

# 직류모터의 속도 제어를 위한 PID 제어기 동조

소명옥\* · 이윤형\*\* · 안종갑\*\* · 최우철\*\*

\*한국해양대학교 선박전자기공학과 교수, \*\*한국해양대학교 대학원

## PID controller tuning of DC motor for speed control

Myung-Ok So\* · Yun-Hyung Lee\*\* · Jong-Kap Ahn\*\* · Woo-Chul Choi\*\*

\* Division of Mechatronics Engineering, National Korea Maritime University, Pusan 606-791, Korea

\*\*Graduate school of National Korea Maritime University, Pusan 606-791, Korea

**요 약 :** 이 논문에서는 모델조정기법과 실수코딩 유전알고리즘을 이용하여 주어진 직류모터 시스템의 파라미터를 추정하였다. 종래에는 Ziegler-Nichols(Z-N)동조법, Cohen-Coon(C-C)동조법, IMC(Internal model control)동조법, Lopez ITAE(L-ITAE)동조법과 같이 경험적이고 실험적인 많은 방법들이 제안되었다. 본 논문에서는 실수코딩 유전알고리즘을 이용하여 PID 제어기의 파라미터들을 동조하는 방법을 제안하고 시뮬레이션과 실험을 통해 제안한 제어기의 성능을 증명하였다.

**핵심용어 :** 직류모터, 실수코딩 유전알고리즘, PID 제어기, 동조

**ABSTRACT :** In this paper, parameters of a given DC motor system are estimated using the model adjustment technique and the real coded genetic algorithm(RCGA) technique. A number of tuning methods, based on experience and experiment, such as Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, IMC, L-ITAE Method have been proposed to obtain parameters for the PID controller. This paper proposes estimating parameters of PID controller using RCGA. The performance of the proposed algorithm is demonstrated through simulations and experiences.

**KEY WORDS :** direct current motor, real-coded genetic algorithm, PID controller, tuning

### 1. 서 론

속도제어가 비교적 쉬운 직류 모터가 최근 큰 관심의 대상이 되고 있는 로봇 분야에서 많이 사용되고 있으며, 산업 현장에서는 아직도 PID 제어기가 산업공정을 비롯한 석유, 화학 등의 다양한 분야에서 많이 이용되고 있다(Nozaka, 1993). 이것은 구조가 단순하여 하드웨어적으로 실현하기가 쉽고 동조할 파라미터의 수가 적어 다루기가 용이하기 때문이다. 경험적이고 실험적인 제어기 설계기법들은 실제 시스템에서 정확한 파라미터를 결정하기가 어렵다. 이런 문제점을 보완하면서 불확실한 시스템의 PID 제어기의 파라미터를 결정하는 방법으로는 릴레이 케환입력에 대한 응답을 이용하는 방법(Astrom 외, 1984), 초기 파라미터의 실시간 적응동조 방법(Yamamoto, 1995), 패턴을 이용한 전문가 동조법

(Bristol, 1977), 모델기반 동조법 등이 있다. 최근에는 진화적 기법을 이용하여 오프라인으로 최적의 파라미터를 구하고자 하는 연구가 진행되고 있다. 본 논문에서는 추종성능이 좋고 적응성이 강한 PID 제어기를 설계하기 위해 실수코딩 유전알고리즘(Real-coded Genetic Algorithm; RCGA)을 이용하는 방법을 제안한다(Jin 외, 2000). 직류 모터의 비교적 정확한 모델링을 얻기 위해 시스템의 입출력 데이터와 실수코딩 유전알고리즘을 이용하여 수학적 모델링을 실시하고, 기존의 제어기 동조 규칙과 RCGA를 이용한 동조 규칙을 Feedback 사의 "Precision Servo Workshop 33-008" 직류 모터 실험장치에 적용하여 제안한 제어기 동조법의 우수성을 시뮬레이션과 실험을 통해 검증하고자 한다.

