

# 햅틱 인터페이스를 위한 물리기반 변형체 실시간 시뮬레이션

전성기<sup>†</sup> · 최진복\* · 조맹효\*\*

## Physics-based Real-time Simulation of Deformable Body for Haptic Interface

Seongki Jun, Jinbok Choi and Maenghyo Cho

**Key Words :** physics-based simulation(물리기반 시뮬레이션), real-time simulation(실시간 시뮬레이션), finite element method(유한요소법), haptic interface(햅틱 인터페이스)

### Abstract

For constructing virtual environment it is more natural to model object as deformable body than as rigid body. High accuracy of simulation of model and low-latency computational cost for real-time simulation should be guaranteed. We pre-compute Green function through finite element analysis of deformable body and it is possible to simulate deformation of body in real-time environment using Capacitance Matrix Algorithm. Also, the capacitance matrix algorithm enables to construct the haptic rendering which serves the reaction force through a haptic device. The Newmark scheme is used for the more realistic haptic rendering and dynamic simulation in real-time.

### 1. 서론

컴퓨터 성능이 급속하게 발달함에 따라 보다 사실적인 모델링과 시뮬레이션에 대한 요구가 점차 증가하고 있다. 현실 세계의 사실적인 모델링의 한 방법으로 변형체에 대한 변형 모델링과 시뮬레이션에 대한 관심이 높아지고 있다. 이러한 물리기반 시뮬레이션은 컴퓨터 그래픽 분야에서 매우 중요한 연구 주제 중에 하나이며 이와 함께 변형에 상응하는 반력을 햅틱 장치를 통하여 사용자에게 제공하는 연구가 활발히 연구되고 있다.

변형체의 변형 모델링과 반력 계산에서 중요한 쟁점은 사용자의 입력에 대한 모델의 반응이 실시간으로 이루어져야 한다는 점과 계산의 정확성이 보장되어야 한다는 것이다. 예를 들어 애니메이션, 게임, 수술 시뮬레이션 등에서는 사용자가 변형과 반력을 인식할 수 있을 만큼 빠르게 정보를 제공해야 한다. 따라서 사용자와 상호 작용이

가능한 모델에서는 반응의 신속성이 중요한 인자로 작용한다. 이러한 모델링 방법으로서 splines 과 patches, free-form deformation, 그리고 mass-spring 모델을 이용하는 방법 등이 있다. 또 다른 중요한 요구 사항으로서 변형체는 사용자의 입력에 대한 반응이 정확해야 한다. 예를 들어 수술 시뮬레이션에서는 물체의 변형이 정확해야 할 뿐만 아니라 사용자가 느끼는 반력 또한 정확성이 보장되어야 한다. 이를 위하여 변형체의 물리적 특성, 경계조건, 외부에서 작용하는 힘 등을 고려한 연속체 모델을 주로 이용한다. 이와 같은 방법으로는 경계요소법, 유한요소법 등이 사용되고 있으며 이러한 방법에서는 변형체에 대한 해석이 선행되어야 한다<sup>(1)</sup>.

유한요소법을 이용한 변형체 시뮬레이션은 20 여년 동안 연구가 진행되어 왔으며 많은 분야에 적용되어 왔다. Collier<sup>(2)</sup> 등은 직물을 평탄한 shell 요소를 이용하여 모델링 하였으며 Gouret<sup>(3)</sup> 등은 간(liver)과의 접촉 문제를 유한요소법을 이용하여 시뮬레이션을 하였다. Bro-Nielsen 과 Cotin<sup>(4)</sup> 은 수술 시뮬레이션을 위하여 인체 장기를 사면체 요소로 모델링 하였다. 실시간 시뮬레이션을 위하여 전처리 과정을 수행하였으며 변형체의 내부와

<sup>†</sup> 서울대학교 대학원 기계항공공학부  
E-mail : zenith74@snu.ac.kr  
TEL : (02)880-1695 FAX : (02)886-1693

\* 서울대학교 대학원 기계항공공학부

\*\* 서울대학교 기계항공공학부

외부의 절점을 구분하여 시뮬레이션에서는 외부의 절점만을 이용하는 방법을 적용하였다. Pai<sup>(5,6)</sup>는 변형체를 경계요소법으로 해석한 후 점 접촉 변형에 대한 시뮬레이션을 Sherman-Morrison-Woodbury 식을 이용하여 적은 계산 시간으로 변형체의 실시간 시뮬레이션을 구현하였다.

