

# Matching Pursuit 방식을 이용한 OFDM 시스템의 채널 추정

최재환, 임채현, 한동석, 윤대중

경북대학교 전자공학과

dshan@ee.knu.ac.kr

## Channel estimation of OFDM System using MP Algorithm

Jaehwan Choi, Chaehyun Lim, Dongseog Han and Daejung Yoon

School of Electronic & Electrical Engineering, Kyungpook National University

본 논문에서는 직교 주파수 분할 다중 접속 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 시스템에서 matching pursuit (MP) 알고리듬을 이용하는 이동 채널 추정법을 제안한다. 기존의 OFDM 시스템에서 채널추정 알고리듬으로 쓰이는 zero-forcing (ZF) 알고리듬은 잡음의 영향으로 채널 추정 오류의 가능성을 가지고 있다. 제안한 알고리듬에서는 MP 알고리듬을 이용하여 스파스(sparse) 형태의 채널을 추정함으로써 다중경로가 없다고 가정되는 시간영역의 채널구간에서 발생될 수 있는 잡음에 의한 영향을 줄인다. 또한 연속적으로 전송되는 파일럿 정보를 이용하여 실시간으로 채널의 변화를 추정한다. 제안한 알고리듬으로 채널을 추정하고 등화를 했을 경우 ZF 알고리듬보다 우수한 성능을 보임을 실험에서 확인한다.

### 1. 서론

OFDM은 다중 경로 환경에 강인하고 고속전송에 유리하기 때문에 방송, 통신융합을 위한 핵심적인 전송방식으로 자리잡고 있다. 또한 이동 환경에서 멀티미디어 서비스에 대한 소비자의 욕구가 증가되면서 이동 채널 환경을 극복할 수 있는 채널 추정 기법에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

도심의 이동 수신환경에서는 밀집한 건물과 이동 중인 수신체로 인해 복잡한 다중경로환경과 도플러 효과가 나타난다. 이는 주파수 선택적 채널을 시간적으로 변화시키므로 더욱 열악한 채널 환경을 구성하게 된다. 기존의 방송용 수신기에서는 수신된 훈련열을 이용하는 ZF 알고리듬의 채널 보상이 일반적이다[1]. 그러나 이는 고정채널에서의 채널 보상을 위해 제시된 알고리듬이며, 잡음에 대한 채널 추정 오류의 가능성을 가지고 있다.

본 논문에서는 잡음에 대한 채널 추정 오류의 확률이 낮고 고속 이동에서도 채널 변화를 추적하기 위해 파일럿과 MP 알고리듬을 이용한 OFDM 시스템의 채널 추정 기법을 제안한다. MP 알고리듬은 역행렬을 사용하지 않고 연립방정식의 해를 근사적으로 구하는 수학적인 기법으로서 시간영역에서의 채널 정보를 선택적으로 추정한다[2]. 즉 예상되는 다중경로 성분의 개수에 따라 추정회수가 결정되고, 추정 횟수만큼의 다중 경로신호의 경로 정보를 획득한다. 추정된 경로의 지연시간 이외에는 추가

적인 다중 경로가 없다고 가정을 하고 스파스(sparse) 형태의 채널 정보를 획득한다[3]. 따라서 다중 경로가 없다고 가정되는 시간영역의 채널 구간에서 발생될 수 있는 잡음의 효과를 줄이게 된다. 또한 반복적으로 전송되는 파일럿 정보를 이용하여 실시간으로 채널의 변화를 따라간다[4].

2절에서는 기저대역 시스템을 모델링하고 3절에서는 본 논문에서 제안하는 MP 알고리듬과 파일럿으로 채널을 추정하는 방법을 설명한다. 4절에서는 3절에서 설명한 알고리듬과 ZF 채널 추정 알고리듬을 성능 비교하기 위한 모의 실험 결과를 보이고, 5절에서는 이를 바탕으로 결론을 내린다.

