

## 저 레이놀즈수 유동장에서의 난류모델에 관한 연구

유철<sup>\*1</sup>, 이정삼<sup>\*1</sup>, 김종암<sup>\*2</sup>, 노오현<sup>\*2</sup>

## The Study of Turbulence Model of Low-Reynolds Number Flow

C. Yoo, J. S. Lee, C. Kim and O. H. Rho

In the present work, we have interests on the modification of parallel implemented with MPI(Message Passing Interface) programming method, 3-Dimensional, unsteady, incompressible Navier-Stokes equation solver to analyze the low-Reynolds number flow. In order to accurate calculation aerodynamic coefficients in low-Reynolds number flow field, we modified the two-equation turbulence model. This paper describes the development and validation of a new two-equation model for the prediction of flow transition. It is based on Mentor's low Reynolds k- $\omega$  model with modifications to include Total Stresses Limitation (TSL) and Separation Transition Trigger (STT)

**Key Words:** 천이(Transition), 층류박리거품(Laminar Separation Bubble), Low Reynolds k- $\omega$  model

## 1. 서론

기존의 상용 및 군용비행체는  $10^7 \sim 10^9$  정도의 레이놀즈수 영역에서 운용되지만 초소형 비행체는 크기가 작고 속도가 낮기 때문에  $10^5 \sim 10^6$  정도의 레이놀즈수 영역에서 운용된다.[1] 이러한 저 레이놀즈수 영역에서는 유동의 점성효과가 커지며 비행체의 공력특성에 큰 영향을 미치는 층류 박리거품(separation bubble)이 형성된다. 즉, 낮은 레이놀즈수에서는 날개 앞전을 따라 흐르던 초기의 층류유동은 역압력 구배가 형성된 영역에서 박리하게 된다. 박리된 유동은 외부 유동의 교란에 의해 불안정해지면서 천이되고 이후 난류유동으로 바뀌면서 외부유동의 운동량을 받아들여 다시 날개표면에 재 부착한다. 이와 같이 층류박리가 일어난 지점부터, 재부착된 지점까지를 층류 박리거품 이라고 한다. 박리점 이후 표면 압력은 재부착점 부근까지 일정하게 유지

되다가 재부착점 근처에서 갑작스럽게 증가한다. 이러한 현상은 매우 낮은 받음각에서도 일어나며, 전체시위의 약 15%정도 크기를 가지므로 무시할 수 없는 물리현상이다. 또한 층류 박리거품 내부의 높은 압력은 양력의 감소를 야기하므로 결과적으로 비행체의 중요한 성능을 나타내는 변수인 양항비의 감소를 가져온다. 그러므로 낮은 속도로 비행하는 초소형 비행체를 효율적으로 설계하기 위해서는 층류 박리거품에 따른 정확한 공력해석이 필요로 한다.

## 2. 난류 모델

## 2.1 난류모델개선의 필요성

저 레이놀즈수 영역에서 층류로 흐르던 유동은 어느 영역에서 형성된 역압력 구배를 이기지 못하고 박리된다. 이러한 층류박리는 유동의 교란을 증가시켜 난류로의 천이를 유도한다. 즉 층류 영역과 난류영역이 동시에 존재하므로 천이점을 고려하지 않고 전유동장을 난류로 계산하는 와점성 난류모델의 적용은 적합하지 않다. 또한 저 레이놀즈수 유동에서

\*1 학생회원, 서울대학교 기계항공공학부 대학원

\*2 정회원, 서울대학교 기계항공공학부

\*E-mail : chongam@plaza.snu.ac.kr

는 점성 저항이 크게 작용하기 때문에 경계층내부의 속도 분포를 정확히 해석 할 수 있어야 한다. 경계층 내부의 속도 분포는 층류일 때 와 난류일 때에 크게 달라지는데 이로써 전유동장을 층류로 가정하고 계산할 때와 난류로 가정하여 계산할 때는 벽면에서의 속도구배의 차이로 전단응력에 의한 항력값은 실험결과와 차이를 보일 수밖에 없다. 그러므로 저 레이놀즈수 유동에서는 천이점을 예측하여 난류영역과 층류영역의 정확한 구분이 필요하다. 또한 저 레이놀즈수 유동에서는 공력계수에 큰 영향을 미치는 층류 박리거품이라는 특징적인 현상이 나타난다. 층류로 전유동장을 계산하면 박리 이후에 재부착이 발생하지 않고 vortex shedding이라는 복잡한 유동현상을 나타낸다.[2] 또한 일반적인 난류모형을 이용하여 해석을 수행하면 천이가 일찍 발생하기 때문에 층류박리가 발생하지 않고, 층류박리거품이 형성되지 않는다. 본 연구에서는 천이점과 층류 박리거품을 정확하게 해석할 수 있는 난류모형의 개선에 관한 연구를 수행하였다.

