

## 전동기 고성능 속도제어를 위한 관성추정 알고리즘

이규범, 최종우, 김흥근  
경북대학교

### Inertia Identification Algorithm for High Performance Speed Control of Electric Motor

Kyu-Bum Lee, Jong-Woo Choi, Heung-Geun Kim  
Kyung-Pook National University

#### ABSTRACT

In this paper, a new technique of inertia identification using recursive least square algorithm and full order estimator is proposed. The speed response is sensitive to variation in machine parameters especially the moment of inertia. The effectiveness of the method has been verified by simulations.

#### 1. 서 론

속도제어기의 이득을 최적으로 선정하는 것은 우수한 특성의 속도제어를 수행하기 위한 전제조건이다. 이때 전동기를 포함한 시스템 전체의 관성을 정확히 아는 것이 필수적이다. 운동방정식에서 알 수 있듯이 관성과 부하토크는 따로 분리하여 생각 할 수 없고 반드시 함께 고려되어야만 한다. 그러므로 관성을 실시간으로 추정하는 것은 상당히 어렵다.<sup>[1-5]</sup> 관성을 실시간으로 추정하기 위하여 칼만필터(Kalman Filter), RELS(Recursive Extended Least square), ROELO (Reduced-Order Extended Luen-berger observer) 등이 제안되어졌다.<sup>[6-11]</sup>

이 논문에서는 속도제어를 위하여 전차원 추정기를 사용하였으며 관성을 추정하기 위하여 새로운 방법을 제시하였다. 제안한 알고리즘을 적용한 시뮬레이션을 통하여 고성능 속도제어를 보임으로써 관성의 오차에 강인함을 검증하였다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 기계적방정식의 모델링과 전차원 추정기

전동기 기계계는 그림 1처럼 모델링 되고 식 (1)과 같이 표현된다.

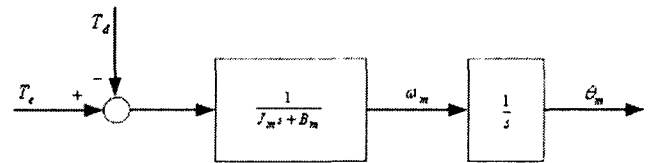


그림 1 전동기 기계계의 모델링  
Fig. 1 Dynamic model of mechanical system

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad y = Cx \quad (1)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_m} & -\frac{1}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0], \quad x = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \\ T_d \end{bmatrix}$$

$$y = \theta_m, \quad u = T_e$$

$\theta_m$ : 각 위치[rad],  $\omega_m$ : 각속도[rad/sec]

$T_e$ : 구동토크[N·m],  $J_m$ : 관성[N·m·sec<sup>2</sup>]

$T_d$ : 부하토크[N·m],  $B_m$ : 마찰계수[N·m·sec]

이다.

식 (1)의 상태 방정식으로부터 관측기를 구성하면 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}}_m \\ \dot{\hat{\omega}}_m \\ \dot{\hat{T}}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{\hat{B}_m}{\hat{J}_m} & -\frac{1}{\hat{J}_m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m \\ \hat{\omega}_m \\ \hat{T}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} T_e + K \left( \theta_m - [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m \\ \hat{\omega}_m \\ \hat{T}_d \end{bmatrix} \right) \quad (2)$$

여기서,  $K = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]^T$  는 관측기극점, 즉 비례 이득이다. 비례 이득을 계산하기 위하여 식 (1)의 특성방정식을 계산하면 식 (3)이 된다.

$$\det[s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})] = s^3 + \frac{k_1 J_m + B_m}{J_m} s^2 + \frac{k_2 J_m + k_1 B_m}{J_m} s - \frac{k_3}{J_m} = 0 \quad (3)$$

추정기 오차 특성 방정식의 근을  $s_i = \beta_1, \beta_2, \beta_3$  라고 두면 식 (4)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \alpha_c(s) &= (s - \beta_1)(s - \beta_2)(s - \beta_3) \\ &= s^3 - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)s^2 + (\beta_1\beta_2 + \beta_2\beta_3 + \beta_3\beta_1)s - \beta_1\beta_2\beta_3 = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