### 2. 기저대역 시스템 모델

송신 신호의 데이터와 파일럿 구성은 그림 1과 같다. 신호는  $N_d$ 개의 부반송파에 의해서 전송되고  $N_p$ 개의 부반송파마다 파일럿이 배치된다. 송신되는 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s(t) = \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{k=0}^{N_d} x_{i,k} e^{j2\pi k/T_s(t-T_k-iT)}, iT \leq t < (i+1)T \quad (1)$$

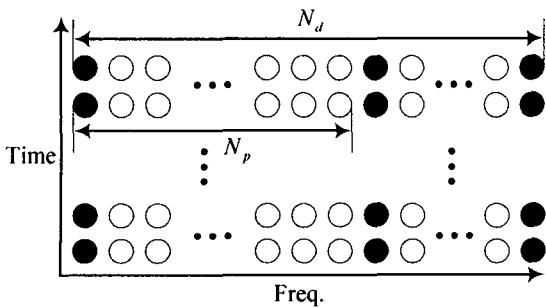


그림 1. 데이터와 파일럿 구성

$I$ 는 전체 데이터 샘플 수를 의미하고  $x_{ik}$ 는  $i$ 번째 OFDM 심볼의  $k$ 번째 부반송파의 샘플을 나타낸다.  $T_d$ 는  $N_d$ 개의 부반송파 데이터의 시간 간격을 나타내고  $T_g$ 는 보호구간의 시간 간격을 의미한다. 그리고  $T$ 는  $T_d$ 와  $T_g$ 의 합으로서 하나의 OFDM 심볼 전체의 시간 간격을 나타낸다. 생성된 OFDM 심볼이 전송될 때 겪는 다중 경로 페이딩 채널은 식(2)로 나타낼 수 있다.

$$h(\tau, t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t) \delta(\tau - \tau_l) \quad (2)$$

$h_l(t)$ 는  $l$ 번째의 복소 이득을 나타내고,  $L$ 은 다중 경로의 수를 의미한다. 둑기가 정확하다고 가정하면, 샘플링 비율  $T_s = T_d/N_d$ 로 샘플링한 후의 수신 신호는 다음과 같다.

$$y(iT_s) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t) s(iT_s - \tau_l) + n(iT_s), \quad 0 \leq i < I \quad (3)$$

$n(t)$ 는 시간영역의 백색잡음을 의미한다. 보호구간을 제거하고 남은  $N_d$  개의 샘플들로  $N_d$  포인트 푸리에 변환을 하면,  $i$ 번째 OFDM 심볼의  $k$ 번째 부반송파 샘플은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_{i,k} = X_{i,k} H_{i,k} + M_{i,k}, \quad 0 \leq k \leq N_d - 1 \quad (4)$$

$M_{i,k}$ 는 주파수 영역의 백색잡음을 나타내고  $H_{i,k}$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$H_{i,k} = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(iT_s) e^{-j2\pi \frac{k\tau_l}{T_s}} \quad (5)$$

채널 응답  $\hat{H}_{i,k}$ 가 추정되면 전송된 데이터 샘플은 식(6)의 ZF 알고리듬에 의해 보상이 이루어질 수 있다. 그러나 ZF 방식에서는 백색 잡음의 영향 또한 채널 추정에 함께 고려됨

으로 채널 추정 정확성이 떨어진다[3].

$$\hat{X}_{i,k} = \frac{Y_{i,k}}{\hat{H}_{i,k}} \quad (6)$$

### 3. MP 알고리듬과 파일럿을 이용한 채널 추정

본 알고리듬에서는 그림2에서처럼 수신신호의 주파수 영역 파일럿을 추출하여 시간영역 신호로 변환하고 이를 MP방식의 채널 추정에 적용한다. 추정된 채널은 다시 주파수영역으로 변환되어 등화에 사용된다.

수신 신호  $y(iT_s)$ 에서 보호구간을 제거하고 남은 신호를  $N_d$  포인트 푸리에 변환하여 구한  $Y_{i,k}$ 중에서 파일럿만을 추출하여  $N_d$ 개의  $r_{i,k}$ 를 다음과 같이 구성한다.

$$r_{i,k} = \begin{cases} Y_{i,k}, & \text{for } k = N_p \times m, m = 0, 1, \dots, \frac{N_d}{N_p} - 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

송신신호의  $X_{i,k}$ 중에서 파일럿만을 추출하여  $p_{i,k}$ 를 다음과 같이 구성한다.

$$p_{i,k} = \begin{cases} X_{i,k}, & \text{for } k = N_p \times m, m = 0, 1, \dots, \frac{N_d}{N_p} - 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{r}_i$  와  $\mathbf{p}_i$ 를 (7)과 (8)를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r}_i = [r_{i,0} \ r_{i,1} \ \dots \ r_{i,N_d-1}], \quad \mathbf{p}_i = [p_{i,0} \ p_{i,1} \ \dots \ p_{i,N_d-1}] \quad (9)$$