**2.2 Wilcox's Low Reynolds k- $\omega$  모델**

와점성계수를 이용하는 난류 방정식은 모델링 과정에서 천이를 고려하지 않았기 때문에 전 유동장을 난류로 가정하여 계산한다. 따라서 층류영역이 작은 높은 레이놀즈수 유동에서는 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있으나, 레이놀즈수가 낮을 경우에는 넓은 영역에 걸쳐서 층류유동이 형성되기 때문에 천이를 고려하지 않은 난류모형은 적합지 않다. Wilcox는 이를 개선하기 위해 low Reynolds k- $\omega$  모델을 발표하였다.[3] Wilcox는 압력구배가 없는 평판에서 초기 난류강도가 작을 경우에는 국부레이놀즈수가  $10^5$  정도에서 천이가 발생 한다는 실험결과를 바탕으로 각 난류 계수들을 조절하여 발표하였다. 그러나 이러한 low Reynolds k- $\omega$ 모델은 계수들을 단순 조절한 것이기 때문에 초기 난류강도가 커서 천이가 빨리 발생하는 경우(bypass transition), 압력구배의 영향으로 천이가 지연 또는 촉진되는 경우, 유동의 박리에 의해서 천이가 발생하는 경우(separation transition)에는 천이점을 정확하게 예측하지 못한다.

모델에 대한 기본방정식은 k- $\omega$ 모델과 같지만 식(1)에서처럼 난류 점성계수를 제한하여 천이를 지연시키는  $a^*$ 가 포함된다. 기본방정식과 각종 계수들은 지면관계상 생략하였다. 자세한 내용은 참고문헌[3]

에 나타나 있다.

$$\nu_t = \alpha^* \frac{k}{\omega} \tag{1}$$

**2.3 Total Stress Limitation(TSL)**

$$\omega \geq \phi \alpha^* \sqrt{2 \left( S_{ij} - \frac{1}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}, \phi = \sqrt{3}/2 \tag{2}$$

식(2)는 와점성 난류모델의 기본 가정에서 유도된 부등식이기 때문에 모든 와점성 난류모델(eddy viscosity turbulence model)에 적용이 가능하다. 식(2)를 이용하여  $\omega$ 을 제한하도록 식을 구성하면 식(3) 같다.

$$\omega = \max(\omega_0, \phi \alpha^* \sqrt{P_d}) \tag{3}$$

$\omega_0$ 는 LRN k- $\omega$ 난류 방정식의 해이고,  $P_d$ 는 난류 운동에너지 생성항에서 난류 점성계수가 빠진 식을 나타낸다. TSL은 LRN k- $\omega$  모델이 수렴과정에서 발생하는 에러의 영향으로 난류점성계수가 비정상적으로 증가하는 것을 방지하기 때문에 수렴성을 향상시키는 역할을 한다. 또한 본 연구에서는 TSL이  $\omega$ 값을 제한하여 천이점을 지연시킨다는 점에 착안하여  $\phi$ 를 조절하여 천이점을 제어하는데 이용하였다. 압력구배가 있는 에어포일에서 k- $\omega$ 모델과 LRN k- $\omega$  모델 모두 순압력 구배에 의한 천이 지연효과를 반영하지 못하고 천이점을 너무 일찍 예측하기 때문에 역압력 구배영역에서 발생하는 층류 박리거품을 예측할 수가 없다. 이를 개선하기 위해 TSL을 이용하여 천이점을 지연시킴으로써 층류 박리를 예측하도록 하였다.

