

# 등가정하중을 이용한 비선형 거동 트러스 구조물의 최적설계

박기종<sup>†</sup> · 박경진<sup>\*</sup>

## Structural Optimization of Truss with Non-Linear Response Using Equivalent Static Loads

Ki-Jong Park and Gyung-Jin Park

**Key Words :** Non-linear Response Structural Optimization (비선형 구조 최적설계), Structural Optimization (구조 최적설계), Non-linear Analysis (비선형 해석), Geometric Non-linearity (기하 비선형), Material Non-linearity(재료 비선형), Equivalent Linear Load (선형 등가하중)

### Abstract

A numerical method and algorithms is proposed to perform optimization of non-linear response structures. An analytical and numerical method based finite element method is also proposed for the transformation of non-linear response into linear response. Loads transformed from this method are defined as the equivalent linear loads. With the loads and the transformed response, linear static optimization is performed for non-linear response structure with geometric and/or material non-linearity. The results of the optimization are compared with them of typical non-linear response optimization using finite difference method. The proposed method is very efficient and derives good solution.

### 1. 서론

구조물의 설계에 있어 구조물의 반응을 정확히 계산하고 이를 설계에 적절히 반영하는 것은 매우 중요하다. 최근 몇 십년 동안 구조물의 설계 시, 반응에 대한 제한조건을 만족하는 동시에 구조물의 비용을 줄이거나 성능을 향상시키는 구조최적설계를 활발히 연구하고 있다.<sup>(1,2)</sup> 많은 구조물의 경우 선형해석으로는 구조물의 거동을 제대로 표현할 수 없으며, 특히 재료의 비선형성이나 대변위, 대변형의 문제에서는 비선형 해석을 통한 구조물의 반응을 구하는 것은 이미 보편화 되어 있다.

비선형 해석을 통한 구조물의 최적설계를 수행하는 것은 선형문제에 비해 시간이나 비용면에 있

어 쉬운 일이 아니며, 목적 함수나 제한 조건의 민감도 계산은 총 설계의 대부분의 시간과 비용이 소요된다. 민감도 계산할 때 간단한 절차를 통하여 수행되는 유한차분법(finite difference method)은 접근 방법은 쉬우나, 증분에 의해 문제를 푸는 비선형해석의 경우 대단히 고가의 방법이다. 해석적 방법이나 준해석적 방법에 의한 민감도 계산 또한 비선형 해석의 경로의존성이나 증분 방법 또는 최적화의 복잡성으로 인하여 간단하지만은 않다.<sup>(3-5)</sup>

최근 동적하중이 작용하는 구조물의 응답과 같은 응답을 만들어 내어, 정적하중으로 바꾸어 정적반응 최적화를 이용하여 구조물의 동적반응 최적설계를 이루는 방법이 발표되었다.<sup>(6-10)</sup> 본 논문에서는 이와 비슷한 방법을 통하여 비선형 응답을 만드는 구조물에 대한 최적화를 선형 반응 구조최적설계 방법을 이용하여 달성하는 방법을 제안하고 예제를 통해 검증하고자 한다.

구조물의 비선형 특성을 잘 표현할 수 있는 방법으로 선형 등가하중을 제안한다. 선형 등가하중은 유한요소법을 통해 해석적 또는 수치적인 방법

† 책임저자, 한양대학교 대학원 기계설계학과

\* 회원, 한양대학교 기계정보경영공학부

Email: gjpark@hanyang.ac.kr

TEL:(031)400-5246 FAX:(031)407-0755

으로 산출할 수 있다. 비선형 구조물의 응답으로 변위와 응력을 선택하였다. 산출된 변위에 대한 선형 등가하중과 응력에 대한 선형 등가하중을 기존의 선형 반응 최적화 알고리즘에 다중 하중조건으로 직접 사용하여 선형 반응 최적화를 수행하고, 이 과정을 반복함으로써 원래의 비선형 최적화 문제를 해결하고자 한다.

제안한 방법에서는 기하학적 비선형에 의한 불안정성이 발생하는 임계점 이후의 경로는 다를 수 없다. 응력에 대한 선형 등가 하중의 계산 시, 빔 (beam) 요소는 해석기에 따라 비선형 해석에 의한 응력을 선형 응답으로 해석적 또는 수치적으로 산출하기가 불가능 할 수도 있다. 따라서 본 연구에서는 이러한 두 가지 상황에 대해서는 고려하지 않았다.