$\mathbf{p}_i$  와  $\mathbf{r}_i$ 를  $N_d$  포인트 역 이산푸리에 변환하여 얻은 결과를 각각  $a_i(n)$ ,  $b_i(n)$ 라고 한다.  $a_i(n)$ 은 송신한 파일럿만으로 구성된 시간영역의 신호이고,  $b_i(n)$ 은 송신한 파일럿이 채널을 겪은 후의 수신된 신호이다.

$$a_i(n) = \frac{1}{N_d} \sum_{k=0}^{N_d-1} p_{i,k} e^{\frac{j2\pi kn}{N_d}}, \quad n = 0, 1, \dots, N_d - 1 \quad (10)$$

$$b_i(n) = \frac{1}{N_d} \sum_{k=0}^{N_d-1} r_{i,k} e^{\frac{j2\pi kn}{N_d}}, \quad n = 0, 1, \dots, N_d - 1 \quad (11)$$

다중 경로 신호 중 가장 먼저 도착한 신호인  $a_{i,0}$ 에 대하여  $k$ 샘플 지연된 수신된 신호를  $a_{i,k}$ 로 쓴다.

$$\mathbf{a}_{i,k} = [a_{i,(-k)} \ a_{i,(-k+1)} \ \dots \ a_{i,(N_d-k-1)}] \quad (12)$$

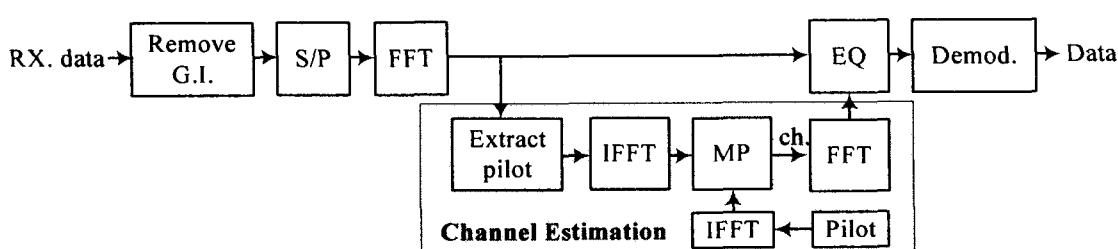


그림.2 수신기의 채널 추정 블록도

식(13)은 그램슈미트 정리를 이용한 식으로서, 수신신호에서 다중 경로 성분을 크기 순으로 제거한다는 것을 의미한다[5].

$$\mathbf{b}_{i,p} = \mathbf{b}_{i,p-1} - \hat{c}_{i,k_p} \mathbf{a}_{i,k_p} \quad (13)$$

$p$ 는 알고리듬 반복 횟수를 나타내는데 이것은 채널의 다중 경로 신호의 개수를 예상하여 결정한다.  $\mathbf{b}_{i,0}$ 는 수신한  $i$ 번째 OFDM신호로서 다음과 같이 구성된다.

$$\mathbf{b}_{i,0} = [b_i(0) \ b_i(1) \ \dots \ b_i(N_d-1)] \quad (14)$$

MP 알고리듬의 절차는 먼저  $\mathbf{a}_{i,k}$ 들 중에서  $\mathbf{b}_{i,p-1}$ 과 가장 잘 정합되는  $\mathbf{a}_{i,k_p}$ 의 인덱스  $k_p$ 를 찾는다. 여기서  $k_p$ 는 다중 경로 신호들 중에서 가장 이득이 큰 신호의 지연시간을 의미한다[2, 3]. 가장 이득이 큰 신호는  $\mathbf{b}_{i,p-1}$ 을  $\mathbf{a}_{i,k}$ 들에 정사영 시켰을 때 가장 큰 값을 가지는  $\mathbf{a}_{i,k}$ 이다. 다음 식은 이것을 나타낸 것이다.

$$k_p = \arg \max_k \frac{\left| \mathbf{a}_{i,k}^H \mathbf{b}_{i,p-1} \right|^2}{\left\| \mathbf{a}_{i,k} \right\|^2} \quad (15)$$

식(15)를 이용하여  $k_p$ 를 찾은 후 지연시간이  $k_p$ 인 신호의 이득을 다음 식으로 구한다.

$$\hat{c}_{i,k_p} = \frac{\left( \mathbf{a}_{i,k_p}^H \mathbf{b}_{i,p-1} \right) \mathbf{a}_{i,k_p}}{\left\| \mathbf{a}_{i,k_p} \right\|^2} \quad (16)$$