본 논문에서 변형체를 4 개의 절점을 갖는 사면체 요소로 모델링을 한 후 선형 탄성 변형체라는 가정을 기반으로 하여 유한요소법으로 해석한다. 유한요소법을 이용한 선형 해석 결과를 저장하고 capacitance matrix algorithm 을 이용하여 실시간 변형체 변형과 그에 상응하는 반력을 실시간으로 계산하였다. Newmark scheme 을 이용하여 진동 시뮬레이션과 보다 자연스러운 햅틱 렌더링을 실현하고자 하였다. 또한 계산된 반력을 햅틱 장치를 통하여 사용자에게 전달할 수 있는 시스템을 구축하였다.

## 2. 유한요소 정식화

본 논문에서 사용된 변형체는 정적 탄성 변형체로 가정한다. 탄성변형체는 작은 변형에 대하여 정확한 해를 얻을 수 있기 때문에 공학적 해석에서 흔히 사용되는 가정이다. 탄성 변형체 해석에 사용되는 대표적인 수치해석방법으로 유한요소법과 경계요소법이 있다. 이러한 수치해석 방법은 탄성 변형체의 물성치, 경계조건, 외력 등을 고려하기 때문에 사실적인 변형과 반력을 제공한다.

Fig. 1 은 체적  $V$  와 표면적  $S$  를 갖는 3 차원 변형체의 경계조건과 하중조건을 나타내고 있다. 변형체의 한 점  $i$  의 변위는 식 (2.1) 과 같이 3 개의 성분으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{u}_i = [u, v, w]^T \quad (2.1)$$

변형체의 경계는 변위가 기술되어 있는 변위 경계조건  $\Gamma_u$  과 외력이 작용하는 하중 경계조건  $\Gamma_f$  으로 나누어지며  $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_f$ ,  $\Gamma_u \cap \Gamma_f = 0$  을 만족한다. 변형체에 표면 위의 한 점  $i$  에 작용하는 집중하중  $\mathbf{f}_i$  는 식 (2.2)와 같이 3 개의 성분으로 나타낸다.

$$\mathbf{f}_i = [p_x, p_y, p_z]^T \quad (2.2)$$

탄성 변형체의 변형은 외부에서 가해지는 하중과 변형체의 물성치의 함수로 표현할 수 있다. 전체 퍼텐셜 에너지가 최소가 될 때 탄성 변형체의 평형에 도달한다. 탄성 변형체 시스템의 전체 퍼텐셜 에너지는 식 (2.3)으로 나타낼 수 있다.

$$\Pi = U - W \quad (2.3)$$

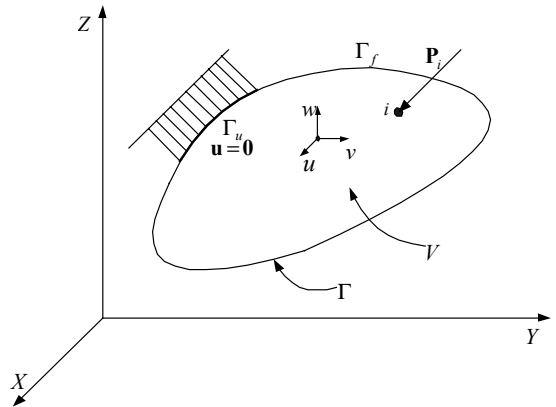


Fig. 1 General three-dimensional deformable body

여기서  $U$  는 탄성 변형체의 전체 변형률 에너지  $W$  는 탄성 변형체의 외부에서 가해지는 하중에 의하여 행하여진 일을 의미한다.

$$U = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\epsilon} dV \quad (2.4)$$

$$W = \sum_i \mathbf{u}_i^T \mathbf{f}_i \quad (2.5)$$

여기서  $\boldsymbol{\epsilon}$  과  $\boldsymbol{\sigma}$  는 각각 변형률과 응력을 의미한다. 변형률은 변위에 대한 일차 미분으로 정의되므로 변형률-변위 관계 행렬  $\mathbf{B}$  를 이용하여 변형률 벡터는  $\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B}\mathbf{u}$  와 같이 표현된다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

변형률에 상응하는 응력 벡터는 Hooke's Law 에 의하여  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\epsilon}$  의 관계식으로 표현된다. 여기서  $\mathbf{D}$  는 탄성 계수 행렬이다. 등방성 재료의 탄성 계수 행렬은 다음과 같이 라메 상수로 정의된다.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

여기서 라메 상수는 식 (2.8)와 같이 탄성 계수  $E$  와 포아송비  $\nu$  로 정의된다.