**2.4 Separation Transition Trigger(STT)**

천이현상은 레이놀즈수, 유동의 박리, 난류강도, 압력구배, 물체 표면 거칠기 등, 다양한 요인에 의해 결정된다. 그러나 모든 상황에서 천이점을 정확히 예측하는 것은 불가능하다. 초소형비행체가 운행하는 유동 영역은  $10^5 \sim 10^6$  레이놀즈수 영역이다. 이 영역의 천이특성은 에어포일 앞전에서 증가하기 시작하는 유동의 교란이 순압력 구배의 영향으로 억제되어 층류를 유지하며 흐르다가 벽면에서 점성에 의해서 운동량을 손실하게 되므로 역압력 구배를 이기 지 못하고 표면에서 박리 된다. 표면에서 떨어진 유

동은 교란이 증가하여 난류로 천이가 발생하게 된다. 즉 천이가 유동의 박리에 의해서 발생하게 되는 것이다. 본 연구에서는 이점에 착안하여, 층류 박리를 감지하여 박리 이후에 천이가 발생하도록 하여 에어포일에서의 천이점을 예측할 수 있도록 하였다.

TSL로 천이가 지연된 유동은 역압력 구배 영역에서 박리가 발생하게 되고, 박리 이후에 유선의 곡률(curvature of streamline)이 커지게 된다. STT는 유선의 곡률의 증가를 통해 박리를 감지하게 된다. 유선의 곡률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_s = \left| \frac{\partial n_s}{\partial s} \right| = \frac{1}{q^2} \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} \quad (4)$$

$$C_x = Q \cdot \nabla u - \frac{u}{q} (Q \cdot \nabla q) \quad (5)$$

$$C_y = Q \cdot \nabla v - \frac{v}{q} (Q \cdot \nabla q) \quad (6)$$

$$C_z = Q \cdot \nabla w - \frac{w}{q} (Q \cdot \nabla q) \quad (7)$$

$$q = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \quad Q = (u, v, w) \quad (8)$$

무차원화 된 곡률을 LRN k- $\omega$  모델에 적용하여 유동의 박리가 천이를 유발시키도록 식을 구성하면 다음과 같다.

$$\alpha^* = \frac{\alpha_o^* + \alpha_1^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k} \quad (9)$$

$$R_l = S_l / \sqrt{Re_t} = C_s \sqrt{\nu/w} \quad (10)$$

$\alpha_o^*$ ,  $Re_t$ ,  $R_k$  는 LRN k- $\omega$  모델과 동일하다. 박리 후 유선의 곡률이 증가하면  $S_l$ 이 증가하여  $\alpha_1^*$ ,  $\alpha^*$ 를 증가시켜 천이를 발생시킨다. 천이 후에는 난류 레이놀즈수( $Re_t$ )가 커지고  $\alpha^*$ 가 1이 되어 k- $\omega$  모델이 된다.

### 3. 해석 결과

#### 3.1 평판 유동해석

3차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 기반으로 각 난류모델에 대하여 난류강도를 0.01%로 계산하였다. 경계층 내부의 속도분포를 정확히 계산하기 위해 벽면에서  $10^{-5}$ 크기로 모아 주었고, 평판 시작부분에서  $10^{-4}$ 크기로 모아주었다.

총 격자수는  $197 \times 8 \times 81$ 이고, multi-block 기법을 이용하여 4개 블록으로 나누어 병렬처리 하였다. 레이놀즈수는  $10^6$ 이다. 평판에서는 압력구배의 영향이 없고 표면 거칠기의 영향을 무시할 경우 천이가 국소 레이놀즈수  $10^5$ 에서 발생하는 것으로 알려져 있다. 천이를 고려하지 않은 초기 k- $\omega$  모델은 천이가 너무 빨리 발생하였다.[Fig. 1] LRN k- $\omega$  모델은 수렴곡선에서 고 주파수 진동이 발생하여 수렴을 하지 않았다. 이는 기초가 되는 k- $\omega$  모델이 초기값에 민감하여 수렴성이 좋지 않고 또한 LRN k- $\omega$  모델에서는 난류계수들이 전 시간에 계산된 유동정보를 통해 다시 계산되기 때문에 유동의 수렴과정에서 발생하는 에러가 k- $\omega$  모델보다 난류방정식에 더 큰 영향을 주기 때문이라고 생각이 된다. 이를 개선하기 위해서 LRN k- $\omega$  모델과 수렴성이 우수한 k- $\epsilon$  모델을 조합하여 LRN k- $\omega$  SST 모델을 만들게 되었다. LRN k- $\omega$  SST 모델은 천이점을 정확하게 예측하였으며 또한 수렴곡선에서도 LRN k- $\omega$  모델에서 발생하던 고주파수 진동이 발생하지 않았다.[Fig 2.]