### 2. 직류 모터의 모델링과 파라미터 추정

#### 2.1 직류 모터의 수학적 모델링

Fig. 1과 같은 등가회로로 표현되는 전기자 전압제어 직

\*종신회원 smo@mail.hhu.ac.kr 051)410-4877

\*\*정회원 domsc@hanmail.net 051)410-4877

\*\*정회원 jjongabi@bada.hhu.ac.kr 051)410-4877

\*\*정회원 hsf17@hanmail.net 051)410-4877

류 모터의 입력전압  $U_m(s)$ 와 출력 회전속도  $\Omega_m(s)$ 의 관계를 식으로 나타내면 (1)과 같다.

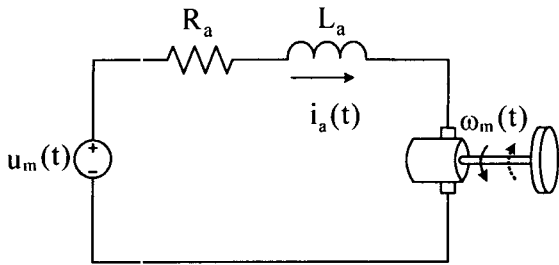


Fig. 1 Equivalent circuits of a DC motor

$$\frac{\Omega_m(s)}{U_m(s)} = \frac{k_t}{L_a J_m s^2 + (R_a J_m + L_a f)s + R_a f + k_t k_b} \quad (1)$$

일반적으로  $L_a$ 는 매우 작은 값이므로 무시하면 위식은 (2)와 같이 일차식으로 표현된다.

$$\frac{\Omega_m(s)}{U_m(s)} = \frac{k_t}{R_a J_m s + R_a f + k_t k_b} \quad (2)$$

여기에서 점성마찰, 쿨롱마찰을 무시하면 직류 모터는 다음과 같은 전형적인 선형모델로 표현될 수 있다(Kuo 외,1978).

$$\frac{\Omega_m(s)}{U_m(s)} = \frac{b_m}{s + a_m} \quad (3)$$

여기서,  $a_m = K_t K_b / R_a J_m$ ,  $b_m = K_t / R_a J_m$  이다.

## 2.2 RCGA를 이용한 모델 파라미터의 추정

유전알고리즘(GA)은 잠정적인 해 집단에서 육종(Breeding)과 선택(Selection)을 구현하기 위해 재생산, 교배, 돌연변이와 같은 유전연산자를 사용하여 개체를 개량하고, 이들 간에 정보형성과 교환을 장려하여 집단내의 개체가 해에 가까워지도록 여러 방향으로 탐색을 실행하는 최적화 탐색기법 중의 하나이다. GA는 구배(Gradient)에 기초한 탐색 알고리즘과는 달리 연속성, 미분가능성, 단봉성과 같은 탐색공간에 대한 조건을 요구하지 않고, 매우 크고 복잡한 탐색 공간에서도 전역해에 수렴하는 장점 때문에 다양한 분야에서 최적화 도구로 응용되고 있다(진강규 2000). 이러한 유전알고리즘은 사용되는 코딩 방법에 따라 크게 이진코딩(Binary coding), 실수코딩(Real number coding), 기호코딩(Symbolic coding)의 3가지로 구분할 수 있고, 전통적으로 염색체를 표현하는데 가장 많이 사용되어온 방법은 이진코딩 표현법이다. 그러나 탐색공간이 크거나, 고정밀도의 해가 필요한 경우, 제약조건이 존재할 경우에는 염색체의 길이를 크게 해야 하고 이는 연산부담으로 나타나며, 경우에 따라서는 탐색을 불가능하게 한다. 따라서 본 논문에서는 이러한 단점을 극복하고 제약조건이 있는 경우에도 적합한 실수코딩 유전알고리즘(RCGA)을 사용한다.

본 논문에서 사용한 실제 실험장치인 Feed back 사의 "Precision Servo workshop 33-008"를 간단히 블록화 하면 Fig. 2와 같다.

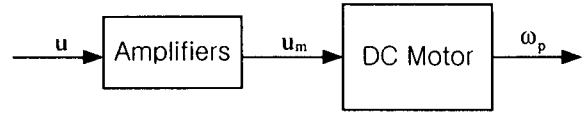


Fig. 2 Block diagram of a DC motor system

이것을 (3)을 사용해 수학적으로 표현하면 다음과 같고,  $k$ 는 정상상태 이득,  $\tau$ 는 시정수 이다.