식 (3)과 식 (4)를 비교하여 비례이득을 구하면 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} k_1 &= -(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) - \frac{B_m}{J_m} \\ k_2 &= (\beta_1\beta_2 + \beta_2\beta_3 + \beta_3\beta_1) + (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \frac{B_m}{J_m} + \left(\frac{B_m}{J_m}\right)^2 \\ k_3 &= \beta_1\beta_2\beta_3 J_m \end{aligned} \quad (5)$$

만일, 특성방정식의근을  $\beta = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3$  라 두고  $B_m \approx 0$  이면 비례이득은 식 (6)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} k_1 &= -3\beta \\ k_2 &= 3\beta^2 \\ k_3 &= \beta^3 J_m \end{aligned} \quad (6)$$

## 2.2 최소 자승법을 이용한 관성추정 알고리즘

시스템과 관측기를 수식으로 나타내면 식 (7), 식 (8)과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\dot{\theta}_m = \omega_m, \quad \dot{\omega}_m = \frac{1}{J_m}(T_e - T_d), \quad \dot{T}_d = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_m &= \hat{\omega}_m + k_1(\theta_m - \hat{\theta}_m) & \dot{\hat{\omega}}_m &= \frac{1}{J_m}(T_e - \hat{T}_d) + k_2(\theta_m - \hat{\theta}_m) \\ \dot{\hat{T}}_d &= k_3(\theta_m - \hat{\theta}_m) \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)과 식 (8)을 라플라스 변환하여, 두 식을 빼면 식 (9)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} s\Delta\theta_m(s) &= \Delta\omega_m(s) - k_1\Delta\theta_m(s) \\ s\Delta\omega_m(s) &= \frac{1}{J_m}(T_e(s) - T_d(s)) - \frac{1}{J_m}(T_e(s) - \hat{T}_d(s)) - k_2\Delta\theta_m(s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{J_m}(T_e(s) - T_d(s)) - \frac{1}{J_m}(T_e(s) - T_d(s) + T_d(s) - \hat{T}_d(s)) \\ &\quad - k_2\Delta\theta_m(s) \\ &= \left(\frac{1}{J_m} - \frac{1}{J_m}\right)(T_e(s) - T_d(s)) - \frac{1}{J_m}\Delta T_d(s) - k_2\Delta\theta_m(s) \\ s\Delta T_d(s) &= -k_3\Delta\theta_m(s) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$$\Delta\theta_m(s) = \theta_m(s) - \hat{\theta}_m, \quad \Delta\omega_m(s) = \omega_m(s) - \hat{\omega}_m, \quad \Delta T_d(s) = T_d(s) - \hat{T}_d(s)$$

이다. 그리고 식 (9)에서  $s\Delta\theta_m(s)$  에  $s, s^2$ 를 곱하고, 정리하면 식 (10) 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} s\Delta\theta_m(s) &= \Delta\omega_m(s) - k_1\Delta\theta_m(s) \\ s^2\Delta\theta_m(s) &= s\Delta\omega_m(s) - k_1s\Delta\theta_m(s) \\ &= \left(\frac{1}{J_m} - \frac{1}{J_m}\right)(T_e(s) - T_d(s)) - \frac{1}{J_m}\Delta T_d(s) \\ &\quad - k_2\Delta\theta_m(s) - k_1s\Delta\theta_m(s) \\ s^3\Delta\theta_m(s) &= \left(\frac{1}{J_m} - \frac{1}{J_m}\right)s(T_e(s) - T_d(s)) - \frac{1}{J_m}s\Delta T_d(s) \\ &\quad - k_2s\Delta\theta_m(s) - k_1s^2\Delta\theta_m(s) \\ &= \left(\frac{1}{J_m} - \frac{1}{J_m}\right)s(T_e(s) - T_d(s)) + \frac{k_3}{J_m}\Delta\theta_m(s) \\ &\quad - k_2s\Delta\theta_m(s) - k_1s^2\Delta\theta_m(s) \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 식 (10)을 이용하여  $\Delta\theta_m(s)$ 를 구하면 식 (11)과 같다.

$$\Delta\theta_m(s) = a \cdot f(s) \quad (11)$$

여기서,

$$a = \left(1 - \frac{J_m}{\hat{J}_m}\right), \quad f(s) = \frac{s^3}{s^3 + k_1s^2 + k_2s - \frac{k_3}{\hat{J}_m}} \theta_m(s)$$

이다.

