

2차원 Beach에서 쇄파의 시뮬레이션을 위한 수치계산기법의 비교

정광열^{*1}, 이영길^{*2}

Comparison of Numerical Methods for Two-dimensional Wave Breaker on a Plane Beach of Constant Slope

K. L. Jeong, and Y.-G. Lee,

Unsteady nonlinear wave motions on the free surface over a plane beach of constant slope are numerically simulated using a finite difference method in rectangular grid system. Two-dimensional Navier-Stokes equations and the continuity equation are used for the computations. Irregular leg lengths and stars are employed near the boundaries of body and free surface to satisfy the boundary conditions. Also, the free surface which consists of markers or segments is determined every time step with the satisfaction of kinematic and dynamic free surface conditions. Moreover, marker-density method is also adopted to allow plunging jets impinging on the free surface. The second-order Stokes wave theory and solitary wave theory are employed for the generation of waves on the inflow boundary. For the simulation of wave breaking phenomena, the computations are carried out with the plane beach of constant slope in surf zone. The results are compared with each other. The marker-density method is better than the hybrid method. Also they are compared with other existing experimental results. The Agreement between the experimental data and the computation results is good.

Key Words : 자유수면(free surface), 유한차분법(finite difference method), 평평한 해변(plane beach), 비선형 수면파(nonlinear water waves), 혼합법(hybrid method), 밀도함수법(marker-density method)

1. 서 론

파가 해변에 접근하면서 수심이 얕아지게 되면 파면은 점점경사가 가파르게 되어 결국에는 부서지게 된다. 해변에서 쇄파의 특성들은 파력 그리고 해변침식, 퇴적물의 움직임 등에 관한 중요한 정보를 해양공학자들에게 제공한다. 쇄파현상의 형상이나 특성

등을 계산하기 위하여 수치 실험을 수행하였다.

Chen[1]은 VOF 방법을 기반으로 2차원 Navier-Stokes 방정식의 시뮬레이션을 이용하여 Splash-up 현상을 포함하는 Plunging breaker를 설명하기 위해 수치계산을 수행 하였다.

Galvin[2]은 Plunging breaker과 surging breaker 사이의 중간 쇄파를 설명하기 위한 붕괴를 확인하였다. 또한 그는 쇄파의 종류를 나누는 offshore 변수와 inshore 변수를 소개 하였다. 이 변수들은 파의 뾰족한 정도와 해변의 기울기를 나타내는 수치들이다. 갖는 함수이다. 이 변수들은 Battjes[3],[4]에 의해 surf

*1 E-mail : jeongkl@naver.com

인하대학교 대학원 선박공학과

*2 정희원, 인하대학교 선박해양공학전공

상사변수(similarity parameter : ξ)로 변환되었다. Smith 와 Kraus[5]는 bar and trough beach에서의 쇄파 실험을 수행하여, barred profile 에서 쇄파로의 천이 현상을 보이는 ξ 값이 2차원 해변에서의 그것보다 작다는 것을 보여 주었다. Hino[6]와 Monaghan[7]은 각각 TUMMAC과 SPH를 이용하여 해변에서 주기파의 변형을 시뮬레이션 하였다.

이 논문에서는 수치적으로 생성된 파의 정도를 자유수면의 시뮬레이션기법을 변화시키면서 수치계산 하였다. 자유수면의 시뮬레이션에서 수치적인 감쇠와 확산을 줄이는 것, 그리고 계산영역의 유출구에서의 파가 계산 영역에 영향을 주지 않게 하는 것이 중요하다. 운동학적 자유수면조건을 기술하는 다양한 수치적 기법이 소개 되었으며 쇄파 시뮬레이션을 위해 이들을 사용하였고 그 결과가 비교되었다. plunging breaker의 시뮬레이션을 위해 혼합법(Hybrid)이 사용되었고 쇄파이후의 유동 특성을 시뮬레이션 하기 위해 밀도함수법(marker-density)을 이용한 2층류의 유동에 대한 해석기법을 적용하였다. 아홉 개의 2차 Stokes 파와 2개의 고립파의 수치 쇄파실험과 2층류 해석에 의한 쇄파 이후의 자유수면 시뮬레이션이 수행되었다. 계산결과들은 기존의 몇몇 실험결과 들과 비교, 검토 되었다.

