양자 빛의 비고전성과 얽힘성

Nonclassicality and Entanglement of Quantum Light

김영철
선문대학교, 신소재과학과
yckim@sunmoon.ac.kr
김기식
인하대학교, 물리학과

양자정보과학의 등장으로 물질의 양자적 특성은 학문적인 흥미 대상으로부터 실제적인 응용 대상으로 부상하고 있다. 빛을 사용한 양자암호, 양자원격이동, 양자전산 등은 빛의 얽힘성에 바탕을 두고 있으며, 따라서 얽힘성에 대한 정성적인 고찰은 물론 얽힘성을 정량화하려는 시도가 진행되고 있다.

한편, 단일 모드 빛에 대한 비고전성은 밀도연산자의 결맞음상태 표현을 통하여 정량적으로 분석될 수 있음이 알려져 왔다. 단일 모드 빛의 밀도연산자의 결맞음상태 표현은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\rho} = \int \phi(v) | v >< v | d^2 v$$

밀도연산자의 결맞음상태 표현을 사용하면, 임의의 정규차례 연산자의 양자역학적 기댓값을 고전적 확률 기댓값으로 구할 수 있다. 즉,

$$< \hat{O}_N(\hat{a}, \hat{a}^\dagger) > = \int \phi(v) O_N(v, v^*) d^2 v$$

여기서 $\phi(v)$는 무게함수로서 고전적 확률론에서 확률밀도함수의 역할을 하고, $\phi(v)$의 함수적 성질로부터 주어진 빛의 비고전성을 정량화할 수 있다.

$\phi(v)$를 가우시안 함수로 정규화시켜 다음과 같이 R-함수를 정의하자.

$$R_\tau(v) = \int \frac{1}{\pi\tau} e^{-|v-v'|^2/\tau} \phi(v') d^2 v'$$

$R_\tau(v)$가 고전적 확률밀도함수의 모든 조건을 만족시키는 최소 τ의 값을 주어진 빛의 비고전도로 정의한다. 이렇게 정의한 비고전도는 또다른 물리적 센스를 갖는다. 열빛에 대한 무게함수는 가우시안으로 주어지고, 따라서 위에서 정의한 $R_\tau(v)$는 평균 광자수가 τ인 열빛과 중첩된 빛의 무게함수로 해석할

수 있다. 그러므로 비고전도는 열빛과 중첩되어 모든 비고전성을 잃어버리는 최소 평균 광자수이다. 모든 빛의 비고전도는 0과 1 사이의 값을 갖는다.

얽힘성은 다중 모드 빛에 대해서만 의미를 갖고, 따라서 얽힘성을 다중 모드 빛의 비고전성으로 해석하기 위하여 다중 모드에서 R-함수를 도입할 필요가 있다. 이를 위하여 다음과 같이 다중 모드 R-함수를 정의한다.

$$R_\tau(\{v_i\}) = \int \cdot \cdot \cdot \int \left(\Pi_i \frac{1}{\pi\tau} e^{-|v_i - v_i'|^2/\tau} \right) \phi(\{v_i'\}) \Pi_i (d^2 v_i')$$

여기서 $\phi(\{v\})$는 다중 모드 무게함수이고, 모든 모드에 대하여 똑같은 τ 값을 배정하였다. $R_\tau(\{v_i\})$가 고전적 확률밀도함수의 모든 조건을 만족시키는 최소 τ 값을 다중 모드 빛의 비고전도로 정의한다. 이제 위와 같이 정의한 다중 모드의 R-함수를 사용하여 일반적인 얽힘도를 정의할 수 있다.

이미 얽힘성을 정량화하여 다양한 얽힘도의 정의가 제안되었지만, 대부분 특별한 경우에 한하여 그 의미와 계산 과정이 명확할 뿐, 일반적인 경우로의 확장이 쉽지 않다. 앞서 정의한 다중 모드의 비고전도를 사용하면 자연스러운 얽힘성의 척도를 정의할 수 있다. 보다 간편한 정의를 위하여 N 모드 무게함수 ϕ^N으로부터 출발하자. 주어진 ϕ^N를 특정 모드, 예컨대 v_j에 대하여 부분합을 취하여 (N-1) 모드 무게함수 ϕ^{N-1}을 얻는다. 같은 방법으로 ϕ^{N-1}를 v_k에 대하여 또다른 부분합을 취하여 (N-2) 모드 무게함수 ϕ^{N-2}를 얻는다. 이러한 방법으로 $(\phi^N, \phi^{N-1}, \phi^{N-2}, \cdot \cdot \cdot, \phi^2, \phi^1)$의 계열을 얻을 수 있다. 물론 부분합을 취하는 순서에 따라 $N!$ 개의 서로 다른 계열을 얻을 수 있다.

이제 각 무게함수의 R-함수를 구축하여 다중 모드 비고전도 $(\tau_N, \tau_{N-1}, \tau_{N-2}, \cdot \cdot \cdot, \tau_2, \tau_1)$의 계열을 구할 수 있다. 이렇게 구한 비고전도들은 다음의 부등식을 만족시킨다.

$$\tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3 \cdot \cdot \cdot \leq \tau_{N-2} \leq \tau_{N-1} \leq \tau_N$$

따라서 부분합을 취하기 전의 비고전도와 부분합을 취한 후의 비고전도의 차이로 부분합으로 제거된 모드와 나머지 모드 사이의 얽힘도를 정의할 수 있다. 예컨대, $(\tau_N - \tau_{N-1})$은 v_j 모드와 v_j 모드를 제외한 나머지 모드 사이의 얽힘성의 정량적 척도이다.

본 연구에서는 얽힘성을 다중 모드 빛이 갖는 비고전성으로 취급하여 일반적인 얽힘도를 다중 모드 비고전도의 함수로 나타내고, 이러한 얽힘도의 정의를 살다발 가르개를 통한 빛의 중첩 상황에 적용하여 그 정의의 적합성을 추구하였다.

참고문헌

[1] K. Kim and Y. Kim, JKPS **44**, 864 (2004).
[2] C. T. Lee, Phys. Rev. A **44**, R2775 (1991); **45**, 6586 (1992).
[3] L. Mandel and E. Wolf, Optical Coherence and Quantum Optics (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).