# 랜덤 돌풍을 받는 복합재 날개의 파손 해석

김태욱† · 이상욱* · 황인희*

# Failure Analysis of Composite Wing Under Random Gust

Tae-Uk Kim, Sang Wook Lee and In Hee Hwang

**Key Words :** Random Gust(랜덤 돌풍), Failure Probability(파손 확률), Monte Carlo Simulation(몬테카를로 시뮬레이션)

**Abstract**

An aerospace vehicle in flight can be exposed to random gust which may cause critical structural failure. In this paper, the failure analysis is conducted for composite wing subjected to random gust. For this, the profile of random gust is idealized as a stationary Gaussian random process and the power spectral density (PSD) of wing bending moment induced by gust is obtained. The PSD function is converted to probabilistic distributions and the failure probability during total flight time is calculated by Monte Carlo simulation.

## 1. 서 론

비행 중 작용하는 돌풍은 구조하중을 유발하여 비행체의 파손 위험을 증가시키고, 진동을 발생시켜 피로수명을 단축시키게 된다. 특히 기체구조가 경량화되고, 유연(flexible)하고 가로세로비(aspect ratio)가 큰 날개구조를 많이 사용함에 따라 돌풍의 영향은 더 중요하게 부각되고 있다. 한편, 대기 중의 돌풍은 연속적이고 불규칙하기 때문에 모델링과 해석에는 확률 개념을 도입하는데, 일반적으로 stationary Gaussian random process 를 적용한다.

본 논문에서는 이러한 랜덤 돌풍(random gust)에 의한 복합재 날개의 파손확률을 해석하였다. 이를 위해, 먼저 돌풍에 의해 유발되는 날개 굽힘 모멘트의 PSD (power spectral density) 해석을 수행하였다. PSD 해석 결과로부터 총 비행시간 동안 날개에 작용하는 굽힘 모멘트의 확률분포를 구할 수 있으며, 이에 의한 날개의 파손확률은 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation)을 통해 계산하게 된다.

† 한국항공우주연구원
E-mail : tukim@kari.re.kr
TEL : (042)860-2025 FAX : (042)860-2009
* 한국항공우주연구원

## 2. 기본 이론

### 2.1 돌풍 모델

대기 중에 존재하는 돌풍은 Fig. 1과 같이 불규칙하고 연속적인 특성을 가진다. 돌풍의 PSD 함수로는 von Kármán PSD 와 Dryden PSD 가 널리 사용되며, FAR 25(1)의 관련 규정에서는 전자를 제시하고 있다. 본 논문에서는 식 (1)의 von Kármán PSD 를 해석에 사용하였다.

$$\Phi_{W_G}(\omega) = \frac{\sigma_{W_G}^2 \tau_g}{\pi} \frac{1+(8/3)[1.339\tau_g \omega]^2}{\left[1+(1.339\tau_g \omega)^2\right]^{11/6}} \tag{1}$$

여기서 $\tau_g = L_g / V$ 로 정의되며, $L_g$ 는 scale of turbulence, $V$ 는 비행 속도를 나타낸다.

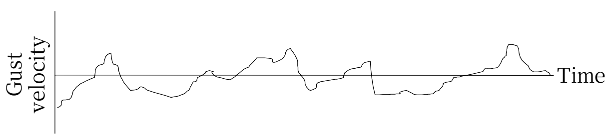


**Fig. 1** Gust profile.

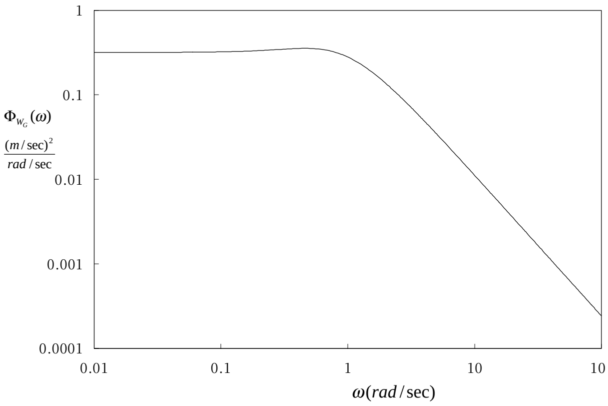


**Fig. 2** Von Kármán PSD function.

돌풍 PSD 의 예로, Fig. 2에 $\sigma_{W_G}^2$ 와 $\tau_g$ 가 1 일 때의 von Kármán PSD 를 log-log plot 으로 나타내었다. 한편 돌풍에 의한 비행체의 응답은 power spectral analysis 를 통해 구할 수 있는데, 모멘트, 가속도, 변위, 변형률 등 사용자가 지정하는 물리량에 대해 전달함수, PSD 함수, RMS 값 등을 얻게 된다. 전체 시스템을 선형이라 가정하면, 응답의 PSD 함수는 식 (2)와 같이 정의할 수 있다.