그리고 지연 시간이  $k_p$ 이고 이득이  $\hat{c}_{i,k_p}$ 인 신호를  $\mathbf{b}_{i,p-1}$ 에서 빼면  $\mathbf{b}_{i,p}$ 를 얻는다. 식(13)이 이것을 나타내는 것이고 위의 과정을  $p$ 회 반복한다.  $\hat{\mathbf{h}}_i$ 는  $N_d \times 1$ 의 벡터이며,  $i$ 번째 OFDM 심볼에서 추정한 채널이라고 하고 그 원소들은 다음과 같다.

$$\hat{h}_{i,n} = \begin{cases} \hat{c}_{i,k_p}, & \text{for } n = k_p \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

$\hat{h}_{i,n}$ 은  $\hat{\mathbf{h}}_i$ 의  $n$ 번째 원소를 나타낸다. MP 알고리듬이 반복 수행 될 때마다  $\hat{\mathbf{h}}_i$ 의 원소들이 업데이트되어 시간영역 영역의 채널 추정을 한다[2, 3]. 식(17)에서 얻어진 시간영역 채널 추정치를 푸리에 변환하여 주파수영역 채널 보상에 이용한다. 따라서 식(18)에서 얻어진 결과는 그림 2에서 등화기에 최종적으로 업데이트 되는 계수이다.

$$\hat{H}_{i,k} = \sum_{n=0}^{N_d-1} \hat{h}_{i,n} e^{-j2\pi nk/N_d} \quad (18)$$

$\hat{H}_{i,k}$ 는  $i$  번째 OFDM 심볼의  $k$  번째 샘플에 해당하는 주파수 영역의 채널 추정 값이다.

#### 4. 모의 실험

표 1의 세 번째 채널에 대해서 QPSK, 16-QAM, 64-QAM 각각에 대해 제안한 알고리듬과 ZF 알고리듬을 적용하여 채널을 추정하고 식(5)와 식(6)을 이용하여 등

화를 실시하여 고속, 대용량 전송을 위한 고차 변조 방식에서의 두 알고리듬의 성능을 비교 분석한다.

모의 실험에서는 5Mhz 대역폭과 1Ghz의 반송파 주파수, 103샘플의 보호구간, 512개의 부반송파를 이용하여 데이터를 전송하는 OFDM 시스템을 설계한다.

그림 3, 4, 5에서 AWGN 콕선은 다중경로가 없고 백색 잡음만 존재하는 채널에서 수신한 심볼 오율을 나타내는 것이다. 실험 결과를 보면 QPSK, 16-QAM, 64-QAM 모두 MP 알고리듬을 이용한 채널 추정법이 ZF 알고리듬을 이용한 채널 추정법보다 오율에서 우수한 성능을 보인다는 것을 알 수 있다. 특히 16-QAM, 64-QAM에서 MP 알고리듬이 ZF 알고리듬 보다 잡음 전력에 대한 신호전력의 비에서 약 2~5[dB]이득을 가진다. MP 알고리듬으로 채널을 추정하면 스파스 형태의 채널을 얻게 되므로 추정한 지연시간 이외의 구간에서는 채널 추정치가 영이된다. 따라서 이 구간에서는 잡음의 영향을 받지 않게 되므로 잡음에 민감한 ZF 알고리듬에 비해 잡음 전력에 대한 신호전력의 비에서 이득을 가진다.

한편 잡음 전력에 대한 신호전력의 비가 높아져도 한계에 이르면 오율이 개선되는 기울기가 점차 감소하는 경향을 보인다. 이것은 잡음 전력에 대한 신호 전력의 비가 어느 정도 높아지면 더 이상 잡음은 오류의 발생에 영향을 미치지 못한다는 것을 의미한다.

표 1. ITU의 다중경로채널

	속도 [Km/h]	도플러 주파수 [Hz]	지연시간 [samples]				상대전력 [dB]		
case 1	3	2.78	0	5			0	-10	
case 2	3	2.78	0	5	60		0	0	0
case 3	120	111.11	0	1	3	4	0	-3	-6
case 4	3	2.78	0	5			0	0	
case 5	50	46.30	0	5			0	-10	
case 6	250	231.48	0	1	3	4	0	-3	-6
								-9	