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{b}{s + a} = \frac{k}{1 + \tau s} \quad (4)$$

본 논문에서는 직류 모터의 증폭기 앞에서 인가한 전압  $u$ 와 출력인 회전속도의 데이터를 가지고 (4)에서 미지의 파라미터인 이득  $k$ 와 시정수  $\tau$ 를 구하기 위해 Fig. 3과 같이 시스템과 모델을 병렬로 연결한 모델조정기법(Model adjustment technique)을 사용하며 조정 메카니즘으로는 RCGA가 이용된다. 이때 RCGA는 (5)의 목적함수가 최소값을 갖도록  $k$ 와  $\tau$ 를 주어진 영역에서 탐색한다.

$$J(\phi) = \int_0^{t_f} |\omega_p(t) - \omega_m(t)| dt \quad (5)$$

여기서  $\omega_p(t)$ 와  $\omega_m(t)$ 는 각각 실제 실험장치와 모델의 회전속도이고,  $t_f$ 는 최종 적분시간으로 이 시간 이후의 적분값은 무시해도 좋을 정도의 충분히 큰 시간이다.

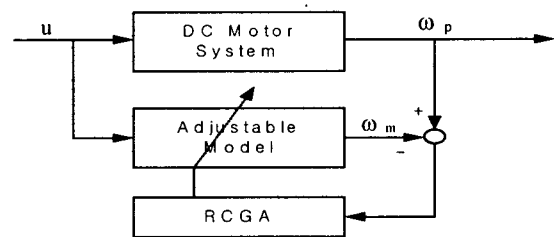
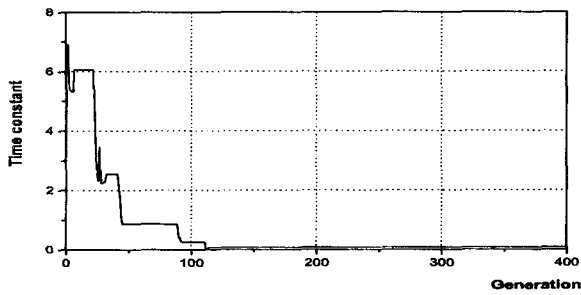
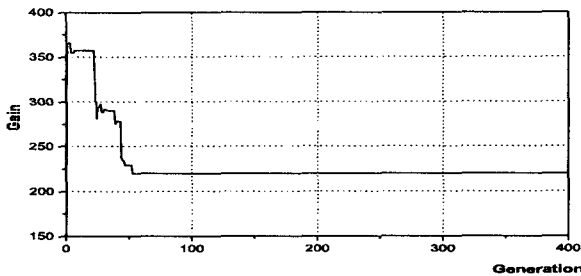


Fig. 3 Parameter estimation of a DC motor system using a RCGA

파라미터를 추정하기 위한 데이터를 만들기 위해 실험장치에 0.36[V]의 입력을 가하였고 이에 대한 출력값을 측정하였다. RCGA의 매개 변수로는 집단의 크기  $N = 40$ , 재생산계수  $\eta = 1.7$ , 교배확률  $P_c = 0.9$ , 돌연변이확률  $P_m = 0.01$ 을 선택한다.



(a) Parameter  $\tau$



(b) Parameter  $k$

Fig. 4 Parameter estimation using a RCGA

Fig. 4는 RCGA가 실험장치의 파라미터를 탐색해 가는 과정을 보여주며 최종적으로  $\tau = 0.07668$ ,  $k = 219.42$  을 얻었다.

### 2.3 모델링 검증

여러 동작점에서 모델링을 해야 하지만 본 시스템의 경우 각 동작점에서의 모델이 크게 변하지 않으므로 입력으로서  $u = 0.031 + 0.42s$  ( $0.5t$ ) +  $0.23s$  ( $1.4t$ ) +  $0.15s$  ( $2.5t$ ) 를 사용하여 실험장치와 모델의 출력을 비교하였다. Fig. 5를 통해 실제 시스템과 모델의 출력이 아주 양호하게 일치함을 확인할 수 있다. 그러나 10.5[sec] 부근에서 모델의 출력은 부드러운 곡선으로 표시되나 실제 실험장치의 회전속도가 0인 것은 실험장치의 각종 점성마찰 또는 쿨롱마찰에 의한 것으로 생각된다.