$$\Phi_\psi(\omega) = \left|H(\omega)\right|^2 \Phi_{W_G}(\omega) \qquad (2)$$

여기서 $H(\omega)$ 는 주파수 전달함수(frequency response function)이고, $\Phi_{W_G}(\omega)$ 와 $\Phi_\psi(\omega)$ 는 각각 돌풍과 비행체 응답을 나타내는 PSD 함수이다.

### 2.2 Probability of Exceedance

임의의 데이터가 stationary Gaussian random process 를 따를 때, 단위 시간 동안 특정한 값, $y$ 를 초과하는 횟수는 식 (3)과 같이 정의된다.(2)

$$N(y) = N_0 \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \qquad (3)$$

식 (3)을 돌풍응답에 적용하면

$$N(y) = N_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(y/\overline{A})^2}{\sigma_w^2}\right) \qquad (4)$$

여기서 $N_0$ 는 $y = 0$ 을 초과하는 횟수이고, $\overline{A}$ 는 돌풍과 응답 RMS 값의 비를 나타낸다. 이 값들은 식 (5)를 이용하여 계산할 수 있다.

$$\overline{A}^2 = \frac{\int_0^\infty \Phi_\psi(f)df}{\int_0^\infty \Phi_{W_G}(f)df} \quad , \quad N_0^2 = \frac{\int_0^\infty f^2\Phi_\psi(f)df}{\int_0^\infty \Phi_\psi(f)df} \qquad (5)$$

실제 계산에서는 식 (5)의 적분 구간을 만족시킬 수 없기 때문에, 적절한 주파수를 상한으로 설정하여 적분하게 된다. 이는 돌풍 PSD 의 강도가 고주파 영역에서는 약하기 때문에, 식 (5)의 계산에 미치는 영향이 매우 작기 때문이다.

한편, $N(y)$ 는 특정 수준을 빈도를 나타내는 것이므로, 이를 특정 수준을 넘는 확률인 $P(y)$ (probability of exceedance)로 변환하기 위해서는 다음의 개념을 도입하여야 한다. 예를 들어, $N(y)$ 로 $10^{-4}/h$ 가 주어진다면 10 시간 동안의 비행 중에 $y$ 를 초과할 확률은 $10^{-3}$ 으로 계산할 수 있다. 그러나 $y$ 가 아주 작은 값일 때에는 $N(y)$ 의 값이 상당히 커질 것이기 때문에, 비행시간을 단순히 곱할 경우 확률이 1 이 넘는 경우가 발생할 수 있을 것이다. 확률은 1 보다 클 수 없기 때문에, $N(y)$ 를 $P(y)$ 로 변환하는 데는 일반적으로 다음 식을 이용한다.(3)

$$P(y) = 1 - e^{-\lambda t} \qquad (6)$$

여기서 $t$ 는 비행 시간, $\lambda$ 는 frequency of exceedance 를 나타낸다.

## 3. 돌풍응답 해석

### 3.1 PSD 해석

해석을 위해 Fig. 3과 같이 cantilever 형상의 날개를 사용하였다. wing box 는 Graphite-epoxy 로 만들어진 복합재 평판으로, 적층 순서(stacking sequence)는 $[90/\pm45/0]_{2s}$ 이고 각 층의 두께는 0.018cm 로 균일하다. 한편 복합재의 물성치는 다음과 같으며, 특히 $E_1$, $E_2$, $G_{12}$, $\nu_{12}$ 는 불확실성을 가지는 변수들로 아래의 값은 공칭값(nominal value)을 의미한다.