비선형 해석을 위해 상용 소프트웨어인 ABAQUS를, 최적화를 위해서 구조최적화 소프트웨어 GENESIS와 최적화 소프트웨어 Visual DOC를 사용하였다.

## 2. 비선형해석과 선형등가하중

일반적인 유한요소법을 이용한 작용하중에 대한 구조물의 응답은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{R} \quad (1)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_B + \mathbf{R}_S - \mathbf{R}_I + \mathbf{R}_C \quad (2)$$

여기서,  $\mathbf{K}$ 는 강성행렬(stiffness matrix),  $\mathbf{u}$ 는 절점 변위벡터(nodal displacement vector),  $\mathbf{R}$ 은 하중벡터로 체적력 효과( $\mathbf{R}_B$ ), 표면력 효과( $\mathbf{R}_S$ ), 초기 응력 효과( $\mathbf{R}_I$ )와 절점 집중하중( $\mathbf{R}_C$ )을 포함한다.<sup>(3)</sup>

한편, 선형해석의 유한요소 방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_L\mathbf{v} = \bar{\mathbf{R}} \quad (3)$$

여기서,  $\mathbf{K}_L$ 는 선형강성행렬(linear stiffness matrix),  $\mathbf{v}$ 는 절점선형변위벡터(nodal linear displacement vector),  $\bar{\mathbf{R}}$ 는 선형해석에서의 하중벡터로 식 (2)에서 표현한 구성요소를 포함한다.

Fig. 1에서처럼 비선형 해석의 경우는 증분에 따라 강성행렬이 변하여 각 해석 위치에서의 접선 강성행렬을 따라 해를 구하게 되고, 선형해석의 경우 해석 위치에 상관없이 초기 강성행렬을 따르게 된다. 비선형해석에서의 응답장과 같은 응답

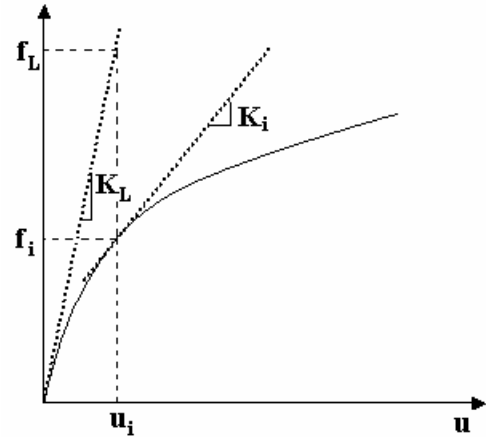


Fig. 1 Initial and tangent stiffness matrix

장을 발생시키는 선형해석에서의 하중을 선형등가하중이라 정의하며 변위장의 경우 Fig. 1에서 고정된 변위( $u_i$ )에서의 비선형 강성( $\mathbf{K}_i$ )을 따르는 하중( $f_i$ )을 선형 강성( $\mathbf{K}_L$ )을 따르는 하중( $f_L$ )으로의 사상으로 구할 수 있다. 식 (1)과 식 (3)을 사용하면 비선형 해석의 응답과 동일한 선형 해석의 응답을 구할 수 있다. 각 해석에서의 응답으로 이번 연구에서는 변위장과 응력장을 선택하였다.

먼저, 비선형 해석 후의 변위장과 동일한 선형 해석에서의 변위장을 발생시키는 하중, 즉 변위선형등가하중은 다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{f}_{eq}^u = \mathbf{K}_L \mathbf{u} \quad (4)$$

식 (4)는 비선형 유한요소해석을 이용하여 최종 변위와 초기 강성행렬을 구한 후 이들을 곱하여 변위 선형등가하중을 얻을 수 있다. 모든 절점의 자유도에서 얻어지는 변위 선형등가하중을 비선형 해석에서의 초기 강성행렬과 같은 강성행렬을 갖는 선형해석에 적용하여 두 해석에서의 동일한 변위장이 얻어짐을 확인할 수 있다.

