

사각 마이크로 히터위에서의 기포의 형성 및 거동

정정열[†],곽호영^{*}

Bubble Nucleation and Behavior on Square Micro Heaters

Jung-Yeul Jung and Ho-Young Kwak

Key Words : bubble nucleation(기포 생성), micro heater(마이크로 히터), nucleation temperature(기포 생성온도), quasi-1D(준 1 차원)

Abstract

In this study, micro square heaters having dimensions of $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ and $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ were fabricated and bubble nucleation experiments on the heaters were performed. Bubble nucleation temperature was also measured using a bridge circuit and the photographs of bubble nucleation and subsequent growth were taken by a camera with a flash unit. Measured bubble nucleation temperatures were found to be closer to the superheat limit of working fluid (FC-72). Also quasi-1D analyses for the square heaters were performed. The quasi-1D analysis yielded proper temperature distribution of the square heater at steady state, however failed to predict the temperature rise up to the steady state. Similar time dependent temperature can be obtained with proper value of thermal diffusivity. For the $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ square heater, nucleation of several bubbles was observed while only one bubble was observed to be nucleated on $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ heater.

기호설명

C_p	폴리실리콘의 비열 (J/g-K)
h	FC-72의 대류열전달계수 (W/cm ² -K)
J_i	히터에 흐르는 전류밀도 (mA/ μm^2)
k_p	폴리실리콘의 열전도도 (W/cm-K)
k_s	산화실리콘의 열전도도 (W/cm-K)
L	히터의 길이 (μm)
s	산화실리콘의 두께 (μm)
T	온도 (K)
V_d	히터에 공급되는 전압 (V)
V_{ref}	회로 전체에 공급되는 전압 (V)
w	히터의 폭 (μm)
z_h	히터의 두께 (μm)

그리스체

a_p	폴리실리콘의 열확산계수 (cm ² /s)
-------	-----------------------------------

β	이차원화 계수
ρ_0	폴리실리콘의 비저항 ($\Omega\text{-cm}$)
ξ	폴리실리콘의 비저항계수 (K)

1. 서론

최근 IC 공정의 발달로 캐비티가 존재하지 않는 원자 스케일의 균일한 표면의 히터의 제작이 가능해 졌다. 이러한 마이크로 히터는 히터의 온도에 따라 저항이 변화하는 것을 이용하여 온도측정용 센서를 개발되기도 하였다⁽¹⁾. 이와같은 마이크로 히터 표면에서의 기포형성은 히터에 보내지는 적은 전류(mA)로도 큰 힘과 변위를 얻을 수 있을 뿐만 아니라 기포의 크기를 용이하게 제어할 수 있고 작동주기가 200 kHz 즉 작동시간이 5 μs 정도로 매우 짧은 것이 특징이다. 따라서 이러한 마이크로 히터의 특성을 이용하여 현재 마이크로 히터는 버블젯 프린터의 헤드에 사용되고⁽²⁾ 있을 뿐만 아니라 MEMS의 동력원⁽³⁾ 물론 Lab-On-Chip에서도 샘플을 분석하는 가스크로마토그래프의 콤포넌트로서⁽⁴⁾ 아주 중요한 역할을 하기 때문에 관심의 대상이 되고 있다.

