# 편심형 MEMS 자이로스코프의 동적 모델링 및 해석

# 하동진<sup>†</sup>·신상하<sup>\*</sup>·유홍희<sup>\*\*</sup>

## Dynamic Modeling and Analysis of an Eccentric MEMS Gyroscope

Dong Jin Ha, Sang Ha Shin, and Hong Hee Yoo

Key Words: Eccentricity (편심), MEMS (마이크로 기전계), Gyroscope (자이로스코프), Dynamic Modeling (동적 해석), Zero-rate Output (무입력 출력)

#### ABSTRACT

Dynamic modeling of an eccentric MEMS gyroscope is presented and the dynamic characteristics of the gyroscope are investigated with the modeling method. It is found that the eccentricity of the MEMS gyroscope affects the dynamic characteristics significantly. Different from conventional MEMS gyroscopes, the zero-rate output is significantly reduced in this gyroscope. To obtain general guidelines of the gyroscope design, dimensionless parameters are first identified and the effects of the parameters on the gyroscope performance measures are investigated.

#### 1. 서 론

자이로스코프는 각속도와 회전 각 정보를 얻기 위하여 고안된 장치로서 간단한 구조를 갖는 초기 자이로스코프에서부터 최근에 각광을 받고 있는 마이크로 단위의 진동 자이로스코프에 이르기까지 다양한 형태의 자이로스코프들이 존재하고 있다. 특히 최근 반도체 기술의 발전으로 인해 급속히 발전하고 있는 MEMS 자이로스코프는 작은 크기, 저렴한 생산단가, 그리고 우수한 성능으로 자동차, 위성, 로봇, 항법장치 등으로 그 적용범위가 점점 확장되어 가고 있다.

한양대학교 기계설계학과
E-mail : neuf2demise@hotmail.com
TEL : (02)2299-8169 FAX : (02)2293-0570

한양대학교 기계설계학과

한양대학교 기계설계학과

외부 코리올리 힘에 의한 변화를 측정하여 회전 각속도를 측정하는 진동형 자이로스코프는 1950 년 영국의 Sperry Gyroscope Company 에 의해 최초로 제작되었다. 전자기력을 사용하던 방식은 1960 년대에 들어 압전 방식으로 변화하기 시작 하였고, 1980 년대에 이르러서는 압전 재료로만 이루어진 자이로스코프로 발전하였다.

한편, 마이크로 자이로스코프<sup>(1)</sup> 는 1990 년대에 이르러 반도체 기술의 발전과 더불어 본격적으로 개발되기 시작하였다. 이후 다양한 MEMS 자이로 스코프가 개발되어 왔는데, 그 예로는 Clark<sup>(2)</sup>에 의해 개발된 하나의 강체를 가지고 평행하게 진동 하는 방식, Putty<sup>(3)</sup>에 의해 개발된 링 진동형 방식, 그리고 Juneau<sup>(4)</sup>에 의해 개발된 이중 축 회전에 의해 변위를 측정하는 방식 등이 있고, 그 밖에 다양한 방식들에 대해서도 연구가 진행되고 있다. 진동형 MEMS 자이로스코프는 통상적으로 대칭 구조로 되어있으며 진동 방향과 감지 방향이 서로 수직이며 입력에 대한 감지 민감도를 높이기 위해 진동과 감지 방향의 주파수를 일치시켜 설계하게 된다. 외부의 회전에 의한 코리올리의 힘이 발생 할 때 그것이 감지 방향 운동에 큰 영향을 미쳐야 하기 때문이다. 그러나 이 방식은 입력인 운동이 없을 경우에도 감지 방향 운동이 일어나는 단점을 가지고 있다. 즉, 진동과 감지 방향의 진동수를 일치시키면 회전이 있을 때뿐만 아니라 없을 때도 감지방향으로 두 운동방향 간 연성 효과에 의해 현격한 운동이 발생하게 되어 각속도 측정 시에 상당한 오차를 발생시키게 된다. 이것을 무 입력 출력이라고 (Zero-rate output) 부르는데 두 방향 운동 간 연성에 의해서 발생되는 이 문제를 해결 하기 위해 최근 연성을 원천적으로 방지하기 위한 자이로스코프<sup>(5)</sup> 구조의 개발도 시도되고 있다.

본 논문에서는 편심형 MEMS 자이로스코프의 동 적 모델링을 유도하고 이를 이용하여 그 동 특성 해석을 수행함으로써 이 자이로스코프의 성능을 예측하고 나아가 향상시키기 위한 설계 방향들을 제시할 수 있는 분석 결과를 도출하는데 연구의 목적을 둔다.

