



보오텍스 방법에 의한 순간 출발하는 2차원 날개 주위의 점성유동 모사

이 승 재^{*1}, 김 광 수^{*2}, 서 정 천^{*3}

Simulation of Viscous Flow Past NACA 0012 Foil using a Vortex Particle Method

S. J. Lee, K. S. Kim, and J. C. Suh

In the vortex particle method based on the vorticity-velocity formulation for solving the Navier-Stokes equations, the unsteady, incompressible, viscous laminar flow over a NACA 0012 foil is simulated. By applying an operator-splitting method, the "convection" and "diffusion" equations are solved sequentially at each time step. The convection equation is solved using the vortex particle method, and the diffusion equation using the particle strength exchange(PSE) scheme which is modified to avoid a spurious vorticity flux. The scheme is improved for variety body shape using one image layer scheme. For a validation of the present method, we illustrate the early development of the viscous flow about an impulsively started NACA 0012 foil for Reynolds number 550.

Key Words: 와도-속도 정식화(Vorticity-Velocity Formulation), 보오텍스 방법(Vortex Method), 순간 출발하는 2차원 날개(Impulsively Started NACA 0012 Foil), 압력방정식(Pressure Equation)

1. 서 론

Navier-Stokes식을 primitive 변수로 이산화하는 방법은 물체 주변의 점성유동을 수치 해석하는 데 가장 대표적으로 이용되지만, 강력한 와류 유동에서는 와도를 기본변수로 하는 것이 유동 해석에 있어서 유리한 점이 있다. 와도-속도 정식화는 비관성 및 관성좌표계에서의 지배방정식 형태가 같고, 물체

에서 와도가 집중적으로 곳에 대하여 한정된 계산영역을 택할 수 있는 장점이 있다. 프로펠러와 같이 복잡한 형상을 가지는 물체주변의 유동해석은 격자 생성에 많은 어려움이 있다. Lagrangian 보오텍스 방법은 격자계가 필요 없다는 특징 때문에 격자 생성이 난해한 형상에 대해 유리하다. 이러한 장점을 이용하고자, 본 연구진은 와도-속도 정식화와 보오텍스 방법을 계속적으로 연구하고 있다. 이전 연구에서는 순간 출발하는 실린더의 경우에 대해서 적용한 바 있다[1,2,3].

본 연구에서는 보오텍스 방법을 이용하여 순간 출발하는 NACA 0012 주위의 유동 해석방법을 제시하고자 한다.

*1 학생회원, 서울대학교 대학원 조선해양공학과
(guinepig@hanmir.com)

*2 학생회원, 서울대학교 대학원 조선해양공학과
(kshiny@hanmail.net)

*3 정회원, 서울대학교 조선해양공학과
(jungshuh@plaza.snu.ac.kr)

2. 보오텍스 방법

2.1 보오텍스 방법

2차원 비정상, 비압축성 유동장을 Lagrangian 개념으로 이산화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \\ \frac{dx}{dt} &= u \end{aligned} \quad (1)$$

보오텍스 방법은 보오텍스 블랍(blob)을 기본요소로 택하기 때문에 와도장은 식(2)과 같이 N개의 보오텍스 블랍(순환세기 $\Gamma = \omega S$, S는 보오텍스 블랍면적)으로 표현된다.

$$\omega(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^N \Gamma_j(t) \eta_\varepsilon(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \quad (2)$$

여기서, η_ε 는 순정함수이다.

보오텍스 블랍의 이동 속도는 Biot-Savart 적분식을 이용한다.

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N K_\varepsilon(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \times \Gamma_j \mathbf{k} + U_\infty \quad (3)$$

여기서, $K_\varepsilon(\mathbf{r}) = (1 - \exp(-r^2/2)) \mathbf{r} / |\mathbf{r}|^2$, ε 는 순정반경, U_∞ 는 유입속도이다. 시간 전진은 Adam-Bashforth기법 (혹은 2차 Runge Kutta기법)을 사용한다.

식(1)에서 확산항은 다음과 같이 입자강도교환 (Particle Strength Exchange)의 이산화식으로 계산한다.

$$\nabla^2 \omega \approx \frac{2}{\varepsilon^2} \int \eta_\varepsilon(\mathbf{x} - \mathbf{y}) (\omega(\mathbf{y}) - \omega(\mathbf{x})) d\mathbf{y}$$

$$\frac{d\Gamma_i}{dt} = \frac{2\nu S}{\varepsilon^2} \sum_{j=1}^N (\Gamma_j - \Gamma_i) \eta_\varepsilon(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \quad (4)$$

식(4)에서 계산 입자가 경계면 근처에 위치한 경우에는 주변 입자를 경계면에 관한 경상점(image point)에 가상 입자를 추가시켜 그 영향을 포함시킨다[4].