#### 3.2 EPPLER 387 airfoil 유동해석

LRN k- $\omega$  SST 모델은 평판에서는 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 그러나 에어포일에서는 순압력 구배에 의한 천이 지연효과를 고려하지 못하여 천이가 일찍 발생한다. 따라서 층류 박리거품을 예측하지 못한다. 이를 개선하기 위하여 STT 와 TSL 을 이용하였다. 각각의 역할은 다음과 같다.

1. TSL로 난류 점성계수를 제한하여 유동장을 층류로 유지시킨다.
2. 층류 유동은 역압력구배 영역에서 물체표면으로부터 떨어져 나간다.
3. 박리된 유동의 유선의 곡률(curvature of stream line)이 증가한다.
4. STT가 유선의 곡률 증가를 감지하여 박리 이후로 난류 점성계수를 증가 시킨다.
5. 난류 점성계수가 증가 하면서 천이가 발생하고, 박리된 유동은 경계층 외부에서 난류운동을 통해 모멘텀을 공급받고 재부착하여 층류 박리거품을 형성한다.

##### 3.2.1 $Re=3 \times 10^5$

개선한 비정상 비압축성 Navier-Stokes 난류해석

코드를 이용하여 EPPLER 387 airfoil 주위의 유동장을 수치 모사했다. 레이놀즈수  $3 \times 10^5$ 이며, 초기 난류 강도는 0.2%로 해석하였다

총격자수는  $291 \times 3 \times 80$ 이고 multi block 기법을 이용 10개 블록으로 나누어 병렬처리 하였다. 받음각 0도에서 계산하여 NASA Langley(1988)에서 수행한 실험치와 비교하였다[Fig 3.]. TSL과 STT를 사용하지 않은 경우는 천이가 일찍 발생하여 역압력 구배영역에서 발생하는 층류 박리거품을 예측하지 못하였다. TSL과 STT를 사용한 경우는 층류박리 거품을 예측 하였으며 박리 이후의 유동의 천이를 정확히 예측하였다. 계산된 공력계수는 Table 1에 표시하였다. TSL과 STT를 이용하지 않은 경우는 천이가 일찍 발생하여 난류영역을 과도하게 예측하기 때문에 저항이 크게 계산되었다. Carlo de Nicola의 결과를 보면 저항이 실험치와 정확하게 일치 하는 것을 볼 수 있는데, 이는 천이점을 실험결과를 통해 직접 입력하여 천이시킨 경우이기 때문이고 또한 실험보정식인 Squire-Young formula를 사용한 결과이기 때문이다. 그러나 TSL과 STT를 이용한 경우는 천이점이 정확하게 예측되어 층류박리영역, 층류영역, 난류영역이 정확히 계산되었기 때문에 보정식을 이용하지 않고도 저항을 정확히 예측하였다. Fig. 4는 skin friction를 나타낸 그림이다. 날개 윗면의 층류유동은  $c/x=0.49$ 에서 박리가 발생하고, 박리이후에 천이가 발생하여 재부착이  $x/c=0.74$ 에서 발생하였다. 날개 아랫면에서는 층류 박리가 발생하지 않았고 따라서 천이도 발생하지 않았다.

Fig. 5는 받음각 2도일 때의 압력계수를 나타낸다. 받음각 0도와 비교하면 박리거품이 익형의 앞쪽으로 이동하였으며 박리거품의 크기가 감소한 것을 확인할 수 있다. 받음각이 증가하면서 익형에서의 역압력 구배영역이 익형의 앞쪽으로 확장된다. 그러므로 박리가 앞쪽에서 발생하기 때문에 박리거품의 위치가 앞쪽으로 이동한 것이다. 공력계수는 Table 1에 나타내었다

Fig. 6은 받음각 2도의 skin friction이다. 박리점은  $x/c=0.47$ 에서 발생하였고 재부착은  $x/c=0.65$ 에서 발생하였다. 받음각0도와 비교해서 박리거품의 크기가 줄었으며, 날개 앞쪽으로 이동한 것을 확인할 수 있다.

### 3.2.1 $Re=2 \times 10^5$

받음각 0도, 4도에 대하여 해석을 수행하였다. 계산결과는 NASA Langley에서 수행한 실험 결과와 비교 하였으며, Tuncer Cebeci가 천이모델을 이용하여 해석한 결과와도 비교하였다.

