

# 등가음원을 이용한 엔진 방사 소음의 음향 홀로그래피에 대한 연구

## Acoustic holography for an engine radiation noise using equivalent sources

°전인열\* · 이정권\*

In-Youl Jeon, Jeong-Guon Ih

**Key Words** : Acoustic Holography (음향 홀로그래피), Equivalent Source Method (등가음원법), Engine Noise (엔진 소음)

### ABSTRACT

This study presents the reconstruction of sound field radiated from an automotive engine using equivalent sources. Basic concept of the method presented is to replace the engine noise source with elementary sources of multipoles, e.g., monopoles and dipoles. The so-called Helmholtz equation least-squares (HELs) method can reconstruct the sound radiation fields from spherical geometries in a series expansion of spherical Hankel functions and spherical harmonics. In this paper, multi-point, multipole equivalent sources are employed to reconstruct the sound field radiated from an automotive engine with a fixed rotation speed. To ensure and improve the accuracy of reconstruction, the spatial filters of multipole coefficients and wave-vectors are adopted for suppressing the adverse effect of high-order multipoles. Optimal filter shapes are designed with regularization parameters minimizing the generalized cross validation (GCV) function between actual and reproduced model. After regeneration of field pressures using the proposed method as many as necessary, the vibro-acoustic field of an engine could be reconstructed by using the BEM-based near-field acoustic holography (NAH) technique in a cost-effective manner.

### 1. 서 론

각종 기계류, 전자제품 등 복잡한 형상의 진동 소음원으로부터 음장으로 전파하는 소음을 재구성하기 위하여 경계요소법 (BEM)에 기초한 근접장 음향 홀로그래피 (NAH)와 같은 간접적인 음원 규명 방법이 개발되었다.[1] 이 방법은 좌표계에 제한을 받지 않기 때문에 복잡한 형상의 소음원에 대해서 적용이 가능하지만 음원의 경계요소 모델링 작업과 수치 적분이 필요하다는 단점이 있다.

경계요소 모델링 작업 및 수치 적분을 수행하지 않고 소음원의 방사 및 산란을 해석하기 위하여 Koopman 등은 음파의 중첩 원리를 이용하여 저차의 간단한 단극 (monopole) 및 쌍극 (dipole) 음원들로 복잡한 실제 음원을 묘사하였다.[2] 특히 구형 좌표계에서 헬름홀츠 파동 방정식의 기본해인 구형 Hankel 함수와 하모닉스로 구성된 구형방사함수들을 이용한 HELs 방법[3,4]이 제안되었다.

본 연구에서는 대상 진동체의 내부에 다수의 등가음원을 위치시켜서 HELs 방법을 좀더 일반화한다. 이때 등가음원의 차수에 따라서 해의 안정성이 변화하기 때문에 적절한 등가음원의 개수와 차수를 결정한 뒤 파동벡터 필터를 이용한 정규화 과정을 통하여 재구성 정확도를 향상시키도록 한다. 이러한 최적화된 등가음원을 이용하여 자동차 엔진의 방사 소음을 예측하고 실제 측정값과 비교하도록 한다. 또한 등가음원을 이용하여 계산된 음장 음압을 바탕으로 효율적으로 음향 홀로그래피를 적용하여 엔진의 진동장 및 음향 인텐시티를 예측한다.

### 2. 등가음원을 이용한 음장 재구성

#### 2.1 기본 이론

구형 좌표계에서 음장을 지배하는 헬름홀츠 파동 방정식의 기본해인 구형방사함수  $\psi$ 를 이용하면 원점을 기준으로 임의의 위치  $(r, \theta, \phi)$ 에서의 근사 음압은 다음과 같이 나타낼 수 있다.[3,4]

\* 한국과학기술원 기계공학과 소음진동제어센터  
E-mail : nosori@aclab.kaist.ac.kr

$$p_f(r, \theta, \phi, w) = \sum_{n=0}^N \sum_{l=-n}^n C_n^l h_n(kr) Y_n^l(\theta, \phi) \quad (1)$$

$$= \sum_{j=1}^J C_j \psi_j(r, \theta, \phi, w).$$

여기서,  $k$ 는 파수(wave number),  $h_n$ 과  $Y_n^l$ 은 각각 제1종  $n$ 차 구형 Hankel 함수와 구형 하모닉스를 의미한다. 또한  $N$ 은 구형함수의 최대 차수이며, 식 (1)에서 확장항의 개수는  $J=(N+1)^2$ 으로 주어진다.