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N K_\varepsilon(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \times \Gamma_j \mathbf{k} + U_\infty \\ \frac{d\Gamma_i}{dt} &= \frac{2\nu S}{\varepsilon^2} \sum_{j=1}^N (\Gamma_j - \Gamma_i) \eta_\varepsilon(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \end{aligned}$$

2.2 압력 방정식

2차원 비압축성, 점성유동장에서 Poisson 방정식 형태의 압력방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + p \right) = \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \omega)$$

계산의 편의를 위해 전체 압력수두(H)를 $p + 1/2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$ 로 표현한다.

$$\begin{aligned} \cdot \text{압력방정식 } \nabla^2 H &= \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \omega) \\ \cdot \text{동적압력 경계조건} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial H}{\partial n} = \mathbf{n} \cdot \left(-\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \times \omega \right) - \frac{1}{Re} \mathbf{n} \cdot (\nabla \times \omega)$$

물체표면을 여러 패널로 나누고, 각 패널에서는 압력수두 H가 일정하다고 가정한다. 물체표면에서의 고착조건 $\mathbf{u} = 0$ 과 무한원방에서의 경계조건 $\omega \approx 0$ 와 함께 이산화된다.

계산영역에서 와도와 속도분포를 정확히 알고 있다면, 원하는 곳에서의 압력수두를 구할 수 있다[5].

$$\begin{aligned} H_i = \sum_j \left[H_j \oint_c \mathbf{n} \cdot \nabla G d\mathbf{l} + \oint_c \frac{1}{Re} \mathbf{n} \cdot (\nabla \times \omega) G d\mathbf{l} \right] \\ + \sum_j \int_s \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \omega) G dS \end{aligned}$$

3. 경계조건

3.1 비침투 / 고착 조건

물체 면에서 속도는 '0'이어야 하지만 계산되어진 속도는 이러한 조건을 만족하지 않는다. 따라서 보오텍스 방법에서는 일반적으로 보오텍스 시트 방법(Vortex Sheet Method)을 사용하여 고착조건을 만족 시킨다. 보오텍스 시트 방법은 물체표면에서 나타나는 접선 방향의 속도성분(u_{slip})을 보오텍스 시트(γ)로 치환하여 물체 면에서 유체 쪽으로 보오텍스를 확산시키는 것이다[6,7].

$$\nu \frac{\partial \omega}{\partial n} = \frac{\Delta \gamma}{\Delta t}$$

비침투조건을 만족시키기 위해 패널방법을 적용하여 포텐셜 성분(ϕ)을 계산한 후 속도를 보정한다.

$$u = u_{\infty} + U_{\infty} + \nabla\phi$$

이러한 경계조건은 반복계산을 거쳐 해를 얻게 된다. 물체표면의 속도는 패널을 따라 해석적으로 적분된 값을 이용하였다[3,8].

3.2 zero 와도 플릭스 조건

보오텍스 블랍의 확산항을 계산할 때 이용하는 입자강도교환 방법은 물체의 경계에서 zero 와도 플릭스 조건을 만족해야 된다. 정상점을 이용하면 zero 와도 플릭스 조건을 만족시킬 수 있다[4].

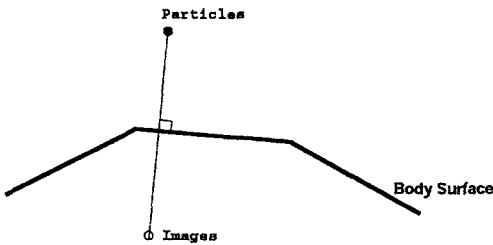


Fig. 1 images in 2-D

NACA 날개와 같이 물체가 매우 얇을 경우, 정상점이 물체내부에 존재할 수 없다. 계산되는 점에서 가까운 보오텍스 블랍에 대해서만 정상점의 영향을 고려하였다.

4. 유동해석결과 : NACA 0012

4.1 계산 조건

Table 1. Computational Parameters

Reynolds no.	550
Time Step, Δt	0.01
Length	1.0
No. of Panels	408
Panel Size	약 0.005
Particles	6,000~70,000
Computational Domain	제한 없음
Computational Time (Pentium IV, CPU 2.3Ghz)	약 4h (100 steps) 약 13h (200 steps)

본 연구에서는 보오텍스 방법을 이용하여 순간 출발하는 2차원 NACA 0012 날개에 적용해 보았다. 유동해석을 위한 입력변수는 Table1과 같다. 받음각은 10°, 50° 로 주었다.

4.1 해석 결과

본 수치해석 기법을 순간적으로 출발하는 2차원 NACA 0012 날개주위의 점성유동해석 문제에 적용해 보았다. 본 연구진에 의한 기존 연구에서, 와도, 속도, 압력의 동적연성관계와 기존의 패널방법과 연계시키는 보오텍스 방법으로 순간적으로 출발하는 2차원 실린더에 대해서 검증한 바 있다.