또한 비선형 해석에서의 응력장과 동일한 응력장을 발생시키는 하중, 즉 응력선형등가하중은 변위선형등가하중에 비해 약간 더 복잡한 방법을 통하여 얻을 수 있다. 우선 식 (1)에 의한 비선형 해석을 수행한 후 응력장을 계산한다. 선형해석인 식 (3)이 초기 응력효과만을 갖고 체적력, 표면력, 절점 집중하중을 가지지 않는다면 식 (3)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{K}_L \mathbf{v} = -\bar{\mathbf{R}}_I = -\sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \boldsymbol{\tau}^{I(m)} dV^{(m)} \quad (5)$$

여기서,  $\mathbf{R}_l$  는 초기응력효과를 갖는 하중벡터,  $\mathbf{B}^{(m)}$  는  $m$ 번째 요소의 변형률-변위 행렬이고,  $\boldsymbol{\tau}^{(m)}$  는  $m$ 번째 요소에서의 초기응력이다. 비선형 해석을 통해 계산한 응력을 초기응력으로 두고 선형해석 식인 식 (5)를 풀어 절점변위 벡터를 구한다. 구해진 강성행렬과 변위벡터를 곱해 모든 절점에서의 모든 자유도 방향으로의 절점 하중을 식 (4)와 동일한 방법으로 구한다. 따라서 응력 선형등가하중을 구하는 식을 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{f}_{eq}^{\sigma} = \mathbf{K}_L \mathbf{v} \quad (6)$$

비선형 해석에서의 응답과 같은 응답을 야기하는 선형해석에서의 하중은 그 자체만으로, 또는 해석적 관점에서 보면 당연하고 비실용적이며 가치가 없어 보인다. 하지만 선형등가하중의 존재가, 해석적 측면이 아니라 설계문제의 관점에서 특별한 이점을 내포하고 있음을 다음 장에서 알아볼 수 있다.

### 3. 선형등가하중을 이용한 비선형 구조물의 최적설계

#### 3.1 비선형 응답 구조최적설계

전형적인 비선형 응답 구조최적설계는 다음과 같은 수식화에 의해 정식화된다.

$$\begin{aligned} &\text{Find } \mathbf{b} \\ &\text{to minimize } \varphi_0(\mathbf{b}, \mathbf{u}) \\ &\text{subject to } \mathbf{K}(\mathbf{b}, \mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{f} \\ &\quad \varphi_i(\mathbf{b}, \mathbf{u}) \leq 0; \quad i = 1, nc \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{b}$  는 설계변수,  $\mathbf{K}(\mathbf{b}, \mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{f}$  는 비선형 유한요소 방정식이며  $\varphi_0(\mathbf{b}, \mathbf{u})$  와  $\varphi_i(\mathbf{b}, \mathbf{u})$  는 설계변수가 내재적으로 표현된 목적함수와 제한조건 함수이다. 설계변수의 내재적 표현은 상태방정식을 풀어야만 하는 상태변수에 종속적이다.

식 (7)과 같은 정식화는 대부분의 구조최적설계 문제가 그렇듯이 유한요소법을 이용한 구조물의 응답을 계산하고 민감도정보를 계산하는 데 바탕을 두고 있다. 비선형구조물의 응답과 민감도를 계산하는 것은 선형구조물의 계산보다 시간이나 비용이 훨씬 많이 든다. 따라서 유한요소를 이용한 비선형 구조물의 최적화는 대부분 고비용이고 큰 구조물에 대한 적용은 거의 불가능한 상태이다.

#### 3.2 선형 등가하중을 이용한 비선형 구조물의 최적설계

비선형 구조물의 최적설계를 위한 많은 연구가 진행되어 왔다. 대부분의 연구는 비선형해석을 수행하여 설계민감도 정보를 구하는데 관심이 집중되었다. 따라서 아직까지 많은 부분에서 실제 문제에 적용은 미흡한 실정에 있다. 그러나 선형 구조물에 대한 최적설계 기법은 아주 잘 발달되어 있고 비용이나 시간 면에서 쉽게 적용이 가능하다.