## 2. 운동방정식 유도

본 연구에서는 MEMS 자이로스코프 상에 존재 하는 편심이 자이로스코프의 동적 반응에 어떠한 영향을 미치는지 관찰하고, 나아가서 그 성능을 평가하기 위하여 Fig.1. 과 같은 편심이 존재하는 MEMS 자이로스코프를 대상으로 동 특성 해석을 수행하였다.



Fig.1. Configuration of an eccentric MEMS gyroscope

이 자이로스코프는 두 강체 A 와 B 로서 구성 된다. 강체 A 는 병진 스프링  $k_x$ 와 댐퍼  $c_x$ 에 의해  $\hat{a}_2$  방향으로 진동이 가능하게 되어 있으며 강체 B 는 강체 A 에 대해서  $\hat{a}_2$  방향으로 회전 운동이 가능하다. 강체 B 는 그 중심 G 가 도심 C 로부터 e 만큼 편심되어 있으며 강체 A 와  $k_r$ 의 강성을 갖는 스프링과  $c_r$ 의 감쇠상수를 갖는 댐퍼로 연결된다. 외부 가진력  $F\cos(\underline{\omega}_x t)$ 를 받는 강체 A 가  $\hat{a}_1$  방향으로  $\Omega$  크기의 각속도 운동을 받는다 하면 자이로스코프를 구성하는 두 강체의 병진 및 회전 방향 운동방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} (m_{A}+m_{B}) & 0 \\ 0 & (e^{2}m_{B}+I_{2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\ddot{x}} \\ \underline{\ddot{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{x} & 2m_{B}e\Omega c_{\theta} \\ -2m_{B}e\Omega c_{\theta} & c_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{\dot{\theta}} \end{bmatrix} \quad (1)$$
$$+ \begin{bmatrix} k_{x} - (m_{A}+m_{B})\Omega^{2} & 0 \\ 0 & k_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F\cos(\underline{\omega}_{x}t) \\ e^{2}m_{B}\Omega^{2}c_{\theta}s_{\theta} \end{bmatrix}$$

운동방정식을 무차원화 하기 위해 다음과 같은 무차원 변수 및 매개변수들을 도입한다.

$$\varepsilon = \frac{e}{l}, \quad \omega_r = T\Omega, \quad \omega_x = \underline{\omega}_x \cdot T, \quad \tau = \frac{t}{T}$$
 (2)

$$\beta_r = \frac{k_r}{k_x l^2}, \quad \gamma_x = \frac{Tc_x}{m_B}, \quad \gamma_r = \frac{Tc_r}{m_B l^2}$$
(3)

$$m = \frac{m_A + m_B}{m_B}, f = \frac{F}{lk_x}, S = \frac{I_2}{m_B l^2}$$
(4)

여기서 *l*은 강체 B의 길이를 나타낸다.

$$T = \sqrt{\frac{m_B}{k_x}} \tag{5}$$

식(2),(3),(4), 그리고 (5)에 나열된 무차원 변수와 매개변수를 이용해 식(1)을 정리하면, 다음 식과 같은 무차원 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & (\varepsilon^{2} + S) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{x} & 2\varepsilon \omega_{r}c_{\theta} \\ -2\varepsilon \omega_{r}c_{\theta} & \gamma_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (6)$$
$$+ \begin{bmatrix} 1 - m\omega_{r}^{2} & 0 \\ 0 & \beta_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f\cos(\omega_{x}\tau) \\ \varepsilon^{2}\omega_{r}^{2}c_{\theta}s_{\theta} \end{bmatrix}$$

여기서, ε는 강체 B 부분의 편심 정도를 나타내는 무차원 변수이고, ω, 는 무차원화한 외부각속도를 의미하고, β, 은 병진방향 강성항에 대한 회전방향 강성항의 비가 된다. 또한, γ<sub>x</sub> 과 γ, 은 각각 병진 방향과 회전방향의 감쇠상수를 나타내게 되고, m 은 B 강체 무게에 대한 전체 자이로스코프와의 무게 비를, S 는 B 강체의 형상에 따라 결정되는 매개변수이고, f 는 무차원화 한 외부 가진력을 의미하게 되고, ω<sub>x</sub>는 무차원화 한 외부 가진력의 주파수이다.

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

2 장에 유도된 무차원 운동방정식과 계수들을 이용해 편심형 MEMS 자이로스코프의 응답특성과 성능을 평가하기 위하여 Table.1 과 같은 무차원 변수와 매개변수를 기준 값들로 설정하고 앞으로 수행될 모든 수치해석을 위한 값으로 사용하기로 한다.