$E_1 = 132.16\,GPa$, $E_2 = 8.65\,GPa$, $G_{12} = 4.12\,GPa$
$\nu_{12} = 0.3$, $\rho = 1.59\,g/cm^3$
$X_T = 1.13\,GPa$ , $X_C = 1.19\,GPa$
$Y_T = 31.40\,MPa$ , $Y_C = 81.90\,MPa$
$S = 74.18\,MPa$

해석의 첫 단계로, 날개의 모드해석을 수행하였다. 이를 통해, 돌풍응답에 큰 영향을 미치는 모드와 해당 주파수 범위를 파악하고, PSD 해석에 사용할 모드 개수를 결정하게 된다. Fig. 4는 해석 결과로 얻은 저차 6 개까지의 고유 모드와 진동수를 나타내고 있다. 고주파 영역으로 갈수록 돌풍 PSD 의 강도가 약해지고, 수직 방향의 돌풍에는 굽힘 모드가 응답에 가장 큰 영향을 미치므로 돌풍응답 해석에는 총 6 개의 모드를 이용하게 된다.

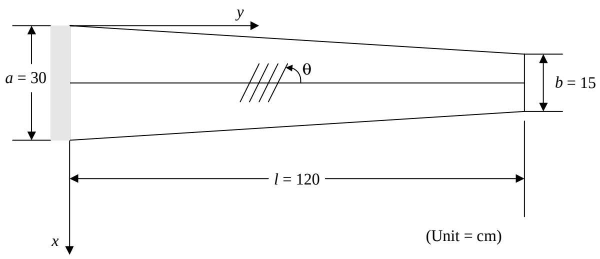


**Fig. 3** Geometry and coordinate system of wing.

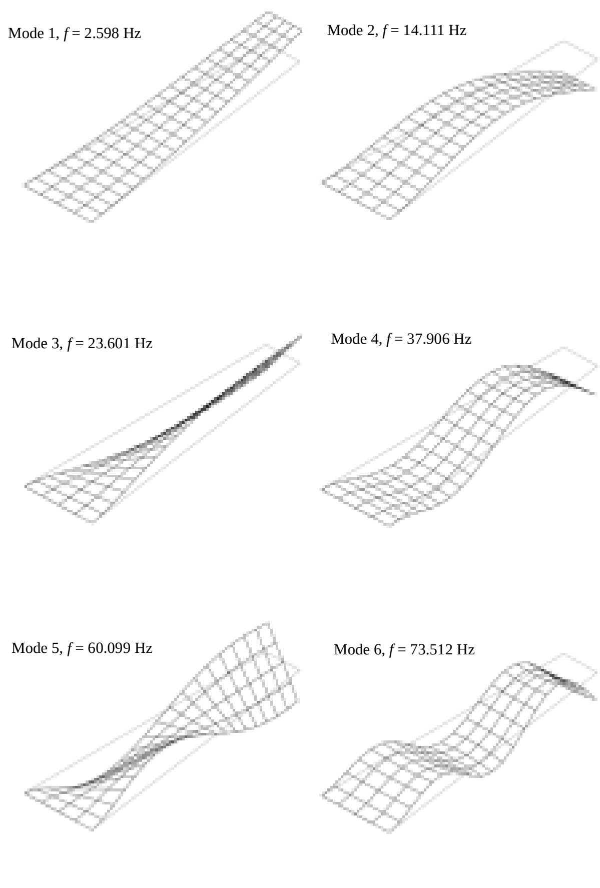


**Fig. 4** Natural frequency and mode shapes.

한편, 날개에 작용하는 돌풍하중은 wing root 에서의 굽힘 모멘트로 표현된다. 해석에 사용한 돌풍 PSD 의 주요 parameter 는 다음과 같다.

V = 15 m/sec, $\sigma_{W_G}$ = 0.3048 m/sec, $L_g$ = 762 m

돌풍응답 해석을 통해 굽힘 모멘트의 PSD 함수, $N_0$ 와 $\overline{A}$ 를 구하고, 이 결과를 이용하여 확률분포 모델을 구성하게 된다. Fig. 5는 해석 결과로 얻은 굽힘 모멘트의 PSD 를 그래프로 나타낸 것이다. 고유 진동수 근처에서 모멘트의 peak 가 발생하며, 이 경향은 굽힘 모드일 때 더 뚜렷함을 알 수 있다.