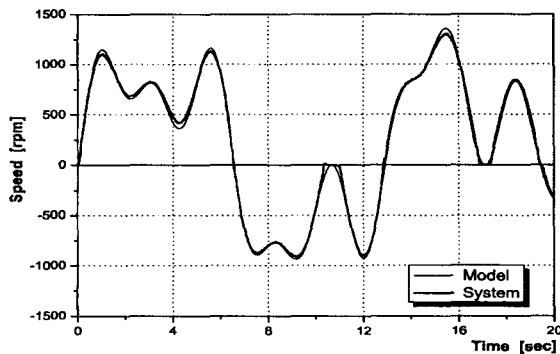


Fig. 5 Validation of estimated model

## 3. PID 제어기 설계

### 3.1 종래의 PID 제어기 동조규칙

전형적인 PID 제어시스템은 Fig. 7과 같이 PID 제어기와 제어대상으로 구성된다.

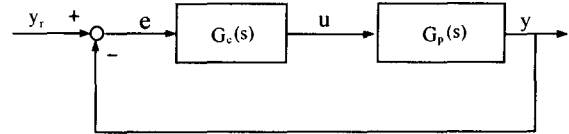


Fig. 7 Block diagram of a PID control system

PID 제어기는 비례제어, 적분제어, 미분제어의 결합으로 그 전달함수는 다음과 같다.

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (6)$$

$$\text{여기서 } K_i = \frac{K_p}{T_i}, K_d = K_p T_d$$

Table 1은 본 논문에서 제안한 제어기 동조기법과 비교하기 위해 현재까지 많이 사용되어 온 Ziegler-Nichols(Z-N)동조법(Ziegler 외, 1942), Cohen-Coon(C-C)동조법(Cohen 외, 1953), IMC(Internal model control)동조법(Morari 외, 1989), Lopez ITAE(L-ITAE)동조법으로 선정된 PID 제어기의 파라미터값을 나타낸 것이다.

Table 1 Parameter values of PID controllers

Tuning methods	Parameters		
	$K_p$	$K_i$	$K_d$
Z-N	0.030000	3.750000	0.000060
C-C	0.033646	3.490249	0.0000-8
IMC	0.020500	0.250000	0.0000-0
L-ITAE	0.015390	0.151700	0.000293

### 3.2 RCGA 기반의 동조규칙

RCGA는 염색체를 실수로 표현하며, 염색체의 실수 유전자를 PID제어기 계수와 일대일로 대응시킨다. Fig. 8은 RCGA를 이용한 모델의 PID 동조과정을 나타내며 (7)의 목적함수가 최소가 되도록 PID제어기 계수를 주어진 영역에서 탐색한다.

$$J = \int_0^{t_r} e^2(t) dt \quad (7)$$

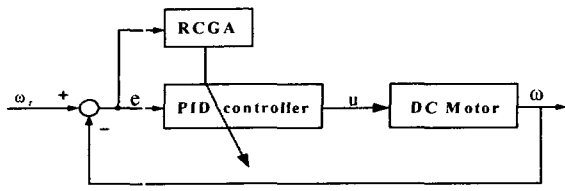
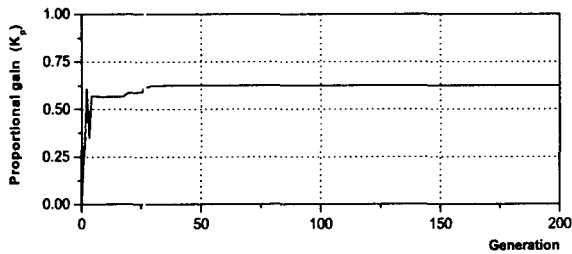
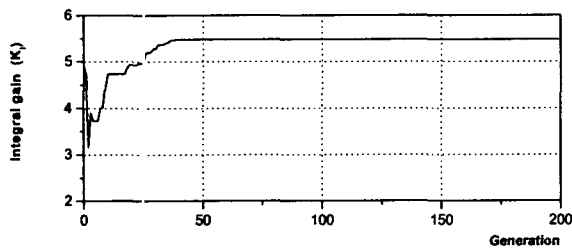