Table.1 Reference values of dimensionless parameters

Е	$\omega_r$	$\omega_x$	$eta_r$	f
1.D-1	1.D-3	1.D0	1.D-2	1.D0
$\gamma_r$	$\gamma_x$	т	S	

3.1.  $\omega_r$ 의 변화에 따른  $\theta$ 의 응답양상

MEMS 자이로스코프의 성능에 관련된 인자라 한다면, 변화하는 외부 각속도에 대하여 θ 값이 일정한 경향을 갖고 변화하는지 수치해석을 통해 확인하고자 한다.

Fig.2 에서 Fig.4 에 이르는 결과들은 무차원화 한 외부각속도인 ω<sub>r</sub> 이 1.D-4 에서 1.D-3 까지 증가하는 경우에 θ 값이 어떻게 변화하였는지를 보여주고 있다. 결과에서 관찰할 수 있듯이 ω<sub>r</sub> 의 값이 커지면 커질수록 θ 값 또한 비례하여 점점 진폭이 커지고 있는 것을 확인할 수 있었다.

이러한 ω<sub>r</sub>의 변화에 대한 θ 값의 변화를 좀더 자세히 알아보기 위하여, ω<sub>r</sub>을 1.D-4 에서 1.D-3까지 1.D-4 단위로 증가시키며, θ 값의 평균값, 최소값, 최대값, 그리고 진폭을 관찰하여 결과를 Table.2 에 정리하였다. *ω<sub>r</sub>* 증가에 따른 평균값의 변화양상은 Fig.5, 최소값의 변화양상은 Fig.6, 최 대값의 변화양상은 Fig.7, 평균값의 변화양상은 Fig.8 을 통해서 각각 명확하게 확인할 수 있는데 전체적으로 *ω<sub>r</sub>*의 변화에 대해 비례적으로 변화 하고 있음을 확인 할 수 있었다.

본 시스템의 성능측면에서 봤을 때, 주목할만한 사실을 두 가지 찾을 수 있게 되는데, 그 첫째는 앞서 확인했던 바와 같이 ω<sub>r</sub> 의 증가에 따라서 여의 진폭도 선형적으로 변화한다는 것이다. 이는 본 연구에서 대상으로 하고 있는 편심형 MEMS 자이로스코프가 자이로스코프로서의 성능을 발휘 할 수 있다는 것을 의미한다. 두 번째는 평균값의 변화가 최소 최대값이나 진폭에 비해 대단히 작다 는 사실이다. 이는 편심형 MEMS 자이로스코프의 경우에는 진동형 MEMS 자이로스코프의 취약점 중 하나인 무입력 출력의 크기가 대단히 작다는 사실을 의미한다.



**Fig. 2** Dynamic response obtained with  $\omega_r = 1.D - 4$ 



Fig. 3 Dynamic response obtained with  $\omega_r = 5.D - 4$ 



Fig. 4 Dynamic response obtained with  $\omega_r = 1.D - 1$ 

Table.2	Variations	of mean	and range versus	$\omega_{.}$

$\mathcal{O}_r$	Mean	Min.	Max.	Range
1.D-4	1.47D-4	-0.0294	0.0321	0.0614
2.D-4	2.95D-4	-0.0588	0.0642	0.1239
3.D-4	4.42D-4	-0.0881	0.0963	0.1844
4.D-4	5.89D-4	-0.1175	0.1284	0.2459
5.D-4	7.37D-4	-0.1469	0.1605	0.3074
6.D-4	8.84D-4	-0.1762	0.1926	0.3689
7.D-4	1.03D-3	-0.2056	0.2247	0.4303
8.D-4	1.18D-3	-0.2350	0.2568	0.4918
9.D-4	1.33D-3	-0.2844	0.2889	0.5533
1.D-3	1.47D-3	-0.2937	0.3210	0.6148



**Fig. 5** Mean value variation versus  $\omega_r$ 



**Fig. 6** Minimum value variation versus  $\omega_r$ 



**Fig. 7** Maximum value variation versus  $\omega_r$ 



**Fig. 8** Range value variation versus  $\omega_r$ 

3.2. *ε*의 변화에 따른 *θ*의 응답양상

ε의 변화에 대해 편심형 MEMS 자이로스코프의 응답은 어떻게 변화하는지 알아보기 위하여, ε의 크기를 5.D-2에서 1.D-1까지 변화시키며, θ의 응답을 살펴보았다. Fig.9 로부터 Fig.11 에 이르는 결과로부터 편심의 크기 역시 θ의 응답 크기에 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 즉 ε의 크기가 5.D-2 에서 1.D-1까지 증가할 때에 θ의 응답 역시 증가하는 양상을 보이고 있다. 이 사실은 Table 3 의 결과를 통해서 수치적으로 확인할 수 있는데 Table 3 은 ε을 5.D-2 에서 1.D-1까지 1.D-2 단위로 증가시키며, θ값의 평균값, 최소값, 최대값, 그리고 진폭을 관찰하여 정리한 결과에 해당한다.