식 (11)에서  $f(s)$ 는  $\theta_m(s)$ 를 필터링 한 값이다. 따라서  $\Delta\theta_m(s)$ 을 출력 값,  $f(s)$ 을 입력 값이라고 한다면 최소 자승법을 이용하여  $a$ 을 실시간으로 추정 할 수 있다.  $a$ 를 추정 할 수 있다면 관성 또한 실시간으로 추정 할 수 있다.

최소 자승법을 이용한 관성추정 알고리즘을 블록도로 나타내면 그림 2와 같이 된다.

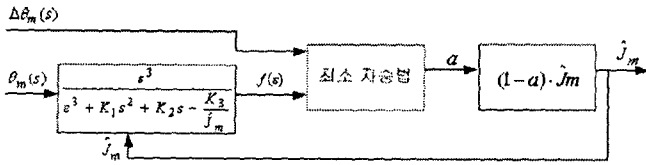


그림 2 최소 자승법을 이용한 관성추정 알고리즘  
Fig. 2 Inertia Identification algorithm using the least square

### 3. 시뮬레이션

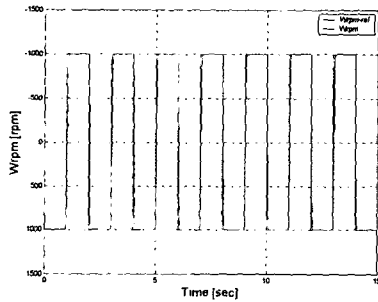
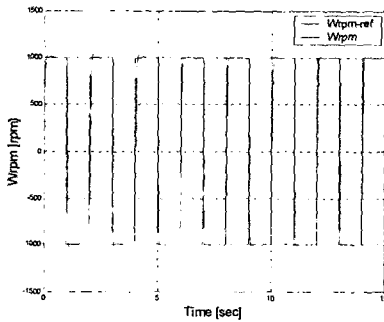
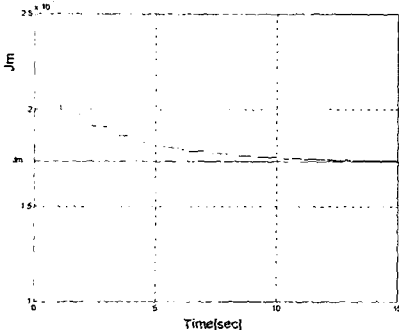


그림 3.  $\hat{J}_m = J_m$  일 경우 계단 속도 응답(1000↔-1000rpm)  
Fig. 3 The speed response in case of  $\hat{J}_m = J_m$

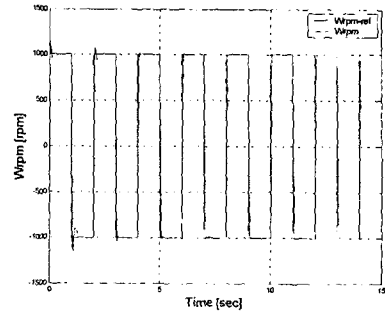


(a) 계단 속도 응답(1000↔-1000rpm)  
(a) The speed response (1000↔-1000rpm)

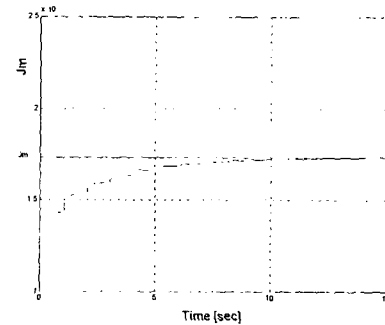


(b)  $\hat{J}_m$  추정  
(b) Estimation of  $\hat{J}_m$

그림 4.  $\hat{J}_m = J_m \times 1.2$  인 경우  
Fig. 4 in case of  $\hat{J}_m = J_m \times 1.2$



(a) 계단 속도 응답(1000↔-1000rpm)  
(a) The speed response (1000↔-1000rpm)



(b)  $\hat{J}_m$  추정  
(b) Estimation of  $\hat{J}_m$

그림 5.  $\hat{J}_m = J_m \times 0.8$  인 경우  
Fig. 5 in case of  $\hat{J}_m = J_m \times 0.8$

그림 3은  $J_m$  이 정확한 경우 기준속도를 1000↔-1000rpm으로 계단 변경시켰을 때의 속도 응답을 나타내는 파형이다.