2. 수치계산법

계산에 사용된 지배방정식은 2차원 비압축성 점성유동에서의 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식이다. 지배방정식은 fixed staggered variable mesh system에서 시간에 대하여는 전진차분법으로 차분화 되었다. 또한 대류항에 대하여는 정도항상을 주기 위해 Adams-Bashforth 기법을 사용하였다. 대류항의 공간적 차분 근사를 위하여 3차 상류차분기법, 그리고 2차 혼합기법, 1차 상류차분기법이 주위의 cell의 개수를 고려하며 적용되었다. 나머지 공간적 도함수 항들은 중심차분법으로 이산화 되었다. 압력분포는 poisson 방정식을 풀어서 얻게 된다. Poisson 방정식의 유한차분 형식을 풀기위해 SOR 기법이 적용되었다.

물체표면 근처에서의 미분항 계산을 위하여는 Irregular leg length를 이용하여 No-slip 조건을 만족시켰다. 그리고 연속방정식을 만족시키기 위하여 유출입 계산이 물체 표면을 포함하는 물체경계 적

자들에서 사용되었다. 각각의 물체경계 격자에서 속도와 압력은 압력이 수렴 할 때까지 동시 반복(simultaneous iteration)기법으로 계산되었다.

계산을 만족하는 동역학적 자유수면 경계조건은 수면에서 $p = p_0$ 이다. 여기에서 p_0 는 대기압이다. 자유수면 주위에서 압력 poisson 방정식을 풀 때 동역학적 경계조건을 만족시키기 위하여 irregular star를 적용하였다.

계산조건을 만족하는 운동학적 자유수면 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{D(z-\eta)}{Dt} = 0 \quad (1)$$

윗식에서 η 는 파고이다. 식(1)는 자유수면과 자유수면경계에서 유체입자의 속도가 같다는 것을 의미한다. 식(4)의 쉬운 처리 방법 중의 하나는 주위의 자유수면 경계를 포함하지 않는 격자로부터 계산된 속도를 사용한 marker의 움직임을 이용하는 것이다. Heo and Lee[8]는 운동학적 자유수면 경계조건과 조합된 다양한 기법들의 결과를 비교하였다. 그리고 line segment 기법보다 밀도함수법이 더 효과적인 것을 보여주었다. 그들은 수치적 오차를 줄이고 쇄파현상을 수반하는 비선형 자유수면 운동을 시뮬레이션하기 위하여 marker-particle 기법과 line segment 기법을 결합시켰다. 그러나 이러한 혼합기법은 쇄파이후의 비선형 자유수면 운동을 설명하기에 부적합한 면이 있다. 그러므로 쇄파 과정중의 운동학적 자유수면조건을 만족시키기 위하여 본 연구에서는 밀도함수법을 적용하였다. 초기값은 각각의 격자의 중앙에서 물리 값과 같게 하였다. 각각의 기체와 액체의 밀도가 스칼라 값 $\rho^{<1>}$ 과 $\rho^{<2>}$ 일 때 밀도함수값 M_p 는 각각 밀도의 스칼라 값으로 정의 되었다. 각 격자의 marker density 변화는 밀도함수 M_p 로 정의 되었다. marker density의 분포로부터 두 유체 구역의 경계 위치는 밀도함수($\rho^{<1>}$ 와 $\rho^{<2>}$)의 중간지역에서 적절한 위치가 결정되었다. 중간지역에서 각 격자내의 유체는 두 유체가 섞여 있다고 가정한다. 그러나 밀도함수법은 단지 경계면의 위치를 결정하기 위한 것으로 각 영역에서 유체유동의 지배방정식을 풀기위하여는 실질적인 밀도 값들이 사용되었다.

다음의 밀도함수 수송 방정식(식(2))은 식(1) 대신에 자유수면 위치를 결정하는데 적용되었다.

$$\frac{\partial M_e}{\partial t} + u \frac{\partial M_e}{\partial x} + v \frac{\partial M_e}{\partial y} + w \frac{\partial M_e}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

동역학적 자유수면 경계조건을 만족시키기 위해 irregular star 기법이 압력 poisson 방정식 계산 과정에 사용되었다. 각 격자내의 압력점과 경계면 사이의 거리를 leg length라 부른다. Poisson 방정식에서 격자 간격과 이웃하는 격자의 압력점에서의 압력대신에 leg length와 경계면에서의 압력이 사용된다. 계산에서 경계면의 압력은 이웃한 구역의 유체 유동에 종속되어있다. 그렇기 때문에 경계면에서의 압력은 근접한 격자들로부터 경계면의 압력을 외삽하여 결정한다. 즉 수평방향으로는 등치외삽(Equivalent extrapolation)법을 사용하였고, 수직방향으로는 중력가속도를 고려한 선형외삽(linear extrapolation)법을 사용하여 경계면의 압력을 결정하였다. 경계면에서는 자유수면 주위에서의 미분항의 계산을 위하여 속도의 외삽 또한 필요하다. 경계면의 각도가 45°보다 클 경우에는 구하려는 구역에서 이웃한 구역까지 수평적으로 외삽하여 속도를 구하게된다.