우선, ε의 변화에 따라서 θ의 진폭의 변화가 비례적인 것을 볼 때에, 본 자이로스코프의 작동 진폭을 설정하는 데에 있어서도 ε 값을 조절하는 것이 적당할 것임을 알 수 있다. 즉 일반적으로 ε의 진폭이 중가할수록 감지도가 좋게 나타나나 지나친 ε 값의 증가는 운동 폭의 한도를 초과할 수 있다. 따라서 설계 시에는 운동 진폭의 한도를 고려하여 ε 값을 정하면 된다.

Table 3 Data with varying	ε	from 5.D-2 to 1.D-1
---------------------------	---	---------------------

Е	Mean	Min.	Max.	Range
5.D-2	1.32D-3	-0.1594	0.1799	0.3393
6. D-2	1.53D-3	-0.1889	0.2127	0.4016
7. D-2	1.67D-3	-0.2172	0.2437	0.4609
8. D-2	1.72D-3	-0.2442	0.2723	0.5166
1. D-1	1.66D-3	-0.2698	0.2982	0.5680



Fig. 9 Dynamic response obtained with the eccentricity  $\varepsilon = 5.D - 2$ 



Fig. 10 Dynamic response obtained with the eccentricity  $\varepsilon = 1.D - 1$ 



Fig. 11 Dynamic response obtained with the eccentricity  $\varepsilon = 5.D - 1$ 



Fig. 12 Mean value variation versus  $\mathcal{E}$ 

2004



Fig. 13 Range value variation versus *E* 

#### 4. 결론

본 연구는 편심형 MEMS 자이로스코프의 동적 모 델링을 유도하고 이에 근거하여 동특성을 예측하 고 성능을 평가하기 위하여 Fig.1 의 MEMS 자이로 스코프를 대상으로 운동방정식을 유도하고 주요 매개 변수들을 추출한 후, 이들 중 외부 각속도인  $\omega_{\mu}$ 과 편심  $\varepsilon$ 을 변화시키며  $\theta$ 의 응답 양상을 수치해석을 통해 조사하였다. 그 결과 편심형 MEMS 자이로스코프는 ω, 의 변화에 대한 응답으로 부터, 자이로스코프로서의 성능이 매우 양호함을 알 수 있었고 ε의 변화에 따른 응답 결과로부터 €을 조정함으로써 설계자가 원하는 만큼의 작동 진폭을 갖는 자이로스코프의 설계가 가능함을 알 수 있었다. 이 연구는 또한 연성된 MEMS 자이로 스코프 모델의 취약점인 무입력 출력에 대하여. 입력 시의 진폭에 비해 1/100 정도의 크기를 갖고 있으므로 매우 우수한 성능을 지니고 있음을 알 수 있었다.

## 후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설 계신기술연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습 니다.

### 참고문헌

(1) Jan Söderkvist, 1994, Micromachined gyroscope, *Sensor and Actuators A*, 43, pp.65-71.

- (2) William A. Clark, Roger T. Howe, Roberto Horowitz, 1996, Micromachined Z-Axis Vibratory Rate Gyroscope, Technical Digest of the Solid-State Sensor and Actuator Workshop, Hilton Head, South Carolina, June 2-6, pp.283-287.
- (3) M. Putty and K. Najafi, 1994, A Micromachined Vibrating Ring Gyroscopoe, Technical Digest of the Solid-State Sensor and Actuator Workshop, June13-16, pp.213-220.
- (4) Thor Juneau, A.P. Pisano, James H. Smith, 1997, Dual Axis Operation of a Micromachined Rate Gyroscope, Transducers, Vol.2, pp.883-886
- (5) W. Geiger, B. Folkmer, U.Sobe, H. Sandmaier, and W. Lang, 1997, New Designs of Micromachined Vibrating Rate Gyroscope with Decoupled Oscillation Modes, *Transducers*, pp.1129-1132