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.8)$$

따라서 절점  $N$  개를 갖는 변형체 내의 한 요소에 대한 퍼텐셜 에너지를 변형률-변위 관계식과 응력-변형률 관계식을 이용하여 표현하면 다음과 같

다.

$$\Pi = (\mathbf{u}^e)^T \left\{ \frac{1}{2} \left( \int_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right) \mathbf{u}^e - \mathbf{f}^e \right\} \quad (2.9)$$

여기서  $\mathbf{u}^e = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N]^T$  는 한 요소의 변위 벡터이고 이고  $\mathbf{f}^e$  는 집중하중과 보간 함수에 의해 유도된 집중 하중 벡터이다. 상 첨자  $e$  는 요소를 의미한다.

전체 퍼텐셜 에너지가 최소가 될 때 탄성 변형체는 평형에 도달하므로 전체 퍼텐셜 에너지가 최소가 되는 변형을 구하기 위해 변위  $\mathbf{u}^e$  에 대하여 편미분을 수행하면 식 (2.10) 와 같은 선형 시스템이 유도된다.

$$\left( \int_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right) \mathbf{u}^e - \mathbf{f}^e = \mathbf{K}^e \mathbf{u}^e - \mathbf{f}^e = 0 \quad (2.10)$$

여기서  $\mathbf{K}^e$  는 체적  $V$  에 대하여 수치적으로 적분을 수행한 강성 행렬로서 희박한 대칭 행렬(sparse symmetric matrix)이다. 따라서 변형체를 많은 요소로 나누어 각각의 요소에 대한 강성행렬을 변형체 전체에 대한 강성행렬로 구성하게 된다.

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.11)$$

### 3. Capacitance Matrix Algorithm

Capacitance matrix algorithm 은 정적 선형 시스템의 재해석과정에서 많이 사용되는 선형대수 알고리즘이다. 본 장에서는 기준 경계치 문제(Reference Boundary Value Problem: RBVP)에 대한 유한요소법의 해석 결과(Green Function)를 버퍼에 저장한 후 경계 조건이 변경된 새로운 경계치 문제(New Boundary Value Problem: NBVP)의 해를 새로운 유한요소 해석 과정 없이 capacitance matrix algorithm 을 이용하여 실시간으로 구하는 방법을 설명한다.

#### 3.1 기준 경계치 문제:RBVP

RBVP 에 대한 유한요소법의 해석에서 가장 중요한 과정은 RBVP 의 경계조건을 설정하는 것이다. 가장 효율적인 RBVP 의 경계조건은 Fig. 2-(a)와 같다. 즉, 변형체가 변위 경계조건  $\Gamma_u$  에 의해 지지 되어 있고 하중 경계조건  $\Gamma_f$  에 어떠한 하중도 가해지지 않는 경계조건을 RBVP 의 경계조건으로 설정한다. RBVP 에 대하여 유한요소 해석을 수행하면 선형 시스템 식 (3.1)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{A}_0 \mathbf{v}_0 = \bar{\mathbf{v}}_0 \quad (3.1)$$

여기서  $\mathbf{A}_0, \mathbf{v}_0$ , 그리고  $\bar{\mathbf{v}}_0$  는 RBVP 의 경계조건을 고려한 식으로서 다음과 같이 구성된다.