3.2 확률분포함수

돌풍에 의해 유발되는 굽힘 모멘트의 확률분포함수(cumulative distribution function, CDF), $F_Y(y)$ 는 식 (7)에 의해 구할 수 있다.

$$F_Y(y) = P(y < y_1) = 1 - (1 - e^{-\lambda t}) = e^{-\lambda t} \tag{7}$$

몬테카를로 시뮬레이션을 위해서는 확률밀도함수(probability distribution function, PDF)를 구해야 하는데, 이는 식 (7)을 확률변수에 대해 미분함으로써 얻게 된다.

$$\begin{aligned} f_Y(y) &= \frac{dF_Y(y)}{dy} \\ &= -t\, e^{-\lambda t} \cdot N_0 \left[ -\frac{y}{(\overline{A}\sigma_w)^2} \exp\left( -\frac{1}{2} \frac{(y/\overline{A})^2}{\sigma_w^2} \right) \right] \end{aligned} \tag{8}$$

식 (7)과 (8)을 이용하여 구한 굽힘 모멘트의 확률분포함수와 확률밀도함수의 그래프를 Fig. 6에 나타내었다.

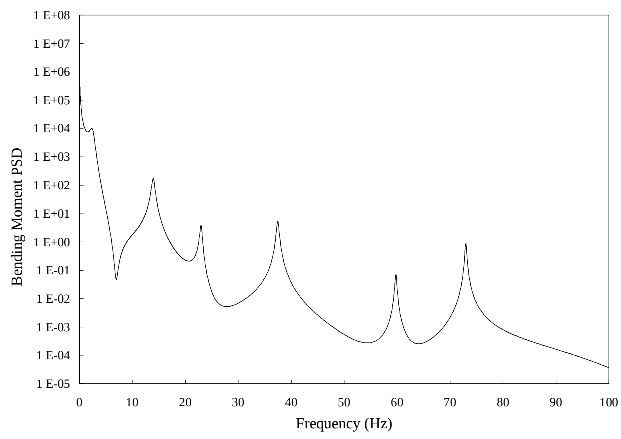


**Fig. 5** PSD for wing root bending moment.

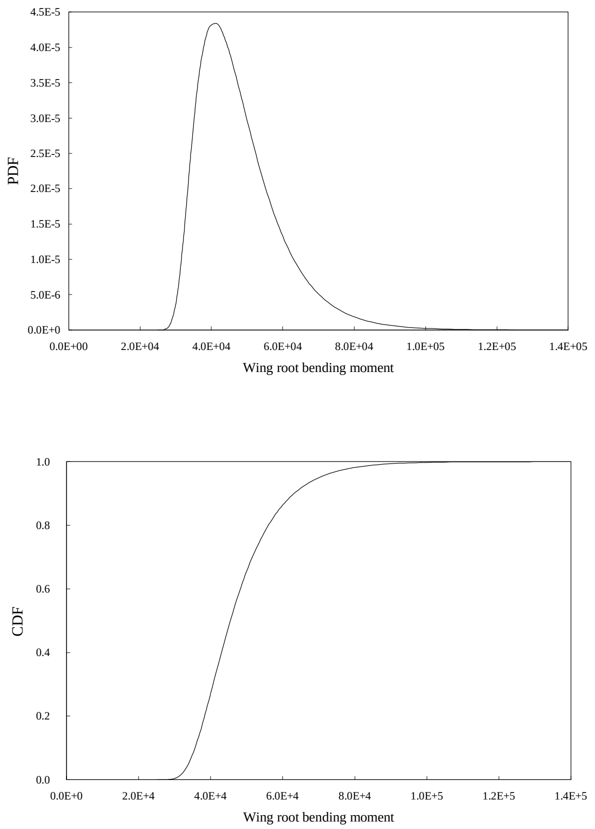


**Fig. 6** PDF and CDF of wing root bending moment.

## 4. 파손확률

### 4.1 파괴 기준

본 논문에서는 돌풍에 의한 날개의 구조하중을 wing root 에서의 굽힘 모멘트로 단순화하였다. 이 모멘트에 의한 날개의 파손확률을 구하기 위해, wing box 를 구성하는 복합재 적층판의 파손 기준 (failure criterion)을 계산하게 된다. Tsai-Hill 기준[4]에 의하면, 파손은 식 (9)를 만족할 때 발생한다고 알려져 있다. 즉, 각 층별로 식 (9)를 계산하여, 어느 한 층이라도 조건을 만족하면 파손이 일어났다고 판정하였다.

$$g(\sigma)=\frac{\sigma_1^2}{X^2}+\frac{\sigma_2^2}{Y^2}-\frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2}+\frac{\tau_{12}^2}{S^2}-1\geq 0 \qquad (9)$$

여기서 $X$, $Y$, $S$ 는 lamina 의 강도이고, $\sigma_1$, $\sigma_2$, $\tau_{12}$ 는 섬유방향 좌표축(principal material axes)에 대한 응력 성분이다. 각 응력의 계산에는 고전 적층 이론(classical lamination theory)를 사용하였다.