[†] 중앙대학교 대학원

E-mail: kwakhy@cau.ac.kr

TEL: (02)820-5278, FAX: (02)826-7464

^{*} 중앙대학교 기계공학부

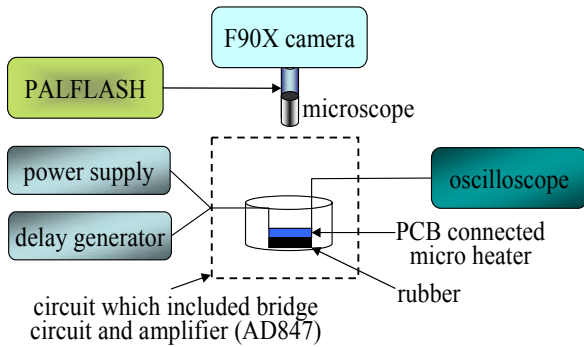


Fig. 1 Schematic for the experimental test

본 연구에서는 P-타입 실리콘 웨이퍼의 산화 실리콘 표면 위에 길이와 너비가 각각 $65\ \mu\text{m} \times 65\ \mu\text{m}$, $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$, 두께가 $0.54\ \mu\text{m}$ 의 마이크로 사각 히터를 전형적인 반도체 공정을 이용, 제작하여 히터에 보내지는 전압펄스의 폭과 강도에 따른 폴리 실리콘 히터의 온도변화와 기포형성 온도를 측정하였다. 이 실험에 사용된 실험 장치로는 사각형 전압 펄스를 보내는 지연발생기(Delay Generator [SRS DG535])를, 전압 소스로는 표준 전압 및 전류기 [Yokogawa 2553]를, 전압의 증폭 장치로는 휘트스톤 브리지 회로와 AD847 연산증폭기를 각각 사용하였다. 또한 작동유체로는 FC-72를 사용하였다.

실험결과 히터에 보내지는 전압펄스 강도에 관계없이 히터의 온도증가가 급격히 이루어 졌으며($<5\ \mu\text{s}$), 기포형성 온도는 전압펄스 강도에 따라 작동유체의 과열한계 값 (90%의 임계온도) 또는 그 이상이었다. 또한 $65 \times 65\ \mu\text{m}^2$ 히터에서는 기포가 하나만 생성되지만, $100 \times 100\ \mu\text{m}^2$ 히터에서는 Asai 가 실험에서 얻은 바와 같이⁽⁵⁾ 여러 지점에서 기포가 생성되었다.

준 1 차원적인 해석에 의한 히터의 시간에 따른 저항 변화 및 온도변화의 값은 선형히터의 경우와는 달리 정상상태에 도달하는 시간까지 실험결과와 차이가 있었지만 정상상태에서의 온도분포는 잘 예측하였다.

2. 마이크로 히터의 제작 및 실험장치

2.1 마이크로 히터의 제작

본 연구에서는 전형적인 반도체 공정으로 히터를 제작하였으며 그 공정과정은 다음과 같다. P-타입의 실리콘 웨이퍼에 절연을 위한 산화막을 TEOS (Tetra Ethyl Ortho Silicate)로 형성한다. 마이크로 히터를 형성하기 위한 폴리 실리콘(Poly-Si)을 LPCVD (Low-Pressure Chemical Vapor Deposition)을 증착하고, 전기적 성질을 향상시키기 위하여 인(phosphorus)을 도핑한다. 그리고 히터 형상의 마스크를 이용하여 히터를 제외한 나머지 폴리 실리콘

을 에칭(etching)으로 제거한다. 와이어 본딩을 위한 알루미늄(Al) 패드를 위와 같은 방법으로 증착, 에칭한다. 위의 공정이 끝나면, 히터에 동력을 전달하고 저항변화를 측정하기 위하여 알루미늄 패드와 PCB(Printed Circuit Board)에 직경 $25\ \mu\text{m}$ 의 금선(gold wire)을 와이어 본딩으로 연결한다.

2.2 실험장치

본 연구에서는 Avedisian 등⁽⁶⁾, Lee 등⁽⁷⁾, 그리고 Jung 등⁽⁸⁾이 사용한 마이크로 히터의 미세한 저항변화를 브릿지 회로(bridge circuit)와 증폭회로로 측정하고, 온도변화에 따라 저항이 변화하는 것을 보정(calibration)하여 히터에서의 온도 변화를 측정하는 방법을 사용하였다. 또한 순간적인 기포의 발생과 거동을 관찰하기 위하여 마이크로 스코프에 수동식 카메라를 연결하고, 펄스 지속시간이 $750\ \text{ns}$ 인 플래시(PALFLASH 501/2/6/9)를 광원으로 사용하였다. 히터에 공급되는 전압펄스와 플래시와의 신호 차이를 주기 위하여 지연발생기(Delay Generator [SRS DG535])를 사용하였다. 실험의 전체적인 구성은 Fig. 1과 같다.