식 (1)을 이용하면  $M$ 개의 음장 음압과 구형방사함수의 관계는 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수가 있다.

$$\{p_j\}_{M \times 1} = [\Psi]_{M \times J} \{C\}_{J \times 1}. \quad (2)$$

위 식을 과결정 시스템 (over-determined system)으로 구성하기 위해서는  $J$ 항보다 많은 음압이 요구되며, 실제 측정된 음압과 식 (2)의 근사 음압을 일치시키면 구형방사함수의 계수  $C$ 를 결정할 수가 있다. 여기서 구한 계수를 이용하여 임의의 위치에 대한 음압은 다시 식 (1)을 이용하여 예측할 수가 있다. 이 방법을 HELS 방법이라고 부르며, 개념적으로 등가음원법의 일종으로써 한 점에서 높은 차수의 등가음원을 이용하는 방법이다. 만약 음원 내부에  $E$ 개의 등가음원이 존재 할 경우에는 식 (2)를 다음과 같이 일반화하여 표현 할 수 있다.

$$\{p_j\}_{M \times 1} = \sum_{e=1}^E [\Psi_e]_{M \times J} \{C_e\}_{J \times 1} \quad (3)$$

$$= [\Phi]_{M \times Q} \{D\}_{Q \times 1}.$$

여기서,  $\Psi_e$ 와  $C_e$ 는 각각  $e$ 번째 등가음원에 대한 구형방사 함수 행렬과 계수 벡터를 나타낸다. 또한  $\Phi$ 와  $D$ 는 전체 행렬과 계수 벡터를 의미하며 전체 확장항의 수는  $Q=E \times J$ 이다.

## 2.2 등가음원의 차수와 정규화

일반적으로 행렬  $\Phi$ 는 약조건 (ill-conditioned) 상태이다. 따라서 측정 음압에 잡음이 포함되어 있으면 재구성 과정에서 잡음의 효과가 과도하게 증폭되어서 해가 불안정하게 된다. 따라서 확장항의 수를 적절하게 선택하는 것이 중요하다. 기존의 HELS 방법에서는 음장 음압의 재구성 과정에서 발생하는 오차를 최소화하기 위하여 다음과 같이  $M_2$ 개의 오차 확인점에서 부가적인 음압 조건을 이용하는 최소자승오차법 (least-square error method; LSM)을 사용하여 최적 차수를 결정하였다.[3,4]

$$\min ||\tilde{p}_{ff} - \hat{p}_{ff}(q)|| \quad \text{where } q \leq M. \quad (4)$$

여기서  $||\cdot||$ 는 L2-norm을 의미하며,  $\tilde{p}_{ff}$ 는  $M_2$ 개의 오차 확인점에서의 음압, 그리고  $\hat{p}_{ff}(q)$ 는  $q$ 개의 확장항으로 예측한 음압을 나타낸다. 위 식을 실제 적용하기 위해서는 오차 확인점에서 추가적인 음압 측정이 이루어져야 하기 때문에 비효율적이다. 본 연구에서는 오차 확인점에서의 음압 측정을 하지 않고 등가음원의 최대 차수를 구하기 위하여 generalized cross validation (GCV) 함수에 기초한 공간 계수 필터링 (spatial coefficient filtering; SCF) 방법을 사용한다. 만약 전체  $Q$ 개의 확장항으로부터 처음  $q$ 개의 항만을 고려하였을 경우 식 (3)은 다음과 같이 표현 할 수가 있다.

$$\{\tilde{p}_j\}_{M \times 1} = [\Phi]_{M \times Q} [F_q]_{Q \times Q} \{D\}_{Q \times 1} \quad (5)$$

$$= [\Phi]_{M \times q} \{D\}_{q \times 1} = [\Phi_q] \{D_q\}.$$

여기서  $F_q$ 는 처음  $q$ 개의 대각항이 1이고 나머지 항들은 0인 대각행렬 (diagonal matrix)을 나타낸다. 위 식 (5)에 대한 GCV 함수  $\vartheta(q)$ 는 다음과 같이 주어진다.[5,6]

$$\vartheta(q) = \frac{||\Phi D_q - \tilde{p}_j||^2}{tr(I_M - \Phi \Phi_q^*)}. \quad (6)$$

