

경사단면 단일모드 광섬유로부터의 자유 공간 회절

Nonparaxial free space diffraction from oblique endfaces
of single-mode optical fibers

김학용, 김승우

한국과학기술원 기계공학과

forgood@pem.kaist.ac.kr

단일모드 광섬유의 끝단으로부터 발산되는 회절광을 간섭계 등의 측정분야에 적용하게 되면서 광의 세기 뿐만 아니라 공간상의 파면, 즉 등위상면의 형태를 규명하는 것이 큰 관심을 갖게 되었다. 그리고 광섬유의 절단 각도가 반사광을 줄이거나 회절 각도를 바꾸는 등의 다양한 용도에 따라 달라지면서 임의의 경사단면 광섬유로부터의 회절현상을 규명하는 것이 중요해 졌다. 본 논문에서는 스칼라 레일리-쑤머펠트 회절이론(scalar Rayleigh-Sommerfeld diffraction theory)을 이용해서 임의의 경사단면 단일모드 광섬유의 끝단으로부터 회절되는 광의 세기와 위상분포에 대한 근사식을 제시하며 응용예로서 경사단면 광섬유를 이용한 피조 간섭계를 제안한다.

광섬유 끝단으로부터의 회절현상을 예측하기 위해서는 먼저 끝단의 전자기장 분포를 알아야 한다. 하지만 끝단 경계부분에서 일어나는 반사와 산란, 회절 등의 현상이 상당히 복잡하기 때문에 간단하게 경계분포를 정의하는 것이 거의 불가능하다. 일반적으로 코어와 클래딩의 굴절률의 차이가 크지 않은 약한 안내 광섬유(weakly-guiding fiber)의 경우에는 가우스 분포의 형태로 가정을 하게 된다⁽¹⁾. 이러한 가정을 바탕으로 광섬유의 끝단이 경사진 경우에는 전자기장의 세기분포가 경사 각도에 따라 타원형태의 가우스 분포를 띄게 되며 위상 또한 경사 각도에 따라 선형성을 갖게 된다. 본 논문의 목적은 이렇게 임의의 각도로 경사진 단일모드 광섬유로부터 발산되는 회절광의 위상분포가 완벽한 구면으로부터 얼마나 벗어나는지를 알아보기 위해 것으로서, 기존의 근축 프레넬 회절이론(paraxial Fresnel diffraction theory)⁽²⁾의 한계를 극복할 수 있는 새로운 비축 프레넬 회절(nonparaxial Fresnel diffraction) 근사식을 제안한다. 또한 수치 해석적으로 구한 참값과의 비교를 통해 근사식의 한계성을 지적한다.

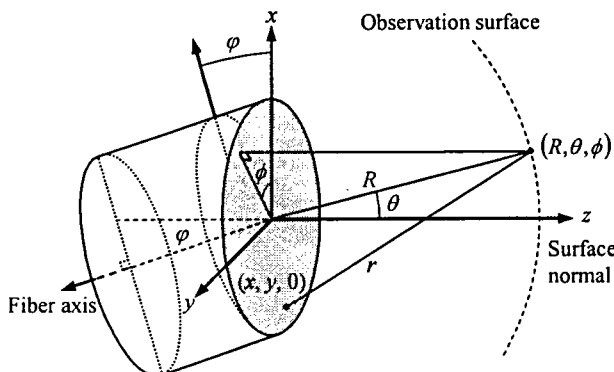


그림 1 경사단면 광섬유의 끝단과 공간상의 좌표계

그림 1은 경사단면 광섬유로부터 발산되는 회절 분포를 구면좌표계로 표현되는 공간상의 임의의 한 점(R, θ, ϕ)에 대해서 알아보기 위해 광섬유 끝단에 부착된 좌표계를 보여준다. 광섬유의 끝단은 광섬유 축에 대해서 ϕ 의 각도로 경사져 있으며 끝단의 점 $(x, y, 0)$ 에서의 경계값들을 모두 적분함으로써 공간상 한 점에서의 값을 알 수 있게 된다. 구면좌표계를 사용하게 되면 원격장 영역에서는 단지 횡파만을 고려해도 되기 때문에 파면이 구면에서 벗어난 정도를 쉽게 알 수 있고, 또한 이렇게 얻어진 스칼라 값은

단순한 좌표변환만으로 벡터 형태로 바꿀 수 있는 장점이 있다. 광섬유 단면의 경계분포는 식 (1)과 같이 선형위상지연이 포함된 타원 가우스 분포를 갖는다. 여기서 $n(n_{co} \approx n_{cl})$ 은 광섬유의 굴절률을 나타낸다. 스칼라 레일리-쑤머펠트 회절이론(scalar Rayleigh-Sommerfeld diffraction theory)⁽³⁾은 식 (2)와 같고 식 (1)의 경계식을 사용하게 된다. 식(2)에서 분모의 r 은 원격장 영역에서는 R 로 근사시킬 수 있지만 위상항에 있는 r 은 훨씬 민감하기 때문에 식 (3)과 같이 근사할 수 있다. 두 번째 항까지만 고려하면 프라운호퍼 회절식이 되고 세 번째 항까지 포함하게 되면 근축 프레넬 회절식(paraxial Fresnel diffraction integral)이 된다. 네 번째 항은 비축특성을 갖는 항이기 때문에 무시됐지만 경사단면 광섬유로부터 발산되는 회절광은 심한 비축특성이 있기 때문에 결코 무시될 수 없다.