3. 히터의 준 1 차원적인 해석

마이크로 선형 히터의 열확산 방정식⁽⁹⁾을 이용하면 히터의 온도분포를 구할 수 있으며, 이것을 적분하여 시간에 따른 히터의 평균온도를 구할 수 있다^(1,7,8,9). 하지만 사각 히터의 경우는 전류가 흐르는 방향의 수직방향으로도 온도분포가 생기기 때문에 선형히터와 같이 단순하지가 않다. 사각 히터에서의 열확산 방정식은 식(1)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha_p} \frac{\partial T}{\partial t} + \varepsilon(T - T_r) \quad (1)$$

여기서, $\alpha_p = \frac{k_p}{C_p \rho_p}$

$$\varepsilon = \frac{k_s}{k_p} \frac{1}{z_h s} + \frac{h}{k_p} \left(\frac{1}{z_h} + \frac{2}{w} \right) - \frac{J_i^2 \rho_0 \xi}{k_p}$$

$$T_r = T_\infty + \frac{J_i^2 \rho_0}{k_p \varepsilon}$$

이다. 본 연구에서는 이미 널리 알려진 선형히터에서의 해^(1,7,8)를 2 차원으로 연장한 해를 다음과 같이 놓아 사각 히터에 대한 온도분포를 구하고자 하였다.

$$\begin{aligned}
 T = T_r + \frac{4J_i^2 \rho_0}{k_p \varepsilon} \exp[-(1+\beta)\alpha_p \varepsilon t] \sum_{i=0}^{\infty} \left[\frac{1-(-1)^{2i+1}}{(2i+1)\pi} \right] \\
 \times \frac{1}{1 + \left[\frac{(2i+1)\pi}{\sqrt{\varepsilon L}} \right]^2} \sin \left[\frac{(2i+1)\pi x}{L} \right] \\
 \times \cos \left(\sqrt{1 + \left[\frac{(2i+1)\pi}{\sqrt{\varepsilon L}} \right]^2} \frac{\sqrt{\varepsilon y}}{2} \sqrt{\beta} \right) \\
 \times \exp \left(-(1+\beta)\alpha_p t \left[\frac{(2i+1)\pi}{L} \right]^2 \right)
 \end{aligned} \tag{2}$$

여기서, β 는 $0 \leq \beta \leq 1$ 의 값을 가지는 변수이며 그 값이 0 이면 선형히터로 해석하는 것과 같다. 또한 그 값이 증가할수록 2 차원적인 효과가 커지는 것을 의미한다. 하지만 히터의 크기에 따라 β 의 값이 특정한 값보다 커지게 되면 국부적으로 히터의 온도가 환경온도보다 낮아지게 되는데 이 특정값을 β 의 최대값으로 취하여 계산하였다. 식 (2)에서 $t=0$ 의 경우는 정상상태에서의 온도분포이다. 또한 부기할 것은 식(1)을 히터가 환경액체와 접하고 있는 면은 대류열전달 경계치를 주어 유한차분법으로 풀 경우 선형히터의 경우와 같은 해를 얻는다.

4. 결과 및 토의

4.1 $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ 히터

$65 \times 65 \mu\text{m}^2$ 히터에서의 기포형성 실험은 초기 히터의 저항이 13.68Ω 이고 공급전압(V_{ref})이 4.20 V ($V_d=3.13 \text{ V}$), 펄스시간은 $25 \mu\text{s}$ 으로 하였다.

Fig. 2 는 히터의 I-R 특성곡선에 대한 실험치와 계산치가 나와있다. 계산치는 실험치와 최대한 일치하도록 히터의 비저항(ρ_0)과 비저항계수(ξ)를 정하여 구하였다. 공급되는 전압이 변하면 히터에 공급되는 전압도 브릿지 회로를 통과하면서 조금씩 변하게 되므로, 이 실험은 전압공급기(power supply)와 히터를 직접연결하여 측정하였다. 또한 I-R 특성곡선을 구하는데 사용한 폴리실리콘 물성치를 이용하여 준 1 차원적인 해석으로 히터에서의 저항변화 및 온도변화를 계산하였다.