Fig. 2~4는 레이놀즈 수 550, 받음각 10° 일 때의 결과이다. Fig. 2에서 T=2.0 일 때, 날개 후류에서 wake가 형성되고 있는 것을 확인할 수 있다. Fig. 3에서는 초기 날개 후류 쪽에서 나온 와도가 물체에 서 떨어져 나가는 것을 관찰할 수 있다.

Fig. 5~7은 받음각 50°에서의 결과이다. 초기에 형성된 날개 후류 쪽의 와도는 날개에서 떨어져 나가는 것을 Fig. 6에서 확인할 수 있으며, Fig. 5에서는 10°의 경우와 달리 날개 전류 쪽에서 강한 wake를 관찰할 수 있다.

Fig. 8과 9는 받음각 10°에서의 항력/양력 계수와 압력계수(Cp)의 결과이다. Fig. 8에서 항력/양력계수는 진동하고 있지만 전체적으로는 점차 정상 상태로 가고 있는 것을 확인할 수 있다.

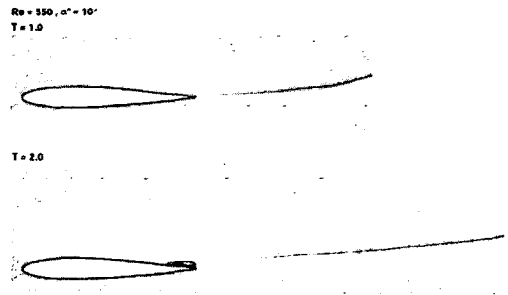


Fig. 2 Streamline (angle of attack 10°, T=1.00 and 2.00)

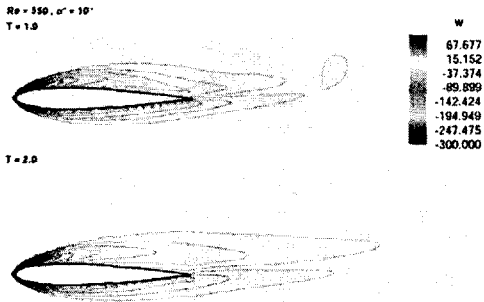


Fig. 3 Vorticity Contour (angle of attack 10°, T=1.00 and 2.00)

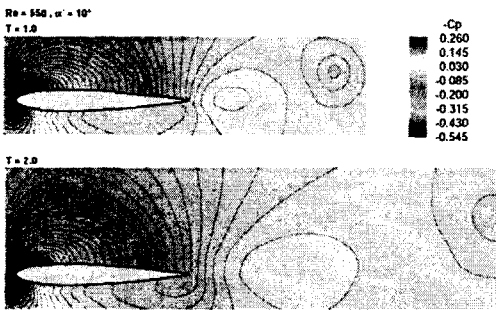


Fig. 4 Pressure Contour (angle of attack 10°, T=1.00 and 2.00)

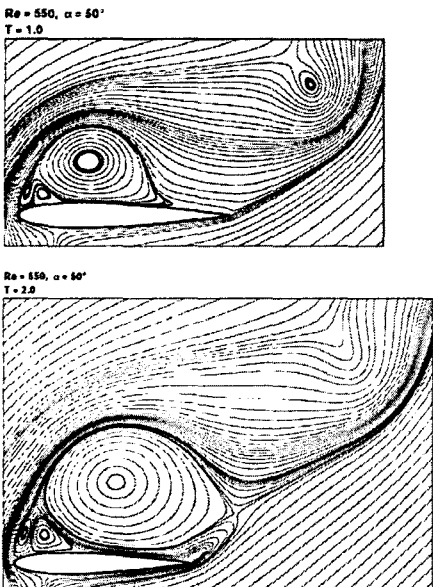


Fig. 5 Streamline (angle of attack 50°, T=1.00 and 2.00)

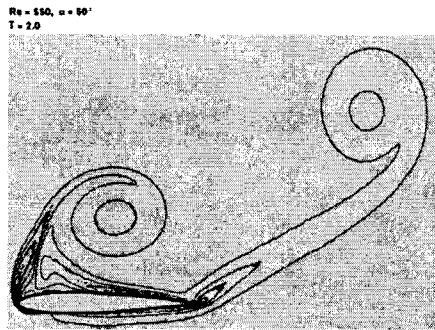
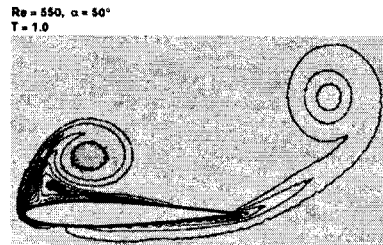