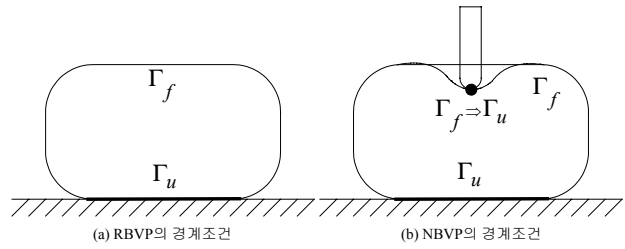


Fig. 2 Reference boundary value problem and new boundary value problem

$$(\mathbf{A}_0)_{ij} = \begin{cases} \delta_{ij} & i \in \Gamma_u \\ (\mathbf{K}_0)_{ij} & i \in \Gamma_f \end{cases} \quad \text{where } \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (3.2)$$

$$(\mathbf{v}_0)_i = \begin{cases} \mathbf{f}_i & i \in \Gamma_u \\ \mathbf{u}_i & i \in \Gamma_f \end{cases} \quad (\bar{\mathbf{v}}_0)_i = \begin{cases} \mathbf{u}_i & i \in \Gamma_u \\ \mathbf{f}_i & i \in \Gamma_f \end{cases}$$

여기서 하첨자 0 는 RBVP 와 관련된 행렬식을 나타내기 위해 사용된다. 식 (3.1)에서 강성행렬의 역행렬을 다음과 같이 Green Function  $\Psi$  으로 정의하여 버퍼에 저장한다.

$$(\mathbf{A}_0)^{-1} = \Psi \quad (3.3)$$

본 논문에서는 Green Function 을 계산하기 위하여 LU decomposition 방법을 사용하였다.

#### 3.2 새로운 경계치 문제:NBVP

RBVP 의 경계조건을 고려하여 계산한 Green Function 은 경계조건이 변경된 NBVP 의 해를 실시간으로 계산이 가능하게 만든다. Fig. 2-(b)는 RBVP 의 하중 경계조건에 위치한 한 절점이 변위 경계조건으로 변경된 그림을 보여주고 있다. RBVP 의 경계조건 중 한 절점의 경계조건이 변경된 NBVP 의 해는 새롭게 강성행렬을 구성하지 않아도 Green Function 을 이용하여 다음과 같이 해를 구할 수 있다. 이를 위하여 먼저 RBVP 에 대하여 경계조건이 변경된 절점의 색인  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_s\}$  를 구성한다. 여기서  $s$  는 경계조건이 변경된 절점의 개수를 의미한다. NBVP 에 대한 선형 시스템 행렬식의 해는 식 (3.4)으로 구할 수 있다.

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}^{-1} \bar{\mathbf{v}} \quad (3.4)$$

식 (3.4)에서  $\mathbf{v}$  와  $\bar{\mathbf{v}}$  은 식 (3.2)와 유사하게 다음과 같이 정의 된다.

$$(\mathbf{v}_0)_i = \begin{cases} \mathbf{u}_i & i \in \Gamma_u \\ \mathbf{f}_i & i \in \Gamma_f \end{cases} \quad (\bar{\mathbf{v}}_0)_i = \begin{cases} \mathbf{f}_i & i \in \Gamma_u \\ \mathbf{u}_i & i \in \Gamma_f \end{cases} \quad (3.5)$$

식 (3.4)의 강성행렬  $\mathbf{A}$  은 NBVP 의 강성행렬로서 경계조건이 변할 때 마다 재구성하여 역행렬을 실시간으로 계산하는 것은 불가능하다. 따라서  $\mathbf{A}$  의 역행렬을 RBVP 의 강성행렬  $\mathbf{A}_0$  을 이용하

여 다음과 같이 구한다.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + (\mathbf{I} - \mathbf{A}_0)\mathbf{E}\mathbf{E}^T \quad (3.6)$$

여기서  $\mathbf{E}$ 는  $n \times n$  단위 블록 행렬  $\mathbf{I}$ 에서  $S$ 에 해당되는 열을 추려낸  $n \times s$  블록 행렬이다.  $n$ 은 변형체의 총 절점 수를 의미한다.

NBVP의 해를 구하기 위한  $\mathbf{A}^{-1}$ 은 식 (3.6)을 Sherman-Morrison-Woodbury 식에 적용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I} + (\mathbf{I} + \Psi)\mathbf{E}(-\mathbf{E}^T\Psi\mathbf{E})^{-1}\mathbf{E}\mathbf{I} \quad (3.7)$$

따라서 식 (3.7)을 식 (3.4)에 대입한 후 정리하면 NBVP의 해를 구할 수 있다.