여기서, 'tr'은 행렬의 trace를 의미하며,  $I_M$ 은 랭크가  $M$ 인 단위행렬을 나타낸다. 위 식 (6)에서  $\vartheta(q)$ 가 최소가 되는  $q$ 는 등가음원의 최적 차수  $q_{op}$ 가 된다. 이는 등가음원을 이용하여 전달 행렬을 구성 할 경우에 사용할 수 있는 음원의 최대 차수가 제한적인 것을 의미한다. 추가적으로 특이치 분리 기법 (singular value decomposition; SVD)에 기초한 반복적 정규화 (iterative regularization) 작업을 수행하면 다음과 같이 공간 파동-벡터 필터를 이용하여 최적의 계수 벡터를 구할 수가 있다.[7]

$$\{D_{q_{op}, \alpha}^{reg}\} = [F_{q_{op}}][W][F^\alpha][A^{-1}][U]^H\{\tilde{p}_j\}. \quad (7)$$

여기서, 위 첨자 'H'는 행렬의 Hermitian 연산자이며  $U$ 와  $W$ 는 각각 행렬  $\Phi$ 의 좌, 우 특이치 행렬,  $A$ 는 대각항이 특이치  $\lambda_i$ 로 이루어진 특이치 행렬, 그리고  $F^\alpha$ 는  $\alpha$ 번째 반복 단계에서의 파동 벡터-필터 행렬을 의미하며 다음 식으로 정의된다.[7]

$$[F^\alpha] = diag(1 - (1 - \beta \lambda_i)^{\alpha+1}). \quad (8)$$

여기서,  $\beta$ 는 수렴계수를 의미한다. 식 (7)을 식 (6)의 GCV 함수에 다시 대입하면 최적의 정규화 인자  $\alpha_0$ 를 구할 수 있다. 이렇게 구한  $q_0$ 와  $\alpha_0$ 를 이용하면 부가적 오차 확인을 위한 음압이 필요가 없게 되므로 재구성 효율을 증가시킬 수가 있다.

### 2.3 등가음원의 위치

등가음원을 이용하여 음장을 재구성을 할 경우 등가음원의 위치 및 개수는 재구성 정확도에 영향을 미치는 중요한 변수들이다. 본 연구에서는 임의로 배치된 등가음원들 중에서 음장 음압에 대해서 선형 독립성이 높은 등가 음원을 선택하기 위하여 유효독립기법 (effective independence method; EfI)을 적용하도록 하며 EfI 값은 다음과 같이 정의할 수 있다.[7,8]

$$\{E_f\} = [W_M][W_M]^H. \quad (10)$$

여기서,  $W_M$ 은 특이치 행렬  $W$ 의 처음  $M$ 개의 행벡터로 구성된 행렬을 의미한다. 따라서  $e$ 번째 등가음원의 EfI 값은  $e$ 번째 등가 음원의 모든 차수에 대한 EfI 값을 모두 더한 값으로 다음과 같이 주어진다.

$$\{E_f^c\} = \sum_{j=1}^J \{E_f\}_{e+j \times E}. \quad (11)$$

위 식으로부터 EfI 값이 작은 등가음원을 소거해 나가면서 적절한 등가음원의 개수와 위치를 선정할 수 있다.

## 3. 엔진의 음향 홀로그래피

### 3.1 엔진 소음의 측정 및 등가음원의 위치

등가음원을 이용한 음향 홀로그래피 적용 대상 엔진은 2.5L 6기통 엔진이며, 엔진의 실제 형상과 CAD 데이터로부터 간략하게 변환 된 경계요소모델은 그림 1에서 보여주고 있다. 대상 엔진의 경계요소모델은 329개의 절점과 654개의 삼각형 요소로 이루어져있으며 특성길이는 181.5 mm 로써 BEM 해석이 가능한 주파수 범위는 음파의 파장에 대해서 1/4 기준으로 약 470 Hz 미만이다. 대상 엔진이 정속으로 작동할 경우에 방사 소음은 C3 성분의 하모닉 주파수에서 가장 크게 방사하는 특성을 가지고 있다.