$$u(x, y, 0) = \exp\left(-\frac{x^2 \cos^2 \phi}{w_0^2} - \frac{y^2}{w_0^2}\right) \cdot \exp(-iknx \sin \phi) = \exp\left(-\frac{x^2}{w_1^2} - \frac{y^2}{w_2^2} - iknx \sin \phi\right) \quad (1)$$

$$u(R, \theta, \phi) = \frac{1}{2\pi} \iint_A u(x, y, 0) \frac{\exp(ikr)}{r} \left(\frac{R \cos \theta}{r}\right) \left(ik + \frac{1}{r}\right) dx dy \quad (2)$$

$$r \approx R - (x \cos \phi + y \sin \phi) \sin \theta + \frac{x^2 + y^2}{2R} - \frac{(x \cos \phi + y \sin \phi)^2 \sin^2 \theta}{2R} \quad (3)$$

위의 수식을 정리하고 적분공식 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2 + \beta x) dx = (\pi/\alpha)^{1/2} \exp(\beta^2/4\alpha)$ 을 사용하면 식 (4)와 같이 경사단면 광섬유로부터의 발산되는 비축 프레넬 회절 결과식을 얻게 된다.

$$u(R, \theta, \phi) = i \cos \theta (\alpha \beta + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \sin^4 \theta)^{-1/2} \times \exp\left\{-kR \left[i + \frac{\beta \delta^2 + (\alpha + i \delta \cos \phi \sin \theta) \sin^2 \phi \sin^2 \theta}{2(\alpha \beta + \sin^2 \phi \cos^2 \phi \sin^4 \theta)}\right]\right\},$$

where $\alpha = \frac{R}{z_1} + i(1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta)$, $\beta = \frac{R}{z_2} + i(1 - \sin^2 \phi \sin^2 \theta)$, $\delta = \cos \phi \sin \theta - n \sin \phi$, $z_1 = \frac{kw_1^2}{2}$, and $z_2 = \frac{kw_2^2}{2}$ (4)

기존의 근축식과 수치해석을 통한 참값과의 비교를 하기 위해서 경사각도가 29.19° 이고, 파장이 633nm, $R/z_0 = 1000$ ($R = 11.17mm$) 일 때의 결과는 아래의 그림과 같다. 45° 를 중심으로 광의 세기와 위상이 거의 대칭인 형태를 보이고 있다. 진폭결과는 거의 차이가 없지만 위상에서는 제안된 비축회절식이 수치해석을 통해 구한 참값에 훨씬 더 근사적으로 나타나고 있음을 확인할 수 있다.

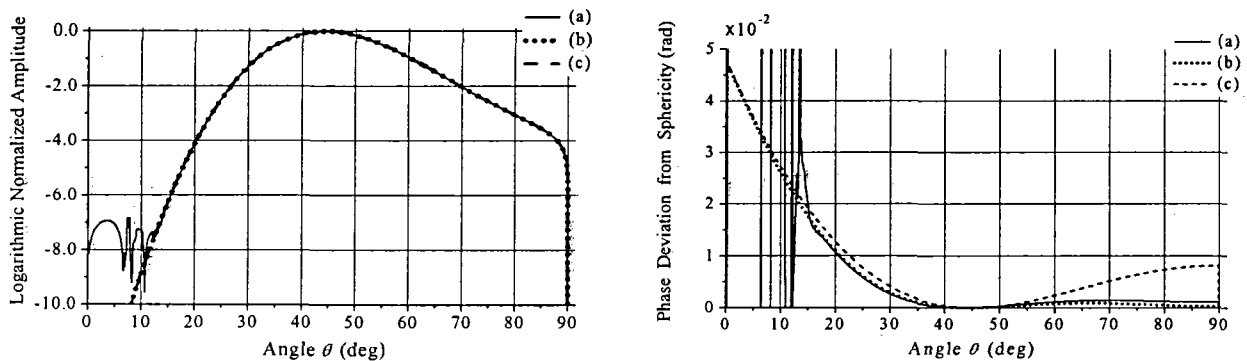


그림 2 경사단면 광섬유 회절광의 세기와 위상분포 (a) 수치해석 결과, (b) 비축결과, (c) 근축결과
참고문헌

1. Allan W. Snyder and John D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Chapman and Hall, New York, 1983).
2. Hal G. Kraus, *J. Opt. Soc. Am. A* 7, 47 (1990).
3. Max Born and Emil Wolf, *Principles of Optics* (Cambridge, New York, 1999)