기존의 등하중에서 등가의 정하중을 만들어 내어 정적 최적화를 수행하던 시도로부터, 비선형 응답을 만드는 선형 등가 하중을 이용하여 선형 구조최적설계를 반복적으로 수행하면 비선형 응답을 잘 표현하는 최적설계를 이룰 수 있다. 선형 등가하중에 의한 선형 구조물의 최적설계는 식 (7)의 비선형 응답 구조최적설계 정식화로부터 다음과 같이 변형된다.

$$\begin{aligned} &\text{Find } \mathbf{b} \\ &\text{to minimize } \varphi_0(\mathbf{b}, \mathbf{v}) \\ &\text{subject to } \mathbf{K}_L(\mathbf{b})\mathbf{v} = \mathbf{f}_{eq} \\ &\quad \varphi_i(\mathbf{b}, \mathbf{v}) \leq 0; \quad i = 1, nc \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{K}_L(\mathbf{b})\mathbf{v} = \mathbf{f}_{eq}$  는 식 (7)의 비선형 상태방정식으로부터 선형 등가하중 방법을 통해 변환된 선형 상태방정식이다. 식 (8)의 최적화가 수행되기 직전의 선형 변위  $\mathbf{v}$  는 식 (7)의 비선형 변위  $\mathbf{u}$  와 동일한 값을 갖는다. 식 (8)의 최적화 결과는 식 (7)의 결과와 다르며 이는 선형 등가하중의 변환과 식 (8)을 반복 수행함으로써 수치적으로 식 (7)의 결과에 근접해진다. 식 (8)의 정식화를 이용한 구조최적화 알고리즘을 설명하면 다음과 같다.

- 단계 1: 비선형 해석을 수행한다.
- 단계 2: 관심 있는 비선형 해석의 응답이 변위라면 식 (4)에 따라 선형 등가하중을 구하고, 응력일 경우 식 (5)와 식 (6)을 이용하여 응력 선형 등가하중을 구한다. 변위와 응력을 동시에 고려하는 경우 선형 등가하중을 구한 후 다중 하중조건으로 최적설계 문제를 구성한다.
- 단계 3: 수렴조건을 만족하면 멈추고 그렇지 않다면 다음 단계로 간다.
- 단계 4: 식 (8)에 의한 선형 정적반응 최적화를 수행한다.
- 단계 5: 설계결과를 갱신하고 단계 1로 간다.

단계 3에서 수렴조건은 대부분의 알고리즘이 그러하듯이 두가지의 경우로 나타낼 수 있다. 식 (9)와 같이 설계변수의 변화가 일어나지 않아 더 이상의 설계 변경이 없는 경우와 다른 하나는 식 (10)에서처럼 선형 증가하중의 변화가 이전 사이클에서의 하중과 다르지 않다고 말할 수 있을 때 이다.

$$\| \mathbf{b}^p - \mathbf{b}^{p-1} \| \leq \varepsilon \quad (9)$$

$$\| \mathbf{f}_{eq}^p - \mathbf{f}_{eq}^{p-1} \| \leq \varepsilon \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{b}^p$  와  $\mathbf{f}_{eq}^p$  는  $p$  번째 설계사이클(design cycle)에서의 설계변수벡터와 선형증가하중벡터이고  $\varepsilon$  은 충분히 작은 양수이다.

#### 4. 예 제

선형 증가하중을 이용한 비선형 응답 구조물의 최적화를 위하여 2장과 3장에서 전개한 이론을 근거로 선형 증가하중을 계산하고, 이를 선형 정적 최적설계에 적용하는 프로그램이 개발되었다. 수학적 예제와 트러스 구조 설계문제에 대하여 최적설계를 적용하였다. 수학 예제에서는 고차항이 포함된 다항식으로 구성된 문제를 고려하여 비선형성이 크고 간단한 문제에 개발한 방법을 적용하였다. 구조 설계 문제에서는 각각의 예제에 대해 재료 비선형 뿐만 아니라 기하비선형 또는 두 비선형성을 동시에 고려하였다. 일차적으로 본 연구에서는 축방향 힘만을 고려하는 트러스 요소에 대해 응력과 변위를 제한조건으로 하는 문제를 적용하였다. 각 예제들은 선형 증가하중을 이용한 최적설계와 비선형 해석을 통한 유한차분법에 의한 민감도를 바탕으로 한 비선형 응답 구조최적설계의 결과를 비교하고, 그 결과의 유용성과 효율성에 대해 토의해 보았다.