경계요소법에 기초한 음향 홀로그래피 적용을 위해서는 표면 진동장을 표현하는 경계요소모델의 총 절점 수보다 많은 음압 측정이 요구된다. 이를 고려하여 그림 2.(a)처럼

1440개의 음장점 분포시켰으며, 이를 모두 측정하기 위해서는 많은 시간과 노력이 필요하다. 따라서 1440개의 음장점 중에서 음원과 상관성이 높은 150개 음장점을 EfI 방법을 통하여 그림 2.(b)처럼 선정하였으며 150개의 음압에 대해서만 실제 측정이 이루어진 다고 가정하였다. 따라서 총 150 곳에서 측정된 음압으로부터 1440개의 음압을 엔진 내부에 위치시킨 등가음원들로 재구성한다.

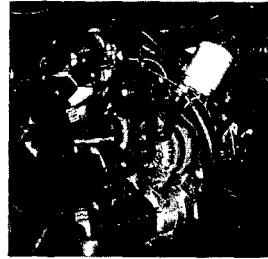


Fig. 1. Photo and simplified BE model of the target engine with the dimension of 729(L)×625(W)×693(D) mm, 329 nodes and 654 linear triangular elements.

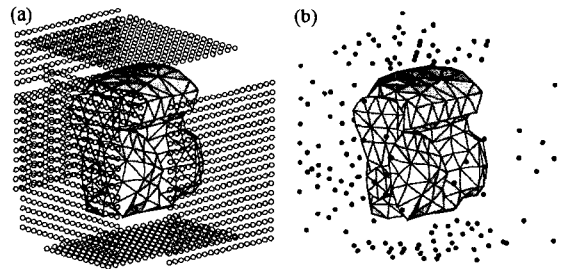


Fig. 2. Spatial distribution of field points: (a) 1440 regeneration field points and (b) 150 actual measurement points selected by EfI method.

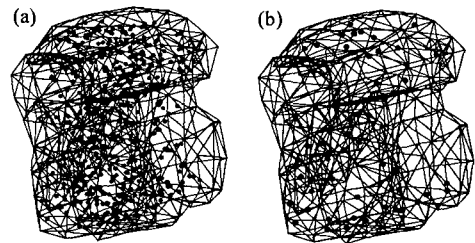


Fig. 3. Spatial distribution of equivalent sources inside the engine: (a) 500 initial candidate points, (b) 100 equivalent sources selected by the EfI method.

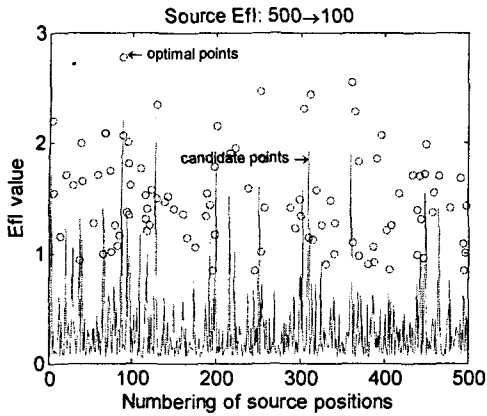


Fig. 4. Efl values of equivalent sources placed inside the engine with respect to 150 measurement points.

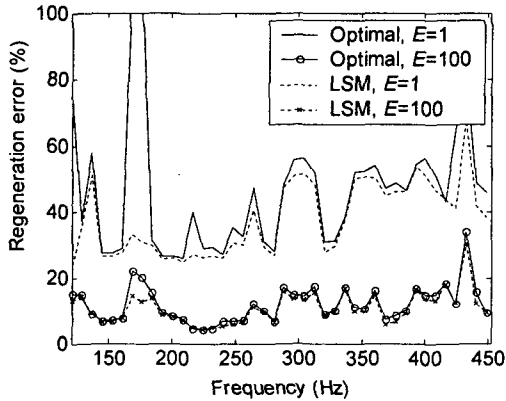


Fig. 5. Comparison of the regeneration error of field pressures varying the frequency.

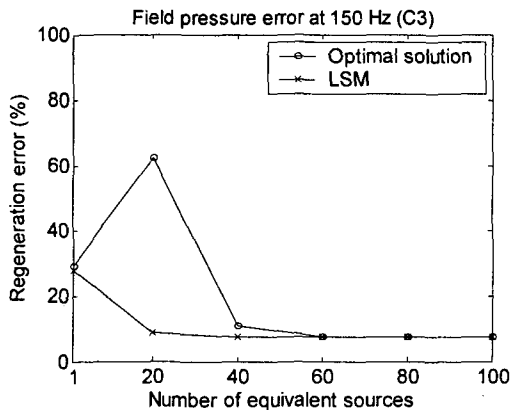


Fig. 6. Regeneration error of field pressures at 150 Hz with increasing the number of equivalent sources.