## 4. 결론

LRN k- $\omega$ 모델과 LRN k- $\omega$  SST모델은 평판문제 의 경우에 천이점을 비교적 정확하게 예측하였으나 압력구배의 영향으로 천이점이 변하는 에어포일에서는 정확한 천이점을 예측하지 못하였다.

이를 개선하기 위해 LRN k- $\omega$ 모델에 TSL과 STT를 조합 하였다. 이를 통하여 레이놀즈수가  $3 \times 10^5$ 과  $2 \times 10^5$ 에 대하여 해석을 수행하였다. 개선된 코드는 다른 난류 상수들의 변화 없이 레이놀즈수와 받음각 변화에 따른 천이점 변화를 잘 예측하는 것을 확인할 수 있었다

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구과제 "R01-2002-000-00329-0"지원의 일부로 수행된 것을 밝히며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] 김영훈, 외 4인, "multi-block 격자기법을 이용한 초소형 비행체 주위 공력특성 해석", 한국항공우주학회지 Vol.31-6, (2003)
- [2] C.J. Muiy Lin, L.L. Pauly, "Low-Reynolds-N umber Separation on an Airfoil" *AIAA J.*, Vol.34-8,
- [3] Wilcox, D.C., "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model", *AIAA J.*, Vol.32-2,
- [4] Xiaoqing Zheng, Chaoqun Liu, Feng Liu, Chrng-Yang, "Turbulent transition simulation using the k- $\omega$  model" *Int. J. For Numerical Method In Engineering*, Vol.42,
- [5] S.Z. Liu, H.M. Tsai, "Simulation of Boundary Layer Transition With a Modified k- $\omega$

Model" *AIAA paper* 98-0340

- [6] F. R. Menter, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications" *AIAA J.*, Vol.32-8.
- [7] S.E. Rogers and D. Kwak, "Steady and Unsteady Solutions of the Incompressible Navier-Stokes Equation," *AIAA J.*, Vol.29-4.
- [8] L.F. Crabtree, "Effect of Leading-Edge Separation on Thin Wings in Two-Dimensional Incompressible Flow," *J. of The Aeronautical Sciences*, August 1957, pp. 597-604
- [9] Tuncer Cebeci, Hsun J. Chen and Beng P. Lee, "Calculation of Three-Dimensional Low Reynolds Number Flows," *J. of Aircraft* Vol.31-3.
- [10] Wilcox, D.C., "Turbulence Modeling for CFD", 2nd Edition, DCW Industry, 1990
- [11] C. Hirsch, "Numerical Computation of Internal and External Flows," Vol. 2. John Wiley & Sons, 1998
- [12] C.S. Kim, C. Kim, and O.H. Rho., "Parallel Computations of High-Lift Airfoil Flows Using Two-Equation Turbulence Models," *AIAA J.*, Vol.38-8.

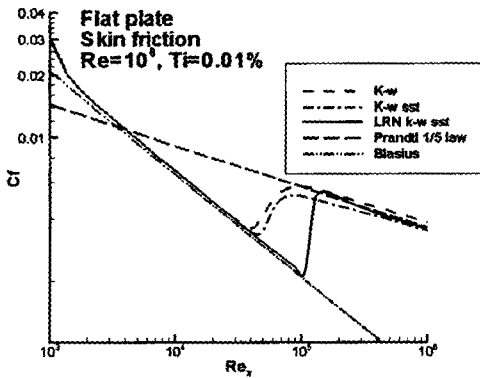


Fig. 1 Skin friction coefficient ( Ti=0.01% )

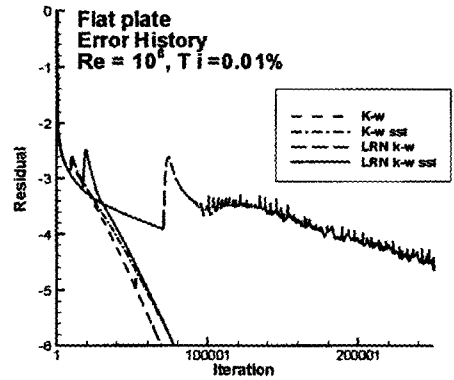


Fig. 2 Error history( Ti=0.01% )

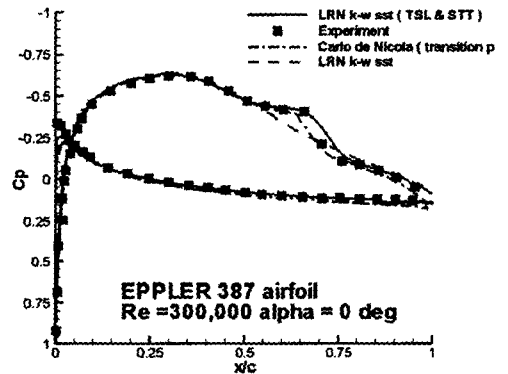


Fig.3 Pressure coefficient(0 deg.)