계측회로에서 신호지연기로부터 신호를 받아 스위치 역할을 하는 트랜지스터(IRF530)에서 약 $0.5 \mu\text{s}$ 시간동안 신호의 불안정이 발생한다^(6,8). Fig. 3 은 $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ 히터에 펄스전압(V_{ref})이 4.20 V

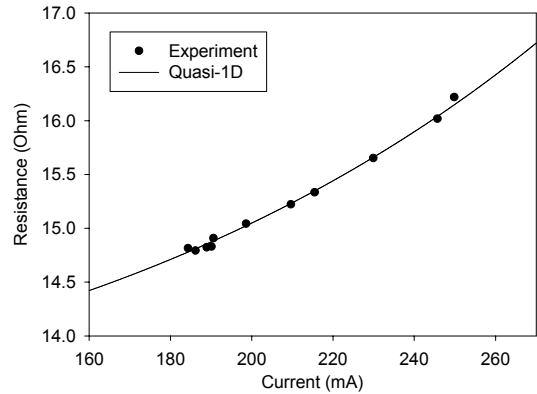


Fig.2 Calculated (—) and experimental (•) I-R characteristics for the polysilicon square heater of $65 \times 65 \times 0.54 \mu\text{m}^3$ in FC-72. The theoretical characteristics was obtained with $\rho_0 = 7.38 \times 10^{-4} \Omega\text{-cm}$ and $\xi = 2.05 \times 10^{-3} / \text{K}$.

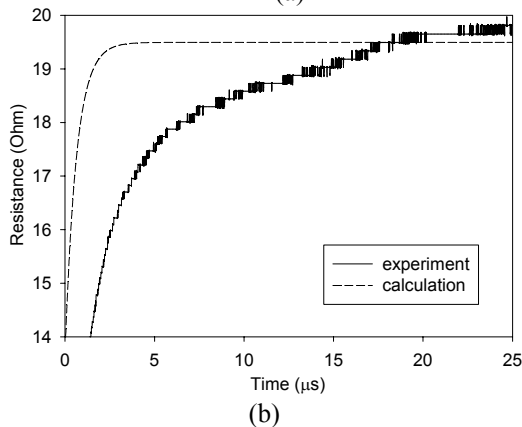
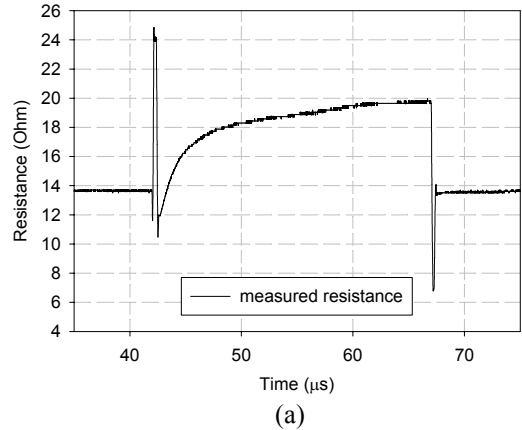


Fig. 3 Resistance variation of $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ polysilicon micro heater; (a) measured resistance, (b) measured and calculated resistance with $\beta = 0.0014$.

($V_d=3.13 \text{ V}$), 공급시간이 $25 \mu\text{s}$ 일 때 실험으로 측정 한 히터의 저항변화를 보여주고 있다. Fig. 3(a)는 오실로스코프로 측정한 값이고, Fig. 3(b)는 앞서 언급한 회로자체의 불안정성에서 나타난 펄스를

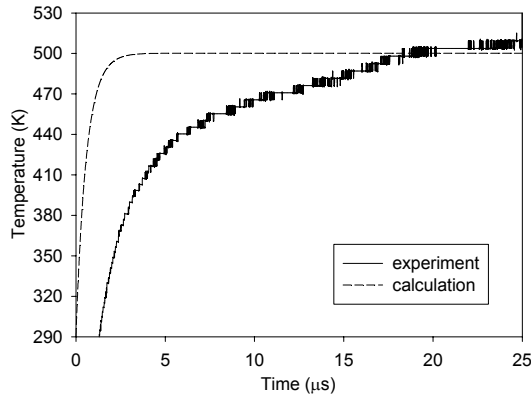


Fig. 4 Measured and calculated temperatures of $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ polysilicon micro heater with $\beta = 0.0014$.

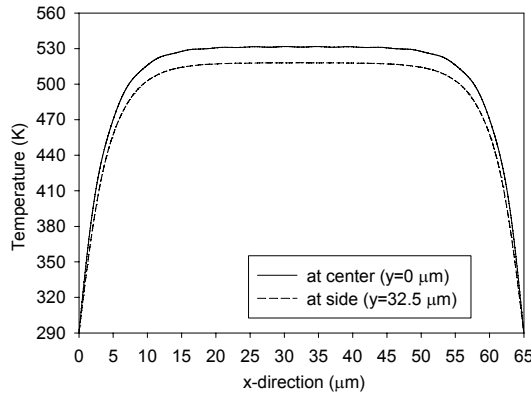


Fig. 5 Steady state temperature distribution along the center line and side line for the $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ heater.