##### 4.1 수학적 예제

간단한 수학적 예제를 통하여 개발한 방법의 적용성에 관하여 알아보려 한다. 2개의 설계 변수를 갖고, 고차항을 포함하는 2개의 상태변수로 이루어진 다항식으로 구성된 연립방정식을 풀어 두 설계 변수의 합을 최소화하면서 두 상태변수가 각각 50과 60을 넘기지 않도록 설계하는 문제이다. 설계 변수는  $x_1$  과  $x_2$  이고, 상태변수는  $y_1$  과  $y_2$

이며 식 (11)과 같이 정식화하였다.

$$\begin{aligned} &\text{Find} && x_1, x_2 \\ &\text{to minimize} && x_1 + x_2 \\ &\text{subject to} && h_1 = \frac{1}{x_1^2}(y_1 - x_1)^2 \\ &&& + \frac{1}{x_2^2}(y_2 - x_2)^2 - 25 = 0 \\ &&& h_2 = \frac{1}{x_1^2}y_1^3 + x_1y_1 \\ &&& - x_2y_2 + 10 = 0 \\ &&& g_1 = y_1 - 50 \leq 0 \\ &&& g_2 = y_2 - 60 \leq 0 \\ &&& 10 \leq x_1, x_2 \leq 100 \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서처럼 두 개의 등제한조건으로 표현한 비선형 연립방정식을 풀기 위하여 뉴턴랩슨(Newton-Raphson)법을 적용하였다. 식 (11)은 선형증가하중 방법을 적용하기 위하여, 다음 식과 같이 두개의 비선형 연립방정식이 포함된 식이 두개의 선형 연립방정식이 포함된 식으로 변형된다.

$$\begin{aligned} &\text{Find} && x_1, x_2 \\ &\text{to minimize} && x_1 + x_2 \\ &\text{subject to} && \hat{h}_1 = -\frac{2}{x_1}z_1 - \frac{2}{x_2}z_2 - f_1 = 0 \\ &&& \hat{h}_2 = x_1z_1 - x_2z_2 - f_2 = 0 \\ &&& \hat{g}_1 = z_1 - 50 \leq 0 \\ &&& \hat{g}_2 = z_2 - 60 \leq 0 \\ &&& 10 \leq x_1, x_2 \leq 100 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서  $\hat{h}$  와  $\hat{g}$  는 선형증가하중법에 의해 변형된 등제한조건과 부등제한조건을 나타낸다.  $z$  는 선형시스템에서의 상태변수이다.  $f_1$  과  $f_2$  는 원래의 비선형 연립방정식인  $h_1 = 0$ ,  $h_2 = 0$  를 풀어 상태변수  $y_1$ ,  $y_2$  를 구한 후 다음 식으로부터 구한다.

Table 1에 유한 차분법을 이용한 기존의 최적화와 선형 증가하중을 이용한 최적화에 대한 결과를 도시하였다. 두 방법에서 모두의 결과에서 두 부등제한조건은 활성제한조건이며 목적함수와 설계 변수의 결과 값은 서로 같았다. 하지만 문제가 복잡해지면 시간과 비용면에서 고가인 비선형해석의 수행 회수는 제안한 선형 증가하중 방법이 훨씬 유리한 것을 알 수있다.

Table 1 Optimum result for numerical problem

Design var.	ELL	FDM
1	21.24	21.24
2	22.15	22.15
Objective	43.40	43.40
No. of nonlinear analysis	15	34

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{x_1} & -\frac{2}{x_2} \\ x_1 & -x_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

4.2.10 부재 평면 트러스

Fig. 2과 같은 10부재 평면 트러스 구조물을 선택하였다. 절점 2와 4에서 44500kN의 하중이 가해지고 있으며 재료의 탄성계수는 68.9GPa 이다. 설계변수는 각 부재의 단면적이고 부피를 최소화하도록 설계한다. 또한 제한조건으로 모든 부재에 대하여 1030MPa의 허용응력을, 또 변위를 갖는 모든 절점에서의 모든 자유도에 대해 2.54m의 허용 변위를 주었다. 설계변수의 초기 값은 2, 5, 6, 10번 부재는 64.5cm<sup>2</sup>, 나머지 부재는 323cm<sup>2</sup>이며 모든 부재의 하한치와 상한치는 각각 0.645cm<sup>2</sup>와 6450000cm<sup>2</sup>이다. 10부재 트러스 문제를 위하여 기하 비선형만 존재할 때, 재료 비선형만 존재할 때 두가지 비선형이 동시에 존재할 때로 3가지 다른 경우에 대하여 고려하였다.