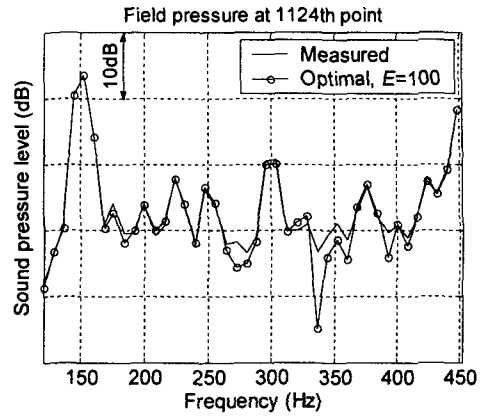


Fig. 7. Comparison of the measured and regenerated field pressure spectrum using 100 equivalent sources.

실제로 음압측정이 이루어지는 150개의 점에 대해서 선형독립성이 높은 등가음원의 위치는 식 (11)을 이용한 Efl 방법으로 결정할 수 있는데, 그림 3.(a)는 엔진 내부에 임의로 배치시킨 500개의 등가음원의 분포를 나타내고 있으며 그림 3.(b)는 최종적으로 Efl 방법으로 구한 100개의 등가음원의 최적 위치를 보여주고 있으며 그림 4에서는 계산된 등가음원들의 Efl 값을 보여주고 있다.

### 3.3 엔진 방사 음장의 재구성

엔진 방사 소음을 재구성하기 위하여 다수의 등가음원을 이용하였다. 엔진의 작동 조건은 정속 3000 rpm 회전하며, 이때 측정된 150개의 음압 데이터를 이용하여 120-450 Hz 주파수 대역에서 재구성한 오차는 그림 5에 나타나 있다. 여기서 150개의 음압 측정으로부터 1440개의 음장 음압을 예측하였을 경우의 오차는 100개의 등가음원을 이용하였을 경우 전체 대상 주파수 영역에서 약 20%미만의 오차를 보이고 있지만, 1개의 음원을 이용한 HELS 방법의 경우 최소 30%이상의 오차를 보여주고 있다. HELS 방법이 상대적으로 큰 오차가 발생하는 원인을 살펴보면, HELS 방법은 기본적으로 구형과 유사한 모양의 음원이나 홀로그래프 측정면에 대해서 잘 적용이 될 수 있지만, 불규칙한 형상을 갖는 음원이나 측정면에 대해서는 근사적인 표현이기 때문에 해가 수렴하지 않을 수가 있기 때문이다.

또한 그림 5에서 SCF를 이용하여 최적 차수 결정하고 정규화 기법을 적용하였을 경우 부가적인 측정 정보에 기반으로 한 LSM 방법의 결과와 유사하다는 것을 알 수 있다. 따라서 제안된 SCF를 이용한 차수 결정 방법이 부가적 측정을 배제하고 사용할 수 있어서 재구성 효율 향상에 큰 도움이 된다고 할 수 있다.

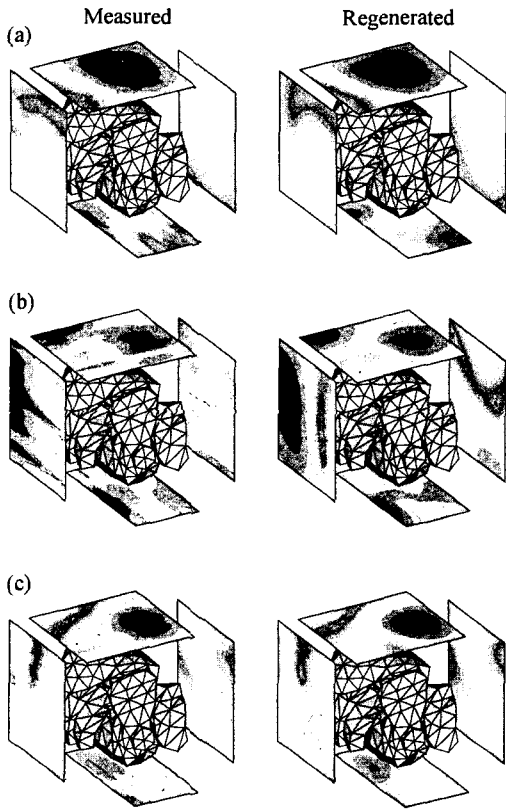


Fig. 8. Comparison of the measured and regenerated field pressures on the hologram plane. (a) 150 Hz (C3), (b) 300 Hz (C6), (c) 450 Hz (C9).