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^{(0)} + (\mathbf{E} + (\Psi\mathbf{E}))\mathbf{C}^{-1}\mathbf{E}^T\mathbf{v}^{(0)} \quad (3.8)$$

여기서  $\mathbf{C}$ 는

$$\mathbf{C} = -\mathbf{E}^T\Psi\mathbf{E} \quad (3.9)$$

로 정의되는  $s \times s$ 의 크기를 갖는 capacitance matrix로서 Green function의 부분 행렬이다. 그리고  $\mathbf{v}^{(0)}$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\mathbf{v}^{(0)} = [\Psi(\mathbf{I} - \mathbf{E}\mathbf{E}^T) - \mathbf{E}\mathbf{E}^T]\bar{\mathbf{v}} \quad (3.10)$$

3 차원 변형체가 점 접촉에 의하여 변형이 이루어지게 된다면 capacitance matrix의 크기는 단지  $3 \times 3$ 이 된다. 따라서 capacitance matrix의 역행렬은 실시간으로 구할 수 있기 때문에 NBVP의 해(변형과 반력)를 실시간으로 구할 수 있게 된다.

#### 4. Dynamical Model for Haptic Rendering

Haptic Renderin에 동역학 모델을 적용하기 위하여 해석 방법으로 직접시간 수치적분법의 하나인 Newmark Scheme을 사용하여 모델의 동적거동을 실시간으로 구현하고자 하였다

시간의 변화에 따른 모델의 동적 거동을 해석하는 방법 중에 하나인 Newmark Scheme은 다음과 같은 두 개의 방정식으로 정의 된다.

$$\dot{\mathbf{u}}_{k+1} = \dot{\mathbf{u}}_k + (\Delta t)(1 - \delta)\ddot{\mathbf{u}}_k + (\Delta t)\delta\ddot{\mathbf{u}}_{k+1} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + (\Delta t)\dot{\mathbf{u}}_k + (\Delta t)^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{u}}_k + \alpha \ddot{\mathbf{u}}_{k+1} \right] \quad (4.2)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1/4, \delta = 1/2$$

여기서  $\Delta t$ 는 시간 간격을 나타내고  $\delta$ 와  $\alpha$ 는 사용자가 임의로 선택하게 되는 변수이다. 아울러 하첨자  $k+1, k$ 는 각각 현재 시간과 이전 시간을 나타낸다.

식 (4.1)과 (4.2)를 일반적인 다음의 동역학 방정식 (4.3)에 대입하여 정리하게 되면

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{k+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{k+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{F}_{k+1} \quad (4.3)$$

식(4.4)를 얻을 수 있다. 여기서  $\mathbf{K}$ 는 강성행렬,

$\mathbf{M}$ 은 질량행렬을 나타내고  $\mathbf{C}$ 는  $\mathbf{K}$ 와  $\mathbf{M}$ 의 선형 조합으로 구성된 댐핑행렬을 나타낸다.  $\mathbf{F}_{k+1}$ 는 시간의 함수로 주어지는 외력이다.

$$\left[ \mathbf{M} \frac{1}{\alpha(\Delta t)^2} + \mathbf{C} \frac{\delta}{\alpha(\Delta t)} + \mathbf{K} \right] \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{M} \left( \frac{1}{\alpha(\Delta t)^2} \mathbf{u}_i + \frac{1}{\alpha(\Delta t)} \dot{\mathbf{u}}_i + \frac{(1-\alpha)}{2} \ddot{\mathbf{u}}_i \right) + \mathbf{C} \left( \frac{\delta}{\alpha(\Delta t)} \mathbf{u}_i + \left( \frac{\delta-1}{\alpha} \right) \dot{\mathbf{u}}_i + \left( 1-\delta + \frac{1}{2} - \alpha \right) (\Delta t) \frac{\delta}{\alpha} \ddot{\mathbf{u}}_i \right) + \mathbf{F}_{i+1} \quad (4.4)$$

식 (4.4)의 좌측항과 우측항들을 각각 유효 강성행렬  $\tilde{\mathbf{K}}$ 과 유효력  $\tilde{\mathbf{F}}_{i+1}$ 으로 정의하면 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{K}}\mathbf{u}_{i+1} = \tilde{\mathbf{F}}_{i+1} \quad (4.5)$$

Newmark Scheme에서는 매 시간간격마다 (4.5)를 풀어서 현재 시간에서의 변위를 구하게 되는데 이 과정에서 역행렬 계산을 수행하고 되고 역행렬 계산에 많은 시간이 소모되므로 실시간 시뮬레이션이 힘들어 지게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해  $\tilde{\mathbf{K}}$ 의 역행렬 계산을 미리 수행하여 버퍼에 저장하고 실제 시뮬레이션이 수행되는 동안에는 행렬 곱셈 연산만을 수행 하게 된다..