Fig. 6 Streamline (angle of attack 50°, T=1.00 and 2.00)

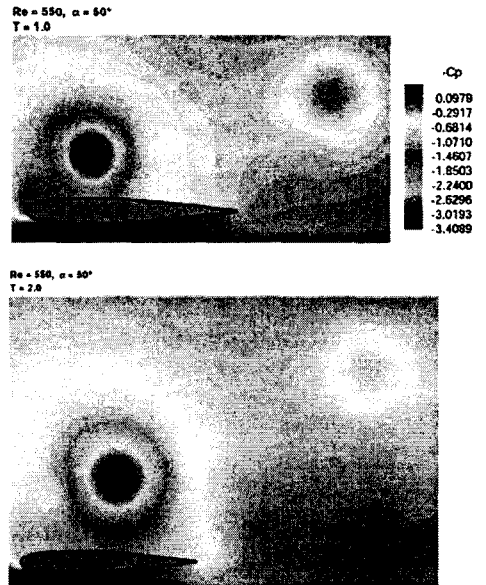


Fig. 7 Streamline (angle of attack 50°, T=1.00 and 2.00)

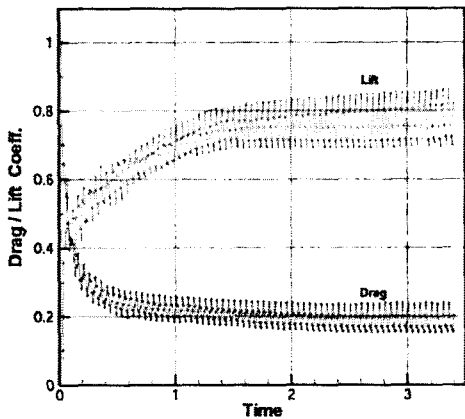


Fig. 8 Drag and Lift Coeff (angle of attack 10°)

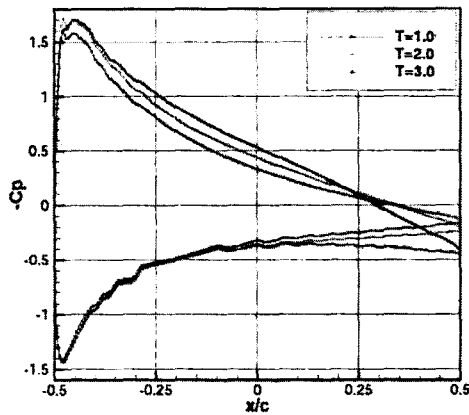


Fig. 9 Pressure Coeff (angle of attack 10°)

5. 결론

본 연구에서는 다양한 형상의 물체에 대해서 보오텍스 방법을 검증하기 위하여 순간적으로 출발하는 2차원 날개 주변의 점성 유동장에 대해서 조사해 보았다. 정상 상태에서의 결과를 바탕으로 수치기법의 해의 정확도 검증 및 향상시켜야 된다. 앞으로 2상 유동 및 난류 모델에 대해 좀더 연구할 계획이다.

후 기

참고문헌

- [1] Suh, J.C. and Kim, K.S., "A vorticity-velocity formulation for solving the two dimensional Navier-Stokes equations," *Fluid Dyn. Res.* Vol. 25, (1999), p.195-216.
- [2] 김광수, 이승재, 서정천, "와도-속도 정식화에서 Lagrangian 보오텍스법과 유한체적법의 비교," *전산유체공학회 추계학술대회* (2002), p.47-52.
- [3] 서정천, 김광수, 이승재, "점성유동해석을 위한 와도방법의 고찰," *대한조선학회 추계학술대회* (2002), p.514-519
- [4] Ploumhans, P., Winckelmans, G.S., "Vortex Methods for High-Resolution Simulations of Viscous Flow Past Bluff Bodies of General Geometry." *J. Comp. Phy.*, 165, (2000) pp 354-406
- [5] 이승재, 김광수, 서정천, "Lagrangian 보오텍스 방법에서의 압력장 계산", *대한조선학회논문집* 제 41권 제1호 (2004) pp.26-35
- [6] Cottet, G-H., and Koumoutsakos, P., *Vortex Methods: Theory and Practice*, Cambridge Univ. Press, (2000)
- [7] Koumoutsakos, P., Leonard, A. and Pepin, "Boundary Conditions for Viscous Vortex Methods." *F., J. Comp. Phy.*, 113, (1994) pp 52-56
- [8] S.Rouvreau, L.Perault, "Two-dimensional viscous vortex flow around a circular cylinder." *Aerosp. Sci. Technol.* 5 (2001) p. 85-94
- [9] M.H.Akbari, S.J.Price, "Simulation of dynamic stall for a NACA 0012 airfoil using a vortex method." *J. Fluids and structure* (2003)