### 4.2 몬테카를로 시뮬레이션

파손 확률의 계산은 Monte Carlo simulation 을 이용하게 된다. 이를 위해서는 먼저 주어진 확률분포를 만족하는 확률변수를 생성해야 하는데, 굽힘 모멘트 변수의 생성에는 inverse CDF method[5]를 이용하였다. 이 방법에서는 0 과 1 사이의 랜덤 변수, $u_i$ 를 생성하고 식 (10)을 풀게 되면 주어진 확률함수를 만족하는 변수 $y_i$ 가 구해지게 된다.

$$y_i = F_Y^{-1}(u_i) \qquad (10)$$

또한, 불확실성을 갖는 복합재의 물성치는 정규분포(normal distribution)를 보인다고 가정하였으며, 표준편차는 공칭값의 10%로 설정하였다. 각 확률변수들에 8,000 개의 표본을 만들고, 식 (9)의 파손 기준을 계산하게 된다. 총 $N$ 개의 표본에 대해, 파손 기준을 만족하는 표본의 수가 $N_f$ 라면 파손 확률은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$p_f = \frac{N_f}{N} \qquad (11)$$

$\sigma_{W_G}$ = 0.3048 m/sec 에 대해, 파손확률은 0.0914 로 계산되었으며, Fig. 7은 돌풍 속도의 RMS 값을 변화시키며 파손확률을 계산한 결과를 나타낸 것이다. RMS 값이 증가함에 따라 파손확률이 비선형적으로 증가함을 알 수 있다.

한편, 물성치의 불확실성이 파손확률에 미치는 영향을 파악하기 위해, 각 물성치가 고정된 값을 가진다고 가정하고 파손확률을 계산하였다. Table 1 은 그 결과를 나타낸 것이며, 파손확률은 불확실성을 고려할 경우와 비교하여 최대 100%가 넘는 차이를 보이기도 하였다. 따라서 물성치의 불확실성이 구조 안전성 평가의 중요한 요소임을 알 수 있다.

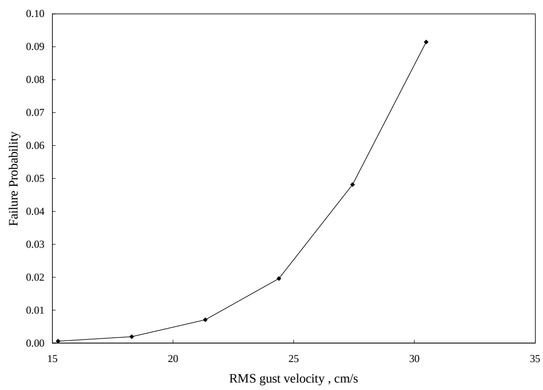


**Fig. 7** Failure probability with RMS gust velocity.

**Table 1** Comparison of failure probability

| RMS gust velocity (cm/sec) | $P_f$ with nominal properties | $P_f$ with uncertain properties | $\Delta P_f$(%) |
|---|---|---|---|
| 15.24 | 0.0003 | 0.0006 | 100.00 |
| 18.29 | 0.0010 | 0.0019 | 90.00 |
| 21.34 | 0.0047 | 0.0071 | 51.06 |
| 24.38 | 0.0097 | 0.0196 | 102.06 |
| 27.43 | 0.0280 | 0.0481 | 71.79 |
| 30.48 | 0.0661 | 0.0914 | 38.28 |

## 5. 결 론

본 논문에서는 돌풍에 의한 복합재 날개의 파손확률을 해석하였다. 날개의 모드해석과 주파수 응답해석을 통해, 돌풍에 의한 날개 굽힘 모멘트의 확률모델을 결정하고, 최종적인 파손확률은 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 계산하였다. 본 연구결과를 바탕으로 돌풍하중을 최소화하는 구조 최적화와 능동제어 기법에 대한 연구가 진행 중이다.

## 참고문헌

(1) Code of Federal Regulations No. 14, Aeronautics and Space, part 25, 1993.
(2) Bendat, J. S. and Piersol, A. G., 2000, *Random Data : Analysis and Measurement Procedures*, Wiley, New York.
(3) Feller, W., 1950, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Wiley, New York.
(4) Jones, R. M., 1975, *Mechanics of Composite Materilas*, McGraw-Hill, Tokyo.
(5) Haldar, A., and Mahadevan, S., 2000, *Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, Wiley, New York.