### 5. 시스템 구성

본 장에서는 변형체의 변형 시뮬레이션과 햅틱 장치와의 연동을 위한 시스템 구성에 대하여 설명하고자 한다. 본 연구에서 사용된 시뮬레이션 시스템을 전처리 과정, 해석 과정, 시뮬레이션 과정으로 나누어 설명하면 다음과 같다.

#### 5.1 전처리 과정

변형 시뮬레이션을 하고자 하는 변형체를 3 차원 모델링 소프트웨어를 이용하여 모델링을 수행한다. 변형체 모델링에 의한 triangulation 데이터를 기반으로 유한요소 생성을 한다. 본 논문에서는 유한요소를 생성하기 위하여 NETGEN 격자 생성 프로그램을 이용하였다. 효과적인 렌더링을 위해서 변형체의 표면에 위치한 절점과 내부에 위치한 절점을 구분하는 작업이 전처리 과정에서 수행되어야 한다. Fig. 3-(a)는 표면의 절점-삼각형 관계 데이터를 이용하여 렌더링한 wire frame을 보여주고 있으며 Fig. 3-(b)은 유한요소 해석에 사용되는 사면체 요소를 나타내고 있다.

#### 5.2 해석 과정

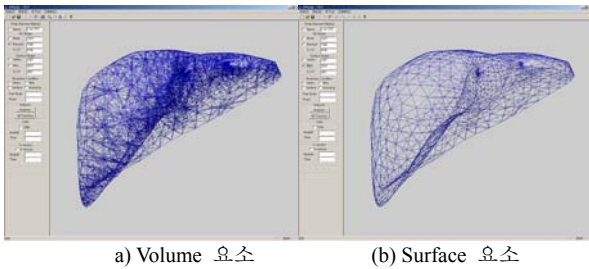
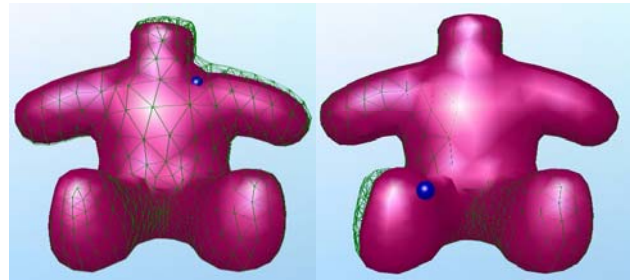


Fig. 3 Tetrahedron element and surface element

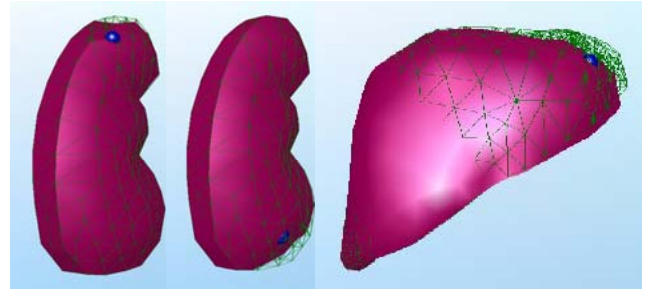
유한요소 해석을 수행하기 전에 변형체에 대한 RBVP의 경계조건을 설정한다. 경계조건을 적용한 강성행렬의 역행렬(Green Function)을 구하기 위하여 본 연구에서는 LU decomposition 방법<sup>(7)</sup>을 이용하였다. 계산된 Green Function은 버퍼에 저장하여 시뮬레이션에서 사용된다. 아울러 모델의 동적 거동을 실시간으로 시뮬레이션 하기 위하여 4장에서 전술한 바와 같이 매 시간 간격마다 역행렬 계산을 하는 대신에 버퍼에 저장된 미리 계산한 역행렬의 결과를 곱하는 연산만을 수행함으로써 실시간으로 모델 각 노드의 변위를 구하게 된다