그림 4는  $J_m$  이 20% 오차를 가진 경우에 기준속도를 1000↔-1000rpm으로 계단 변경시켰을 때의 속도 응답(그림 4(a))과  $\hat{J}_m$  추정(그림 4(b)) 곡선을 나타내는 파형이다.  $J_m$  에 20%오차가 있기 때문에  $\hat{J}_m$  의 초기값은 0.002  $[N \cdot m \cdot sec^2]$  이며 12초정도에 최종적으로 실제값 ( $J_{m\_real} = 0.00173[N \cdot m \cdot sec^2]$ )에 수렴하는 것을 볼 수 있다.

그림 5는  $J_m$  이 -20% 오차를 가진 경우에 기준속도를 1000↔-1000rpm으로 계단 변경시켰을 때의 속도 응답(그림 5(a))과  $\hat{J}_m$  추정(그림 5(b)) 곡선을 나타내는 파형이다.  $J_m$  에 -20%오차가 있기 때문에  $\hat{J}_m$  의 초기값은 0.0013  $[N \cdot m \cdot sec^2]$  이며 12초정도에 최종적으로 실제값 ( $J_{m\_real} = 0.00173[N \cdot m \cdot sec^2]$ )에 수렴하는 것을 볼 수 있다.

## 4. 결 론

본 논문에서는 전동기 가변속 구동 시스템에 있어서 속도제어 성능을 향상시키기 위하여 최소자승법을 이용한 관성 추정 알고리즘을 적용하였다. 제안된 알고리즘의 타당성을 위하여 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. 시뮬레이션 결과는 관성에 오차가 있더라도 제안된 알고리즘을 적용함으로써 우수한 속도제어기를 구현할 수 있다는 것을 보여주고 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] Yang, S.-M., and Ke, S.-J. "Performance evaluation of a velocity observer for accurate velocity estimation of servo motor drives", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 2000, 36, (1)
- [2] Kwon, T.-J., and Hyun, D.-S. "High-performance speed control of electric machine using low-precision shaft encoder", *IEEE Trans. Power Electron.*, 1999, 14, (5), pp. 838-849
- [3] Song, S.-H., and Sul, S.-K. "An instantaneous speed observer for lowspeed control of AC machine". *APEC'98*, 1998, pp.581-586
- [4] Kim, H.-W., and Sul, S.-K. "A new motor speed estimator using Kalman filter in low speed range", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 1996, 43, (4), pp. 498-504
- [5] Hori, Y., Umeno, T., Uchida, T., and Konno, Y. "An instantaneous speed observer for high performance control of DC servomotor using DSP and low precision shaft encoder". *EPE'91*, 1991, Vol. 3, pp. 647-652
- [6] Awaya, I., Yoshiki, Miyake, I., and Ito, M. "New motion control with inertia identification function using disturbance observer" *IECON'92*, pp. 77-81
- [7] Kim, N.-J., Moon, H.-S., and Hyun, D.-S. "Inertia identification for the speed observer of the low speed control of induction machines", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 1996, 32, (6), pp. 1371-1379
- [8] Hong, S.-J., Kim, H.-W., and Sul, S.-K. "A novel inertia identification method for speed control of electric machine". *IECON'96*, pp. 1234-1239
- [9] Song, J., Lee, K.-B., Song, J.-H., Choy, I., and Kim, K.-B. "Sensorless vector control of induction motor using a novel reduced-order extended Luenberger observer". *IAS2000*, 2000, (CD format)
- [10] Zordan, M., Vas, P., Rashed, M., Bolognani, S., and Zigliotto, M. "Field-weakening in high-performance PMSM drives: a comparative analysis". *IAS2000*, 2000, (C D format)
- [11] Lee, K.-B., Yoo, J.-Y., Song, J.-H., Choy, I. "Electric Power Applications, IEE Proceedings- , Volume: 151 , Issue: 1 , 9 Jan. 2004, pp. 116-120