Fig. 8 RCGA-based tuning of the PID controller

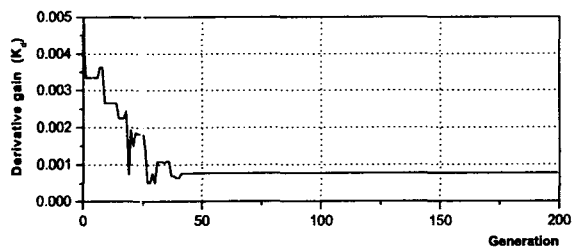
Fig. 9는 RCGA가 PID 파라미터들을 탐색해 가는 과정을 보여주고 있다. RCGA의 매개변수로는 집단의 크기  $N = 40$ , 재생산계수  $\eta = 1.7$ , 교배확률  $P_c = 0.9$ , 돌연변이 확률  $P_m = 0.05$  을 사용하였으며,  $K_p = 0.625663$ ,  $K_i = 5.477814$ ,  $K_d = 0.000769$  가 선정되었다.



(a) Parameter  $K_p$



(b) Parameter  $K_i$



(c) Parameter  $K_d$

Fig. 9 Tuning of PID controller using RCGA

#### 4. 시뮬레이션 및 실험

##### 4.1 모델에 대한 PID 제어기의 응답

Fig. 10과 Fig. 11은 종래에 많이 사용되었던 Z-N 동조법,

IMC 동조법, L-ITAE 동조법과 본 논문에서 제안한 RCGA를 이용한 PID 제어기들의 응답을 비교하여 나타낸 것이다. IMC 제어기와 L-ITAE 제어기는 각각 3초와 5초가 지나도 정상상태에 도달하지 못하는 늦은 응답을 보이고, Z-N 제어기는 IMC 제어기와 L-ITAE 제어기에 비해 빠른 응답을 보이나 RCGA 제어기에 비해 느리며 오버슈트가 크다. 제안한 RCGA 제어기는 종래의 여러 제어기에 비해 오버슈트도 없고 빠른 응답을 보이고 있다. 본 논문에서 C-C에 의한 제어기의 응답결과는 Table 1과 같이 Z-N에 의한 제어기의 파라미터 값과 비슷하여 생략하였다.

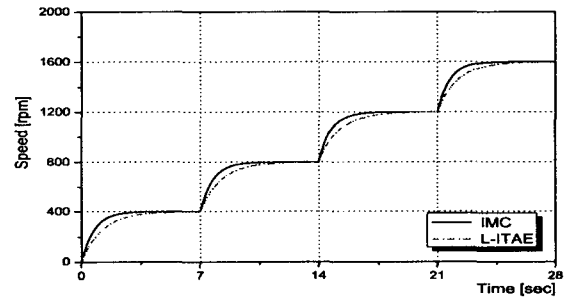


Fig. 10 Responses using IMC and L-ITAE

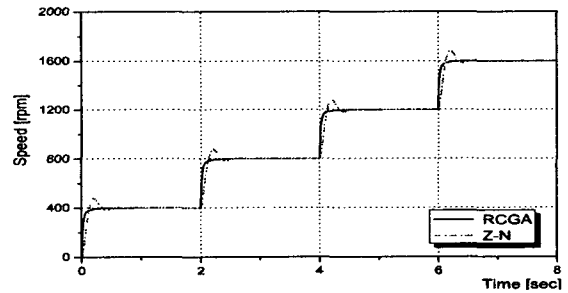


Fig. 11 Responses using RCGA and Z-N

Fig. 12는 큰 폭의 회전수 변동에 대한 RCGA를 이용한 제어기의 응답을, Fig. 13은 (8)의 임의의 기준입력에 대한 출력을 나타내었다.