그림 6은 150 Hz (C3) 주파수를 대상으로 등가음원의 개수를 증가시켜서 계산한 재구성 오차를 보여주고 있으며, 등가음원의 개수가 약 60개 이상일 경우 재구성 오차가 약 7.5%로 수렴하는 것을 알 수가 있다. 이로부터 간단한 차수의 등가음원을 많이 사용하면 좀더 좋은 결과를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

그림 7은 임의의 음장점에서 측정된 음압과 등가음원을 이용하여 예측한 음압의 스펙트럼을 보여주고 있다. 전체 주파수 영역에 대해서 비슷한 결과를 얻을 수 있었으며, 특히 신호 대 잡음비가 높은 엔진의 하모닉 주파수 (C3, C6, C9)에서 상당히 정확도가 높은 결과 얻을 수 있었다.

그림 8은 C3, C6, C9 주파수에서 엔진으로부터 방사하는 음장 음압의 측정값과 예측값의 비교를 보여주고 있다. 전체적으로 엔진의 소음은 위쪽 방향으로 가장 크게 방사하는 특성을 보인다는 것을 알 수 있고 예측된 음압 분포가 실제로 측정된 음압 분포와 유사하다는 것을 알 수 있다.

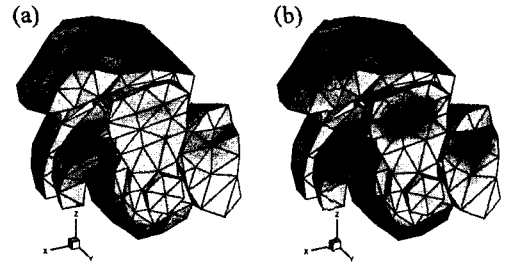


Fig. 9. Reconstructed surface velocity distribution at 150 Hz by combining the BEM-based NAH with (a) 1440 measured pressures and (b) 1440 regenerated pressures.

### 3.4 엔진의 진동장 재구성

경계요소법에 기초한 음향 홀로그래피 방법을 적용하면 소음원의 진동장 및 음향장의 좀더 정확하게 재구성할 수 있다. 따라서 3.3절에서 등가음원으로 재구성된 1440개의 음압 데이터를 이용하여 엔진의 실제 진동장을 재구성을 하였다. 또한 비교를 위하여 실제 측정된 1440개의 음압 데이터를 이용하여 엔진의 실제 진동장을 재구성을 하였다. 경계요소법을 통하여 계산된 음장과 음원 사이의 전달 행렬 또한 약조건이기 때문에 식 (7)을 이용하는 반복적 정규화 작업을 수행하였다.

대표적인 재구성 결과로써 그림 9는 주파수 150 Hz (C3)에서의 음장 음압을 이용한 음향 홀로그래피 방법을 통하여 재구성된 경계면의 진동 속도 분포를 나타내고 있다. 실제로 측정된 음압과 예측된 음압을 이용하였을 경우의 재구성된 속도 분포는 비슷한 경향을 보이며, 상대적인 재구성 오차는 약 16% 정도였다.

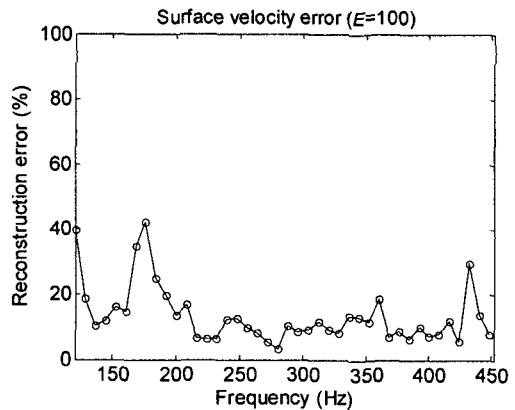


Fig. 10. Relative reconstruction error of surface velocities on the engine varying the frequency.