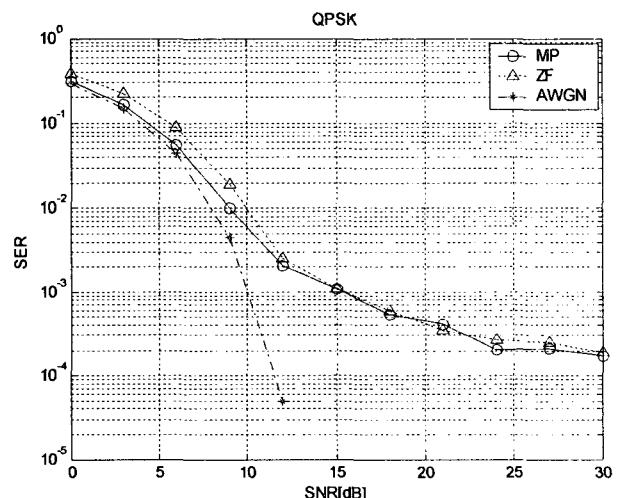


그림 3. QPSK에서의 MP알고리듬과 ZF알고리듬의 오율

## 비교

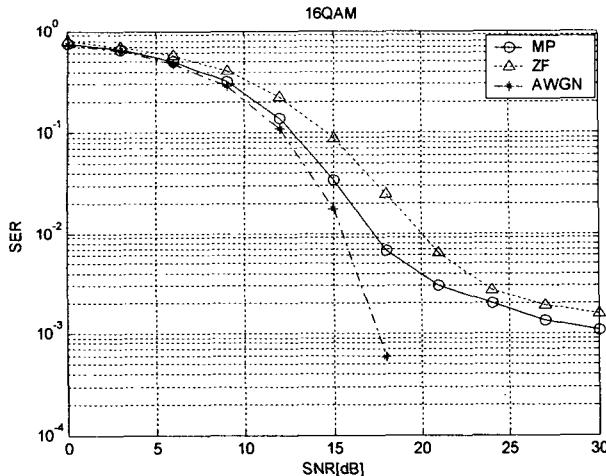


그림 4. 16-QAM에서의 MP알고리듬과 ZF알고리듬의 오율 비교

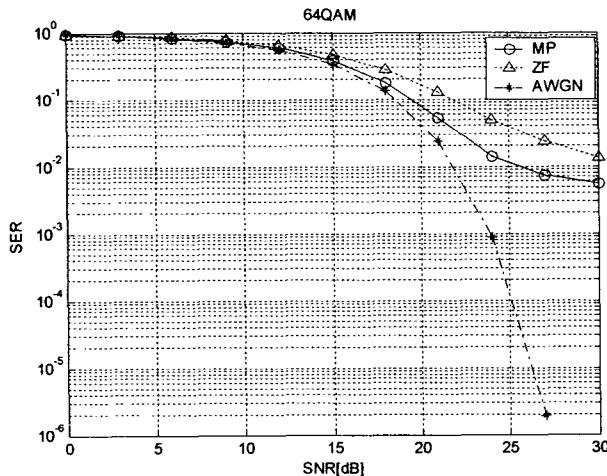


그림 5. 64-QAM에서의 MP알고리듬과 ZF알고리듬의 오율 비교

## 5. 결론

본 논문에서는 OFDM 시스템에서의 이동 채널 환경 극복 알고리듬으로 파일럿을 이용한 MP 알고리듬을 제안하였다. 이 알고리듬은 시간영역에서의 채널 정보를 선택적으로 추정하여 잡음의 영향을 줄임으로써 기존의 훈련열을 이용하는 ZF 알고리듬보다 성능이 우수함을 확인할 수 있었다. 특히 16-QAM, 64-QAM에서 MP 알고리듬이 ZF 알고리듬 보다 더 좋은 성능을 보인다. 이 사실은 제안하는 알고리듬이 고속, 대용량 전송에 적합하다는 것을 의미한다. 즉 본 알고리듬은 차세대 이동통신 시스템의 목표인 고속 이동 중의 멀티미디어 서비스를 가능하게 하는 채널 추정 알고리듬으로 사용가능하다.

## 6. 참고 문헌

- [1] Richard Van Nee and Ramjee Prasad, *OFDM Wireless multimedia communications*, AH, 2000.
- [2] S. F. Cotter and B. D. Rao, "Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 50, no. 3, pp. 374-377, March 2002
- [3] Yang Liu, D. K. Borah, "Estimation of fading channels with large possible delay spreads," *Electronics Letters*, vol. 39, pp. 130-131, Jan. 2003
- [4] Z. Yuanjin, "A novel channel estimation and tracking method for wireless OFDM systems based on pilots and Kalman filtering," *IEEE Trans. on Consum. Electron.*, vol. 49, pp. 275-283, May 2003
- [5] Gilbert Strang, *Introduction to Linear Algebra*, Wellesley-Cmbridge Press, 2003