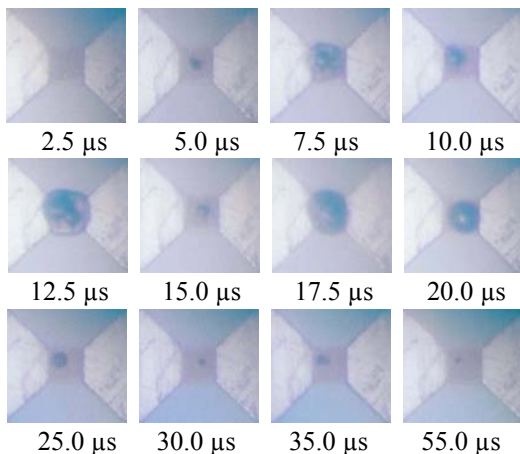


Fig. 6 Bubble growth on a micro heater ($65 \times 65 \mu\text{m}^2$) when a voltage of 3.13 V with 25 μs is applied.

제거한 값과 준 1 차원적인 해석에 의한 저항의 변화를 보여주고 있다. Fig. 3(a)에서 볼 수 있는바와 같이 회로의 트랜지스터(IRF530)가 순간적인 과부하를 받으면서 약 $0.5 \mu\text{s}$ 동안 불안전 작동을 하며, 그 이후에 회로는 정상작동하지만 저항이 기준점(상온에서의 저항)보다 낮아서 Fig. 3(b)에서 보는 바와 같이 저항의 증가추이가 완만하여

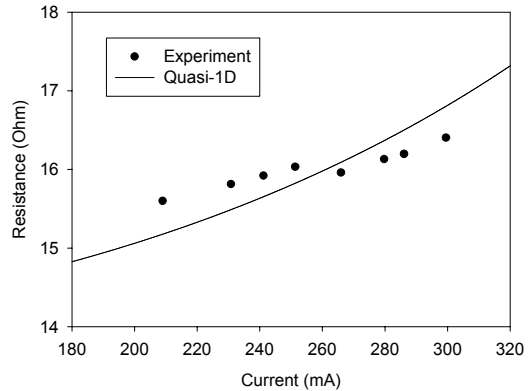


Fig. 7 Calculated (—) and experimental (●) I-R characteristics for the polysilicon heater of $100 \times 100 \times 0.54 \mu\text{m}^3$ in FC-72. The theoretical characteristics was obtained with $\rho_o = 7.51 \times 10^{-4} \Omega\text{-cm}$ and $\xi = 1.73 \times 10^{-3} / \text{K}$.

정상상태에 이르는 시간이 $2 \sim 3 \mu\text{s}$ 인 이론값과는 차이가 남을 알 수 있다.

이 때 측정된 히터의 온도변화와 계산된 히터의 온도변화는 Fig. 4 와 같다. Fig. 4 에서 볼 수 있는 바와 같이, 순간적인 펄스 전압을 흘려주었을 경우 마이크로 히터의 온도는 급속하게 올라가며 이론적인 경우는 $1 \mu\text{s}$ 이전에 FC-72 의 과열한계(임계온도의 90%)인 406.3 K 에 도달하지만 실제실험에서는 트랜지스터에 의한 $2 \mu\text{s}$ 정도의 오차가 발생하므로 $3 \mu\text{s}$ 이후에 액체의 과열한계에 도달하게 됨을 알 수 있다.

Figure 5 에는 정상상태에 도달했을 때 히터의 세로축 중심선($y=0 \mu\text{m}$)과 바깥선($y=32.5 \mu\text{m}$)에서의 온도분포가 주어져 있다. 선형히터⁽⁶⁾의 경우와 매우 흡사한 온도분포를 갖고 있음을 알 수 있다. 하지만 히터의 중심선의 온도분포가 바깥선의 온도보다 약 13 K 낮게 분포한다.