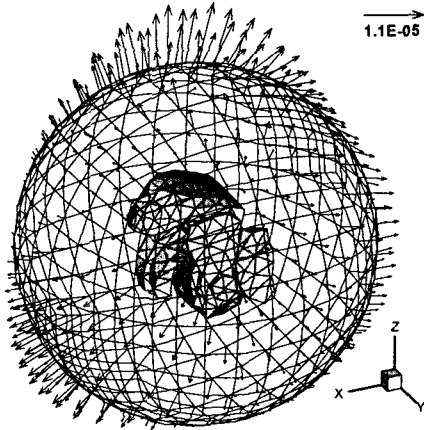


Fig. 11. Distribution of the predicted active intensities on the sphere of 1m radius by using the BEM at 150 Hz.

그림 10은 주파수의 변화에 따른 재구성 결과의 상대적 오차를 보여주고 있다. 여기서 음장 음압의 예측 오차가 크면 결과적으로 재구성에 크게 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 따라서 등가음원을 이용한 음장 음압의 예측 결과가 재구성 오차에 영향을 미치기 때문에 정확한 음장 예측이 요구된다. 그림 11은 150 Hz에서 재구성된 진동 속도를 다시 경계요소법을 이용하여 엔진의 중심으로부터 거리 1m 떨어진 구의 단면에서 계산한 액티브 인텐시티 분포를 나타내고 있으며 엔진의 음향 방사 에너지의 흐름을 한 눈에 파악할 수가 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 등가음원을 이용하여 엔진으로부터 방사하는 음장을 적은 수의 음압 측정으로부터 예측하였으며, 정확도 향상을 위하여 SCF를 이용한 등가음원의 최적 차수 결정 및 정규화 기법을 적용하였다. 결론적으로 제안된 방법을 사용하면 LSM 방법과는 달리 부가적인 오차 확인을 필요로 하지 않고 등가음원의 적절한 차수를 결정할 수 있다. 또한 복잡한 형상의 음장 재구성의 경우 등가음원의 개수가 많을수록 재구성 정확도가 증대된다는 것을 알 수 있었다. 만약 등가음원을 이용하여 적은 수의 음압으로부터 정확하게 음장 음압의 예측이 이루어진다면 음향 홀로그래피 수행을 위한 음압 측정의 양이 현저하게 줄어들 것이다. 따라서 본 연구에서 제안한 최적의 등가음원을 이용하면 상대적으로 적은 수의 음압으로부터 추가적으로 원하는 만큼의 음압을 예측 할 수 있기 때문에 음향 홀로그래피 적용에 있어서 좀더 효율적일 것으로 기대가 된다.

본 연구는 BK21과 NRL 과제에서 일부 재정 지원을 받았습니다. 또한 엔진 시험에 협조해주신 (주) GM 대우 관계자 여러분께 감사드립니다.

#### 참 고 문 헌

[1] B.-K. Kim and J.-G. Ih, "On the reconstruction of the vibro-acoustic field over the surface enclosing an interior space using the boundary element method," *J. Acoust. Soc. Am.* **100**, 3003-3016 (1996).

[2] G. H. Koopmann, L. Song, and J. B. Fahline, "A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition," *J. Acoust. Soc. Am.* **86**, 2433-2438 (1989).

[3] Z. Wang and S. F. Wu, "Helmholtz equation-least-squares method for reconstructing the acoustic pressure field," *J. Acoust. Soc. Am.* **102**, 2020 - 2032 (1997).

[4] S. F. Wu, "On reconstruction of acoustic pressure fields using the Helmholtz equation least-squares method," *J. Acoust. Soc. Am.* **107**, 2511-2522 (2000).

[5] P. C. Hansen, *Rank-Deficient and Discrete Ill-posed Problems* (SIAM, Philadelphia, 1998).

[6] P. A. Nelson and S. H. Yoon, "Estimation of acoustic source strength by inverse methods: Part i, conditioning of the inverse problem," *J. Sound Vib.* **233**, 643-668 (2000).

[7] B.-K. Kim and J.-G. Ih, "Design of an optimal wave-vector filter for enhancing the resolution of reconstructed source field by NAH," *J. Acoust. Soc. Am.* **107**, 3289-3297 (2000).

[8] D. C. Kammer, "Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures," *J. Guid. Control Dyn.* **14**, 251 - 259 (1991).