$$u = 660\sin(1.5t) + 650\sin(0.7t) + 200\sin(0.25t) \quad (8)$$

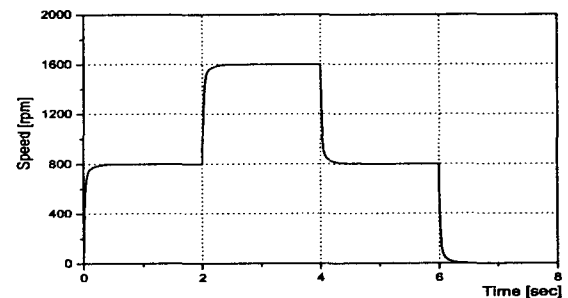
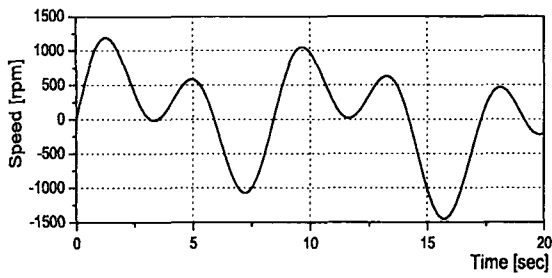
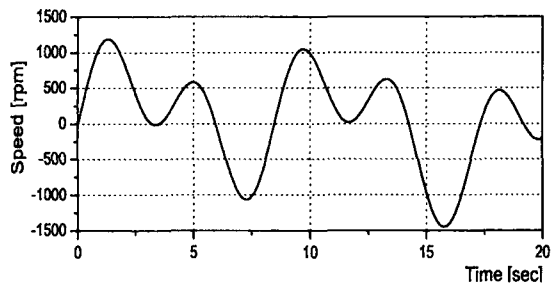


Fig. 12 Step response



(a) Reference input



(b) Response

Fig. 13 Response to reference input

#### 4.2 실험장치에 대한 PID 제어기의 응답

Fig. 14-18은 RCGA를 이용하여 설계한 PID 제어기를 실험 장치에 적용하여 응답을 나타낸 것이다. Fig. 14와 Fig. 15는 가감속의 모든 회전수영역에서 주어진 제어기가 기존의 제어기에 비해서 월등히 만족할 만한 성능을 보이고 있음을 알 수 있다.

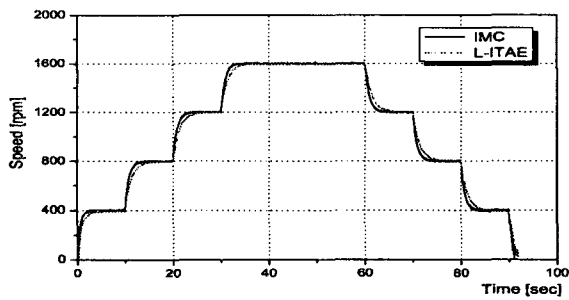


Fig. 14 Step responses using IMC and L-ITAE

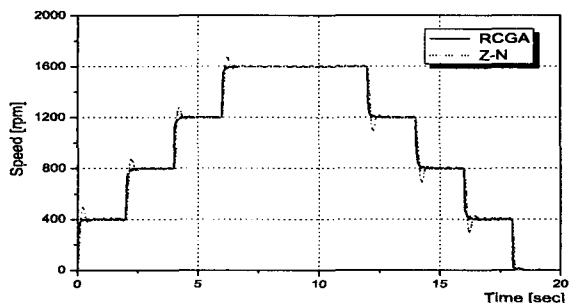


Fig. 15 Step responses using RCGA and Z-N

Fig. 16은 (8)과 같은 임의의 곡선형 기준입력에 대한 응답으로서 역시 만족할 만한 응답을 나타내고 있다.