Figure 6 는 Fig. 4 에 주어진 바와같이 히터의 온도변화가 일어나는 동안의 히터 위에서의 기포의 생성 및 거동을 보여주고 있다. $2.5 \mu\text{s}$ 에서의 사진은 히터에 전압이 걸린 시간정도이므로 표면에서의 변화가 거의 관찰되지 않으나, $5.0 \mu\text{s}$ 에서는 기포의 형성이 관찰된다. 이때의 온도는 약 460 K 이며 이것은 작동유체의 임계온도보다 높은 온도이다. 이어서 $7.5 \mu\text{s}$ 에서는 폭발적으로 기포가 생성되는 것을 볼 수있으며 $12.5, 17.5 \mu\text{s}$ 에서도 같은 현상을 관찰할 수 있다. 이것은 액체의 과열한계⁽¹⁰⁾ 이상으로 과열된 히터위에서는 기포가 폭발적으로 형성되는 것을 보여준다. $25 \mu\text{s}$ 이후에도 과열된 히터의 표면에 기포가 잔존하는 것을 볼 수 있다.

4.2 100×100 μm² 히터

100×100 μm² 히터에서의 기포형성 실험은 초기 히터의 저항은 13.91 Ω, 펄스전압(V_{ref})은 6.55 V (V_d=4.90 V)이었다. 평형상태에 도달하는 시간이 길기 때문에 전압펄스 시간은 30 μs 으로 하였다.

Figure 7 은 65×65 μm² 일때와 같이 100×100 μm² 폴리실리콘 히터의 I-R 특성곡선에 대한 계산치와 실험결과가 나와있다. 그러나 65×65 μm² 일때와는 달리 실측값이 1:1 대응이 아님을 알 수있다. 즉 전류가 250 mA 이상이 되면 히터의 저항이 떨어짐을 알 수있다.

Figure 8 은 실험으로 측정한 100×100 μm² 히터의 저항변화와 β=0.0065 일때의 준 1 차원적인 해석으로 구한 저항의 변화가 나와있다. 또한 시간에 따른 β=0 인 경우에 저항변화가 나와있다.

이 그림에서 알 수 있는 바와같이 히터의 길이가 커지게 되면 히터의 저항이 좀 더 완만하게 증가하고, 정상상태에 도달하는 시간이 길어지게 됨을

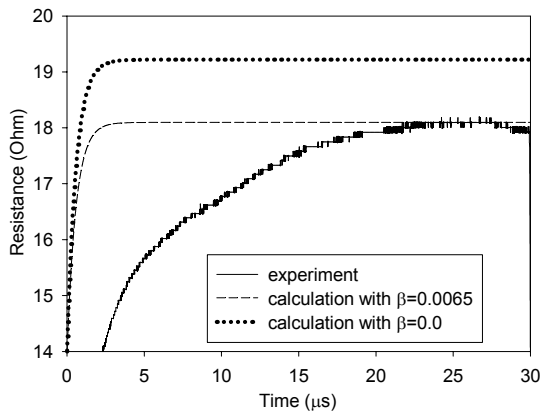


Fig. 8 Resistances variation of 100×100 μm² polysilicon micro heater were measured and calculated resistance with β=0.0065 and with β=0.

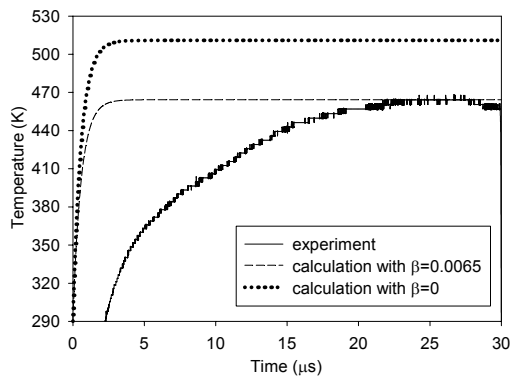


Fig. 9 Measured and calculated temperatures of 100×100 μm² polysilicon micro heater with β=0.0065 and with β=0.

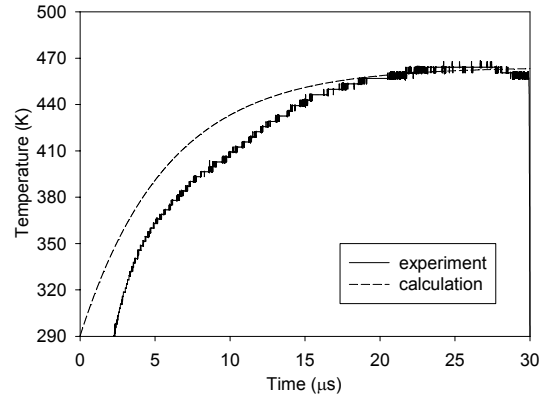


Fig. 10 Measured and calculated temperatures of 100×100 μm² polysilicon micro heater with β=0.0065 and with one tenth of thermal diffusivity of the line heater⁽¹⁾.