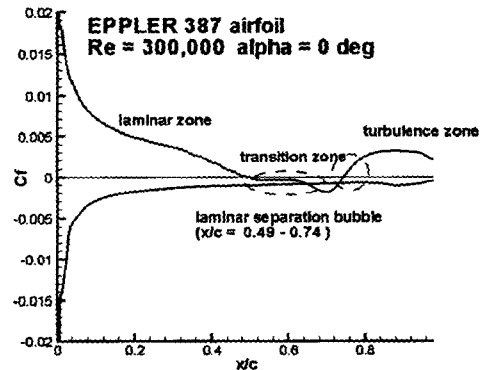


Fig.4 Skin friction coefficient(0 deg.)

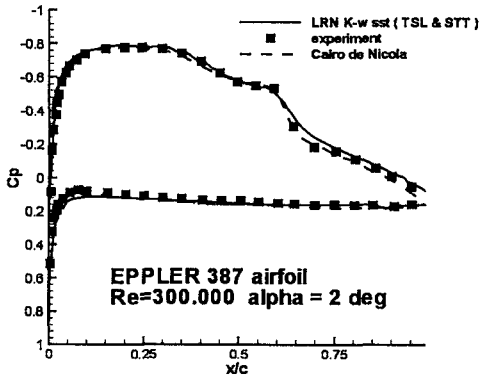


Fig.5 Pressure coefficient(2 deg.)

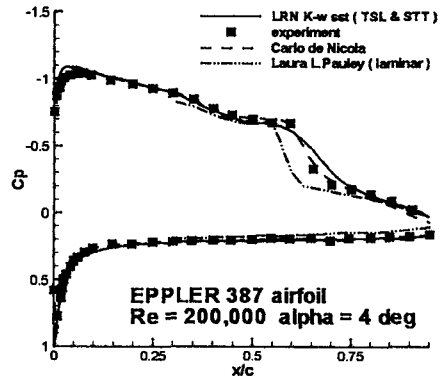


Fig.8 Pressure coefficient(4 deg.)

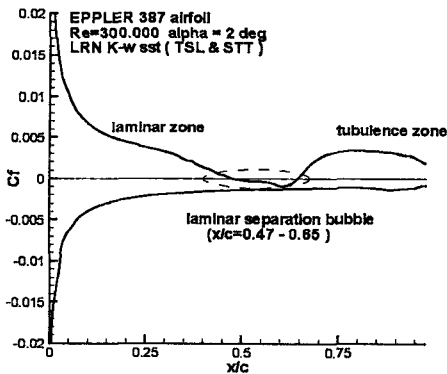


Fig.6 Skin friction coefficient(2 deg.)

Table 1 aerodynamic coefficients

$\alpha$		LRL (TSL&STT)	Exp.	Carlo de Nicola
0°	CL	0.37	0.351	0.379
	CD	0.0087	0.0089	0.0089
2°	CL	0.61	0.57	0.59
	CD	0.0096	0.0099	0.0099

Table 2 aerodynamic coefficients

$\alpha$		LRL (TSL&STT)	Exp.	Carlo de Nicola
0°	CL	0.396	0.352	0.379
	CD	0.0102	0.0105	0.0095
2°	CL	0.61	0.574	0.601
	CD	0.014	0.0118	0.0104
4°	CL	0.813	0.785	0.8
	CD	0.0128	0.0133	0.013

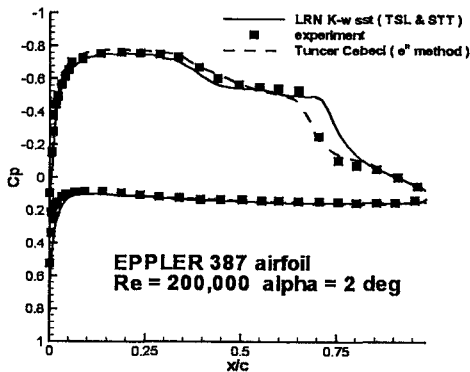


Fig.7 Pressure coefficient(2 deg.)