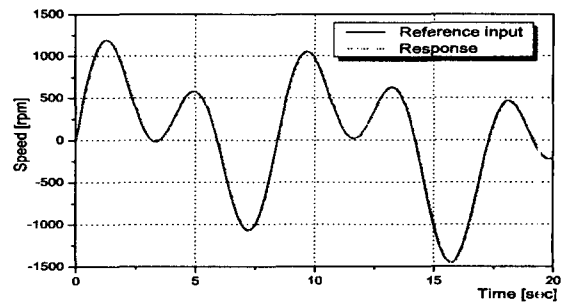


Fig 16 Response to reference input

외란에 대한 성능을 알아보기 위해 우선 500[rpm]으로 운전 중 4[sec]에서 0.5[V]에 해당하는 부하를 4초간 계단상으로 가하였다가 8[sec]에서 다시 제거하였다, 다음으로 1000[rpm]으로 운전 중 12[sec]에서 1[V]에 해당하는 부하를 4초간 계단상으로 제거하였다가 16[sec]에서 다시 부하를 투입해 보았다. Fig. 17에서 보듯이 외란이 시작되는 4[sec]와 12[sec]에서 0.3초 만에 정상상태로 돌아오는 양호한 제어 성능을 보이며, 외란이 끝나는 8[sec]와 16[sec]에서도 양호한 제어 응답을 보이고 있다.

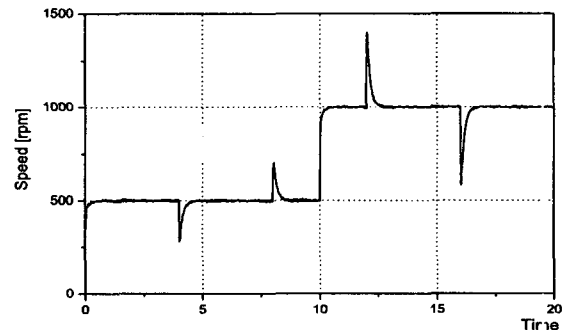


Fig. 17 Response to disturbance

Fig. 18은 여러 가지 크기의 계단 입력에 대한 응답을 나타내며 역시 만족할 만한 응답 성능을 보이고 있다.

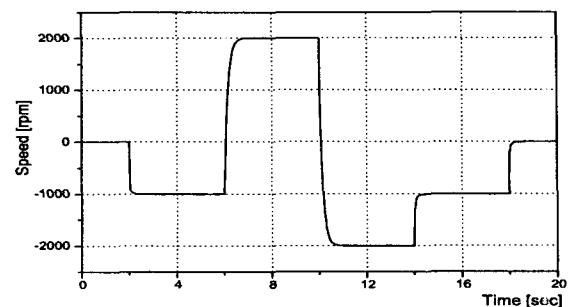


Fig. 18 Step response

## 5. 결 론

본 논문에서는 실제 직류 모터의 입출력 데이터와 RCGA를 이용하여 시스템의 파라미터를 추정하였다. 종래의 제어기와 RCGA를 이용한 PID제어기의 응답을 비교하여 제안한 제어기의 우수성을 검증하였다. 제안한 제어기는 넓은 회전수 영역, 외란에 대해 좋은 성능을 보이고 있음을 확인하였다.

## 참고문헌

- [1] 진강규(2000), 유전알고리즘과 그 응용, 교우사.
- [2] K. J. Astrom and T. Hagglund,(1984) "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins", *Automatica*, Vol. 20, pp. 645-651.
- [3] E. H. Bristol(.977), "Pattern recognition: an alternative to parameter identification in adaptive control", *Automatica*, Vol. 13, pp. 197-202.
- [4] B. C. Kuo and J. Tal(1978), DC motors and control system, SRL Publishing Company, Champaign, Illinois.
- [5] G. H. Cohen and G. A. Coon(1953), "Theoretical considerations of retarded control", *Trans. ASME*, Vol. 75, pp. 827-834.
- [6] G. Jin and S. Joo(2000), "A study on a real-coded genetic algorithm", *Journal of Control Automation and Systems Engineering*, Vol. 6, No. 4, pp. 268-275.
- [7] M. Morari, E. Zafiriou(1989), *Robust process control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [8] Y. Nozaka(1993), "Trend of new control theory application in industrial process control(survey)", *proc. IFAC 12th Triennial World Cong.*, Vol. 4, pp. 215-218.
- [9] T. Yamamoto et al(1995)., "Intelligent tuning PID controllers", *Proc. IEEE Int. conf. on SMC*, Vol. 5, pp. 2610-2615.
- [10] J. G. Ziegler and N. B. Nichols(1942), "Optimum setting for PID controllers", *Trans. ASME*, Vol. 64, pp. 759-768.