4.2.1 기하 비선형(Geometric non-linearity)

먼저 기하 비선형성만이 존재하는 10부재 트러스 문제를 고려하였다. 선형 등가하중을 이용한 최적설계와 유한 차분법을 이용한 최적화를 비교

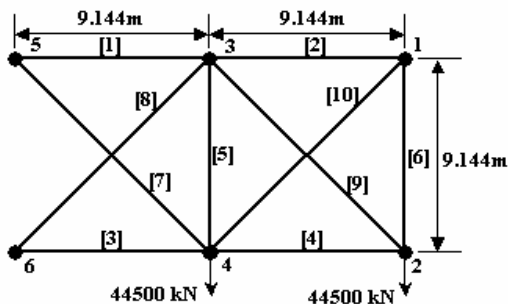


Fig. 2 Ten bar plane truss

하였다. Table 2에 그 결과를 도시하였다. 설계 변수나 목적함수의 수치적인 최적화 결과는 비슷한 경향을 보인다. 하지만 가장 큰 차이는 두 방법에서의 비선형 해석을 하는 차이이다. 선형 등가하중을 이용한 비선형 응답 최적화에서는 4번의 비선형 해석을 하지만 유한 차분법에 의한 방법은 무려 269번이나 비선형 해석이 이루어진다. 설계 변수의 수나 비선형 해석의 시간 등이 달라지면 그 의미는 더욱 커진다.

4.2.2 재료 비선형(material non-linearity)

재료 비선형을 가지는 문제를 풀기 위하여 Fig. 3와 같이 선형경화(linear hardening)곡선을 따르는 재료라 가정한다. 항복점 이후의 경화부분의 계수는 E<sub>h</sub> = 34.5GPa이며 항복강도는 σ<sub>y</sub> = 172MPa이다. 선형 등가하중을 이용한 최적설계와 기존의 최적화 방법을 이용한 설계의 결과가 Table 2의 두번째 단락에 나와 있다. 선형 등가하중을 이용한 최적 최적설계의 목적함수가 13164.5kg으로 기존의 유한 차분법을 이용한 결과보다 약간 더 나으나 큰 차이는 보이지 않는다. 그러나 비선형 해석하는 수에 있어서는 굉장히 큰 차이를 보인다.

4.2.3 재료와 기하 비선형(Material and geometric non-linearity)

이번에는 재료 비선형과 기하 비선형이 동시에 고려되는 10부재 트러스 문제를 풀었다. 그 결과를 Table 2의 셋째 단에서 유한차분법으로 풀 결과와 비교하였다. 앞서의 두 비선형이 각각 존재할 때의 상황과 거의 같은 것을 알 수 있다.

해의 질적인 차이를 약간 양보할 수 있다면 비선형 해석을 수행하는 횟수는 가능하면 줄이는 것이 구조설계를 하는데 있어 아주 중요하다. 구조물을 이루고 있는 물성이나 기하학적 형태 또는 하중조건 등에 따라 해석 시간에 많은 영향을 주고 이는 설계 시간의 대부분을 할애 해야 할 수도 있기 때문이다.