알 수 있다. 또한 β=0 일 때 즉 선형히터라 가정하여 구한 경우에는 정상상태에서의 저항값이 실측치 보다 큼을 알 수 있다.

Figure 9 에는 100×100 μm² 히터의 경우 시간에 따른 온도변화가 β=0.0065 일 때의 준 1 차원적으로 구한 계산값, 1 차원적으로 구한 계산값과 실측치와 함께 나와있다. 이 그림에서 볼 수 있는 바와같이 길이가 큰 히터의 경우 온도 증가율은 작은 히터의 경우보다 완만함을 알 수 있다. 또한 정상상태에서 1 차원적으로 계산한 온도 값은 실측치 보다 50 °C 차이남을 알 수 있다. Fig. 8 과 Fig. 9 에서 볼 수 있는 바와같이 실측한 저항값이나 온도값이 서서히 증가하는 것은 열확산계수가 1 차원 때와는 달리 상당히 작은 값을 갖는 때문이라고 생각할 수 있다. Fig. 10 에서는 열확산계수 값을 문헌에 나와있는 값⁰의 1/10 을 취했을 경우 시간에 따른 온도의 계산값과 실측치가 100×100 μm² 히터의 경우 나와있다. 실측치와 계산치가 서

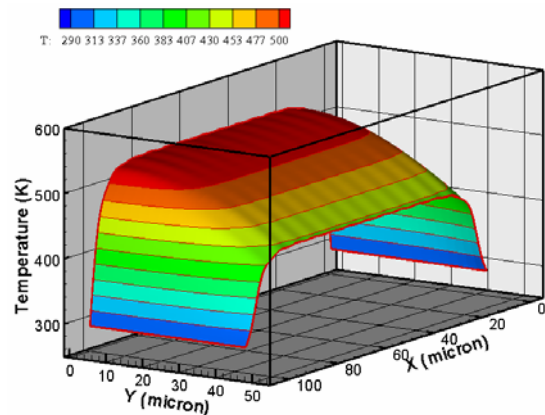


Fig. 11 Calculated temperature distribution of 100×100 μm² polysilicon micro heater with β=0.0065.

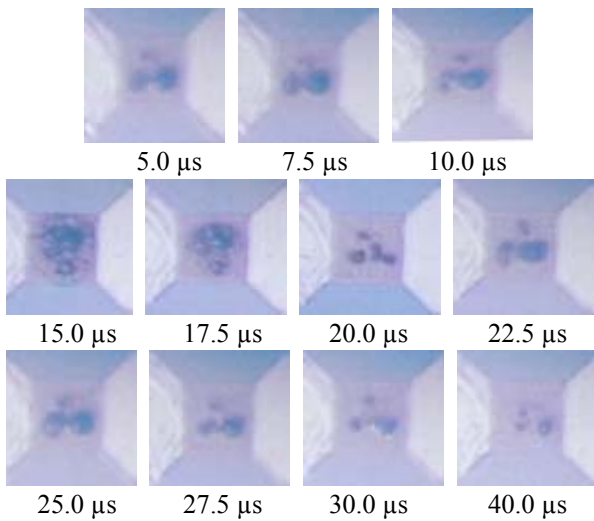


Fig. 12 Bubble growth on a micro heater ($100 \times 100 \mu\text{m}^2$) when a voltage of 4.90 V with $30 \mu\text{s}$ is applied.

로 상당히 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig. 11 에는 정상상태에서 $\beta=0.0065$ 을 취한 준 1 차원적으로 계산한 경우의 히터의 온도분포가 나와있다. Fig. 5 에서 $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ 일때 확인한 바와같이 선형히터의 온도분포 양상을 보이지만, 중심선부근의 온도가 바깥선 부근의 온도보다 약 65 K 의 온도 차이가 나타난다.

