air Flow", Journal of Sound and Vibration, 256(2), pp.382-388.
- (5) Howe, M. S., 1976, "On the Helmholtz Resonator", Journal of Sound and Vibration, 45(3), pp.427-440.
- (6) Vinokur, R., 2004, "Infrasonic sound pressure in dwellings at the Helmholtz resonance actuated by environmental noise and vibration", Applied Acoustics, 65, pp.143-151.
- (7) Sun, M. and Takayama, K., 1997, "The Formation of a Secondary Shock Wave behind a Shock Wave Diffracting at a Convex Corner", 7, pp.287-295.
- (8) Bazhenova, T. V., Fokeev, V. P. and Gvozdeva, L. G., 1976, "Regions of Various Forms of Mach Reflection and Its Transition to Regular Reflection", Acta Astronautica, 3, pp.131-140.
- (9) Hashiba, Y. and Saida, N., 1990, "Reflection of Plane Shock Wave from Concave Walls", Proc. Japan Shock Wave Symposium, pp.605-608.
- (10) Takayama, F., Ishii, Y., Sakurai, A. and Kambe, T., 1993, "Self-Intensification in Shock Wave and Vortex Interaction", Fluid Dynamics Research, 12, pp.343-348.
- (11) Matsuura, K., Funabiki, K. and Abe, T., 1997, "Behavior of an Incident Shock Wave into a Helmholtz Resonator", Proc. Japan Shock Wave Symposium, pp.75-78.
- (12) Yee, H. C., 1987, "Upwind and Symmetric Shock Capturing Schemes", NASA TM-89464.