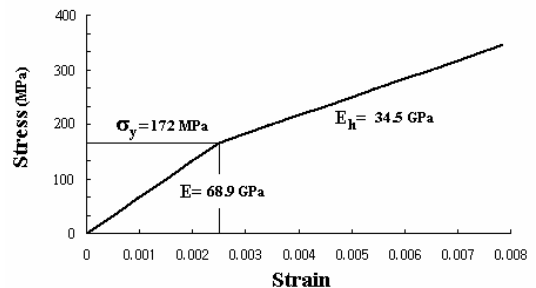


Fig. 3 Stress-strain curve of the material for ten bar plane truss

Table 2 Optimum results for ten bar plane truss

Design Variable	Geometric nonlinear		Material nonlinear		Geometric and material nonlinear	
	ELL	FDM	ELL	FDM	ELL	FDM
1	873.4008	855.9583	991.9593	949.8787	988.8696	992.4845
2	0.6452	19.1813	0.6452	26.5490	1.5961	5.4361
3	811.5210	825.3106	863.0686	853.6660	748.1675	718.9766
4	403.8773	386.8263	495.5003	455.5623	556.4047	371.7715
5	0.6452	0.6452	0.6452	38.0044	0.6458	39.8664
6	0.6452	19.1813	0.7723	26.5490	1.0723	5.4361
7	612.1214	631.3155	610.3181	598.7724	641.4710	608.8717
8	609.7304	585.1175	705.4192	705.5063	678.1251	683.3864
9	626.4323	601.2014	697.3922	745.6417	643.4568	746.2630
10	0.6452	32.6077	1.1381	20.7361	3.7471	1.8148
Optimum volume	11909.90	11956.02	13164.48	13360.30	12853.26	12704.51
No. of nonlinear analysis	4	269	8	178	7	286

## 5. 결 론

본 연구는 기존의 최적화 알고리즘을 개발하고 그것 적용을 보여 주고자 한 것은 아니다. 지금까지 잘 정립되어 있는 선형 정적 구조 해석을 바탕으로 한 구조 최적설계를 이용하여, 이에 비해 수행하기 힘들었던 비선형 정적 구조 최적설계를 수행할 수 있는 방법을 보여 준다. 동적반응 최적화를 등가의 정하중으로 바꾸어 최적화를 수행하는 방법에 기초하여, 비선형 응답을 만족하는 등가의 하중을 계산하고 이를 선형 구조최적화에 적용하여 비선형 응답 구조 최적화를 이루는 방법을 제안하였다. 또한 간단한 수치예제뿐만 아니라 10부재 평면 트러스 구조물과 25부재 공간 트러스 부재에 기하 비선형과 재료비선형에 대하여 각각 또는 동시에 적용해 보고 이를 유한차분법을 이용한 최적화나 기존의 참고 문헌과 비교하였다. 선형 등가 하중을 이용한 최적화는 비선형 해석을 하는 횟수도 획기적으로 줄일 수 있을 뿐만 아니라 그 결과 값에도 기존의 방법과 큰 차이가 있지 않아 효율성이나 신뢰성에 있어 간단한 검증이 된 것으로 보인다.

앞으로 선형응답을 비선형 응답과 사상시키는 과정에 관한 연구가 더 진행되어야 하며, 트러스 구조물 이외의 다른 요소로 구성된 문제의 적용이 필요하다.

## 참고문헌

(1) Schmit, L.A., 1981, Structural synthesis – its genesis

- and development, AIAA J., Vol. 19, pp. 1249-1263.
- (2) Haftka, R.T. and Gurdal, Z., 1992, Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- (3) Valliappan, S., Tandjiria, V. and Khalili, N., 1997, Design Sensitivity and Constraint Approximation Methods for Optimization in Non-Linear Analysis, Commun.Numer. Meth.Engng, Vol. 13, pp. 999~1008.
- (4) Schwarz, S. and Ramm, E., 2001, Sensitivity Analysis and Optimization for Non-Linear Structural Response, Engineering Computations, Vol. 18, No. 3/4, pp. 610~641.
- (5) Selyugin, S.V., 2001, Optimization Algorithms for Physically Non-Linear Structures, Int. J. Numer. Meth. Engng, Vol. 50, pp. 2211~2232.
- (6) Kang, B.S., Choi, W.S. and Park, G.J., 2001, "Structural Optimization under Equivalent Static Loads Transformed from Dynamic Loads Based on Displacement," Computer & Structures, Vol. 79, No. 2, pp. 145~154.
- (7) Choi, W.S. and Park, G.J., 2002, "Structural Optimization Using Equivalent Static Loads at All the Time Intervals," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, pp. 2105~2122.
- (8) Kang, B.S., 2002, On Optimality of Solution by Equivalent Static Load Method and Its Application to Flexible Multibody Dynamic System, Ph. D. Thesis, Hanyang University, Korea.
- (9) Choi, W.S., 1999, Transformation of Dynamic Load into Equivalent Static Loads and Structural Optimization, Ph. D. Thesis, Hanyang University, Korea. (In Korean)
- (10) Park, K.J., Lee, J.N. and Park, G.J., 2003, "Structural Shape Optimization under Static Loads Transformed from Dynamic Loads," Transactions of KSME A, Vol. 27, No. 8, pp. 1363~1370. (In Korean)