5.3 햅틱 장비를 이용한 시뮬레이션 과정

햅틱 장치의 가상 끝점이 변형체의 외부에 접촉이 일어나면 접촉 점의 변위량이 입력되고, capacitance matrix algorithm에 의하여 변형에 상응하는 반력이 계산되어 사용자에게 그 힘을 전달하게 된다. 시뮬레이션 과정에서는 변형체 내부의 변형은 렌더링 할 필요가 없기 때문에 표면에 존재하는 삼각형만 렌더링 한다. 하지만 기존의 렌더링이 프로그램에 햅틱 장치를 연동할 경우 단순히 장치만을 프로그램에서 인식하도록 하는 작업만으로 원하는 결과를 얻을 수 없다. 그 이유는 그래픽 렌더링 또는 애니메이션의 경우 인간이 영상의 부자연스러움을 느끼지 않기 위해서는 30Hz 이상의 update rate이 필요하다. 그러나 역감의 구현, 즉 햅틱 장치를 연동했을 경우 장치의 안정성을 보장하기 위해서는 최소한 1000Hz 이상의 update rate을 유지하여야만 하기 때문이다. 특히 이 점은 복잡한 모델을 다루는 프로그램에 햅틱 장치를 이용한 역감 기능을 구현 할 경우 문제가 되는 부분이다. 이를 해결하기 위해서는 일반적으로 multi-rate 또는 multi-thread 기술이 필요하다. 즉, 햅틱 장치에 1000Hz로 역감을 update 시키는 햅틱 servoloop과 상대적으로 낮은 update rate이 요구되는 graphic process가 별개의 thread를 가지도록 해야 하며 이를 적절히 동기화 시키는 작업이 필요하다.



(a) Doll Model



(b) Kidney Model (c) Liver Model

Fig. 4 Screenshots from real time haptic simulations

표 1. Model information and Green Function precomputation and simulation times

Model	Doll	Kidney	Liver
# Nodes(total)	894	572	1931
# Tetrahedron Elements	2803	1749	5430
# Nodes(Surface)	714	454	845
# Surface Elements	1424	900	1686
Pre-computation time (min)	5.0	1.1	27.8
Simulation time(ms)	0.5	0.5	0.6

6. 결과 및 검토

본 논문에서는 유한요소 해석을 통하여 미리 계산된 Green function을 이용하여 점 접촉 변형 시뮬레이션을 수행하였다. 표 1은 각각의 변형체에 대한 정보와 Green function 계산 소요 시간 그리고 변형 및 반력 계산 시간을 표시하였다. 햅틱 장치의 끝점이 이동할 때 마다 계산되어야 할 사항은 변형체와의 접촉이 일어나는 절점을 찾는 collision detection과 capacitance matrix algorithm을 이용한 변형과 반력이 실시간으로 계산되어야 한다. 각 모델의 capacitance matrix algorithm 수행 시간은 표 1에 나타나 있듯이 Pentium 4 2.66 GHz, 1.0GB RAM 개인용 컴퓨터를 사용하여 0.5~0.6 ms가 소요되었다. Fig. 4은 햅틱 장치와 연동된 각 변형체의 변형을 나타내고 있다. Wire frame은 변형 전의 변형체를 나타내고 있으며 solid 모델은 햅틱 장치의 끝점에 의한 변형을 나타내고 있다.

또한 Fig. 5은 Newmark scheme을 이용한 beam 모델의 동적 거동을 실시간으로 계산한 결과

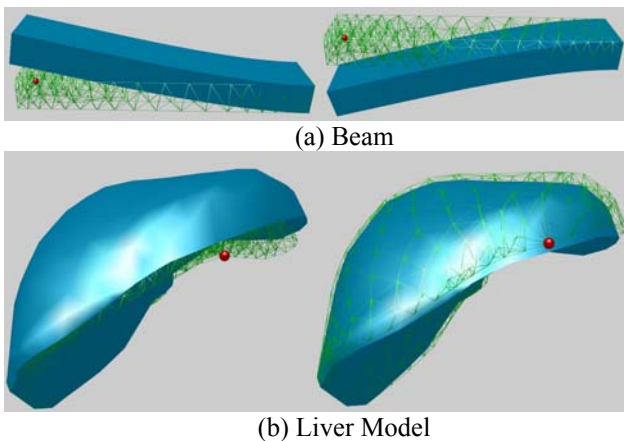


Fig 5. Dynamic real time simulation

표 2. Model information and dynamic simulation times

Model	Beam	Liver
# Nodes(total)	281	784
# Tetrahedron Elements	873	2671
Total degree of freedom	843	2352
Calculation time(s)	0.02	0.17