Figure 12 는 Fig. 9 의 온도변화가 일어나는 동안의 히터 위에서의 기포의 생성 및 거동을 보여주고 있다. 기포가 발생하는 시간은 $5 \mu\text{s}$ 으로 $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ 히터와 비슷하나 온도는 339.5 K 로 낮은 것을 볼 수 있으며, $15.0 \mu\text{s}$ 부근까지는 크기의 변화가 뚜렷하지 않다. 그러나 $15.0 \mu\text{s}$ 부근에서는 온도가 390.9 K 로 작동유체의 과열한계에 임박하면서 폭발적인 기포가 형성되는 것을 볼 수 있다. 그리고 기포의 생성 및 성장이 반복되는데, $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ 히터의 경우는 여러 곳에서 기포가 발생함을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 전형적인 반도체 공정을 이용하여 마이크로 폴리실리콘 사각 히터($65 \times 65 \mu\text{m}^2$, $100 \times 100 \mu\text{m}^2$)를 제작하여, 펄스 전압에 따른 히터의 온도변화, 기포의 생성 및 거동을 이론과 실험적으로 연구하였다. $65 \times 65 \mu\text{m}^2$ 는 히터에서 발생하는 기포를 동력원으로 사용하는 상용화된 잉크 젯 프린터에서 사용하는 히터의 크기와 같은 것이다. 잉크 젯과 같이 정확한 기포의 컨트롤이 필요한 경우에는 $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ 히터처럼 하나의 히터에서 기포가 동시다발적으로 발생하는 것은 노즐을 통

해 나가는 액적의 행로가 불안정하기 때문에 프린트의 성능을 저하시키는 요인이 된다. 마이크로 라인 히터는 정확한 컨트롤은 가능하지만 기포의 크기가 작기 때문에 상대적으로 많은 힘을 발생하지 못한다. 본 연구를 통하여 처음으로 시도된 사각 마이크로 히터에 대한 준 1 차원 해석결과는 정상상태에서 온도분포를 정확히 예측하지만 과도상태에서의 온도증가는 실험결과와 차이가 많았다. 하지만 준 1 차원해석에서 열확산계수값을 1 차원 해석의 경우에 사용한 수치보다 1/10 작은 값을 사용하면 온도증가 또한 실험결과와 비슷하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 특정목적연구비의 지원(과제번호 1999-1-304-002-5)으로 행해진 연구임.

참고문헌

- (1) Lin, L. Pisano, A. P. and Carey, V. P., 1998, "Thermal bubble formation on polysilicon micro resistor," ASME J. Heat Transfer, 120, pp.735-742.
- (2) Nielson, N. J., 1985, "History of thermaljet printerhead development," HP Journal, 36, No.5, pp.12-13.
- (3) Lin, L. and Pisano, A. P., 1994, "Thermal bubble powered microactuators," Microsystem Tech., 1, pp.51-58.
- (4) Manginell, R. P., Rosato, D. A., Benson, D. A., and Frye-Mason, G. C., 1999, "Finite element modeling of a microhotplate for microfluidic applications," Tech. Proc. 1999 Int. Conf. Modeling Simulation Microsystems.
- (5) Asai, A., 1991, "Bubble dynamics in boiling under high heat flux pulse heating," J. Heat Transfer, Vol. 113, pp. 973-979.
- (6) Avedisian, C. T., Osborne, W.S., McLeod, F. E. and Curley, C. M., 1999, "Measuring bubble nucleation temperature on the surface of a rapidly heated thermal inkjet heater immersed in a pool of water," Proc. R. Soc., Lond. A, 455, pp. 3875-3899.
- (7) Lee, J., Park, H., Jung, J., and Kwak, H., 2003, "Bubble nucleation on micro line heaters," ASME J. Heat Transfer, Vol. 125, pp. 687-692.
- (8) Jung, J., Lee, J., Park, H., and Kwak, H., 2003, "Bubble nucleation on micro line heaters under steady or finite pulse of voltage input," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 46, pp. 3897-3907.
- (9) Mastrangedo, C. H., 1990, "Thermal applications of microbridges," Ph. D. Thesis, U.C. Berkeley, USA.
- (10) Kwak, H., and Lee, S., 1991, "Homogeneous bubble nucleation predicted by a molecular interaction model," J. Heat Transfer, Vol. 113, pp. 714-721.