과를 보여주고 있다. 그림에서 격자의 초기 형상을 나타내고 있으며 Sphere 로 표시된 해당 노드에 Z 방향으로 10N 의 충격 하중을 주었을때 거동을 솔리드 모델이 보여 주고 있다. 계산 시간은 표 2 에 나타나 있는 것처럼 각 스텝 마다 약 0.02 초 정도 소요 되었다.

본 연구에서는 계산된 반력을 이용하여 PHANTOM 햅틱 장치와 연동을 수행하였다. 햅틱 장치와의 안정적인 연동을 위하여 1 kHz 의 update rate 를 유지하였으며 자연스러운 그래픽 렌더링을 위하여 30 Hz 이상의 update rate 를 유지하였다. 또한 GHOST SDK 를 이용하여 햅틱 scene graph 구성을 통해서 햅틱 환경을 생성 후 햅틱 시물레이션 프로세스를 시작하며 프로그램의 그래픽처리를 비롯한 프로그램의 핵심 기능을 수행 하였다.

## 7. 결 론

본 연구에서는 유한요소 해석을 이용한 변형체의 실시간 변형 시물레이션과 햅틱 장치 연동 시스템을 구축하였다. 유한요소 해석을 기반으로 한 변형 시물레이션은 변형체의 물리적 특성, 경계조건, 하중조건 등을 고려한 해석이므로 사실적인 변형과 반력을 보장해 준다. 실시간 변형 및 반력을 제공하기 위하여 기준 경계치 문제를 유한요소법으로 해석한 후 Green function 을 저장하는 방법을 사용하였으며, 또한 변형체 내부에 존재하는 질점에 해당하는 Green function 을 소거함으로써 효율

적인 Green function 의 저장과 시물레이션을 구현하였다. Capacitance matrix algorithm 을 이용한 실시간 해석은 capacitance matrix 의 크기가 매우 작기 때문에 역행렬 계산에 소요되는 시간은 1 ms 내(표 1)에 계산됨으로써 가능하게 되었다. 이와 더불어 본 연구에서는 계산된 반력을 햅틱 장비를 통하여 역감을 느낄 수 있도록 시스템을 구성하였다. 아울러 모델에 동적 특성을 부여 하기 위한 Newmark scheme 루틴의 계산 시간 최적화를 통하여 보다 큰 모델에도 적용할 수 있도록 하고자 한다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실 사업(2000-N-NL-01-C-082)의 연구지원으로 이루어졌습니다.

## 참고문헌

- (1) Gibson, S. F. F. and Mirtich, B., 1997, "A survey of deformable modeling in computer graphics," *A Mitsubishi Electric Research Laboratory, Technical Reports TR-97-15*.
- (2) Collier, J., Collier, B., O'Toole, G. and Sargand, S., 1989, "Drape prediction by means of finite-element analysis," *Journal of the Textile Institute, Vol. 15, No. 11, pp.1131~1147*.
- (3) Gourret, J. P., Magnenat, N. and Thalmann, D., 1989, "Simulation of object and human skin deformation in a grasping task", In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, Proceedings of SIGGRAPH 89, pp.21~30*.
- (4) Bro-Nielsen, M. and Cotin, S., 1996, "Real-time volumetric deformable models for surgery simulation using finite element and condensation," *Proceedings of Eurographics 96, Vol. 15, No. 3, pp. 57~66*.
- (5) James, D. L. and Pai, D. K., 2001, "A unified treatment of elastostatic contact simulation for real time haptics," *The Electronic Journal of Haptics Research, Vol. 2, No. 1, pp. 1~13*.
- (6) James, D. L. and Pai, D. K., 2003, "Multiresolution Green's function methods for interactive simulation of large-scale elastostatic objects," *ACM Transactions on Graphics, Vol. 22, No. 1, pp.47-82*.
- (7) Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., 1992, *Numerical recipes in C*, Cambridge University Press, pp. 35~107.