3. 계산 결과

3.1 파도생성

자유수면을 포함하는 많은 문제들에서 수치적 감쇠와 확산은 최종결과에 큰 영향을 미친다. 그렇기 때문에 수치적으로 발생한 파의 정도를 검증하는 것이 필요하다.

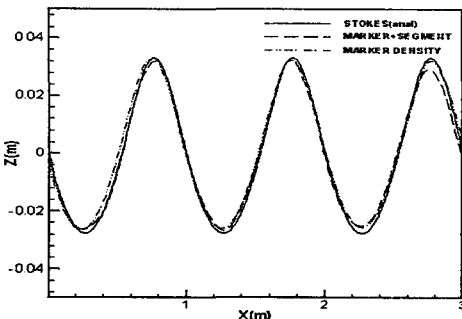


그림 (1) Comparison of wave profile 해변의 기울기와 파고, 주기, 파장을 변화시키면

서 2차 Stokes 파와 고립파를 생성하였다. 그림1은 수치적으로 생성된 2차 Stokes 파의 10번째 주기와 해석적으로 계산된 파를 비교한 것이다. 파고는 0.06m이고 파장은 1m이다. 점선으로 표시된 파는 혼합기법으로 계산된 것이다.

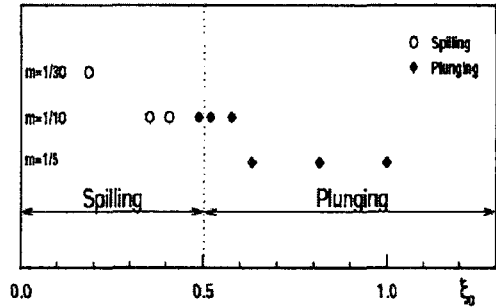


그림 (2) Classification at each of the hybrid method computation

x방향으로 2m까지는 marker-particle기법이 사용되었고, 그 이후는 line segment 기법이 결합되었다. 3 번째 주기에서 line segment 기법에 의해 발생한 파의 주목할 만한 감쇠가 나타난다. 밀도함수 기법이나 marker particle 기법을 이용한 파에서는 해석적 결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

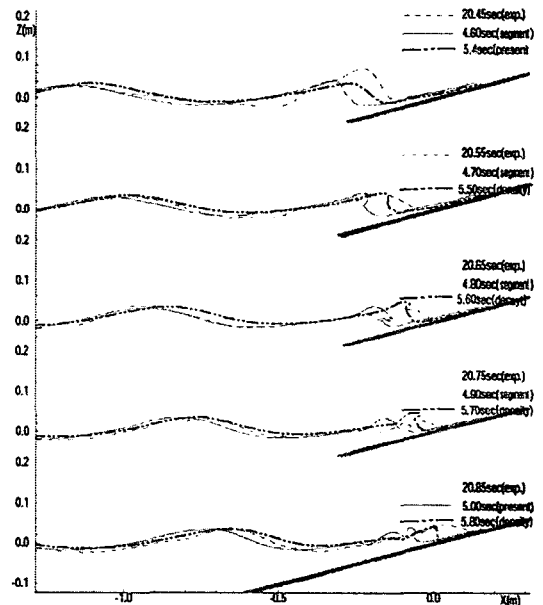


그림 (3) Comparison of free surface profile advancing breaker (case 2)

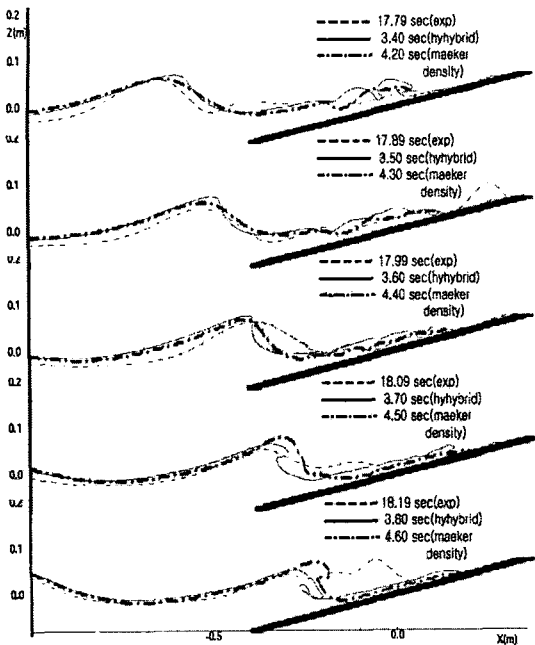


그림 (4) Comparison of free surface profile advancing breaker(case 3.)

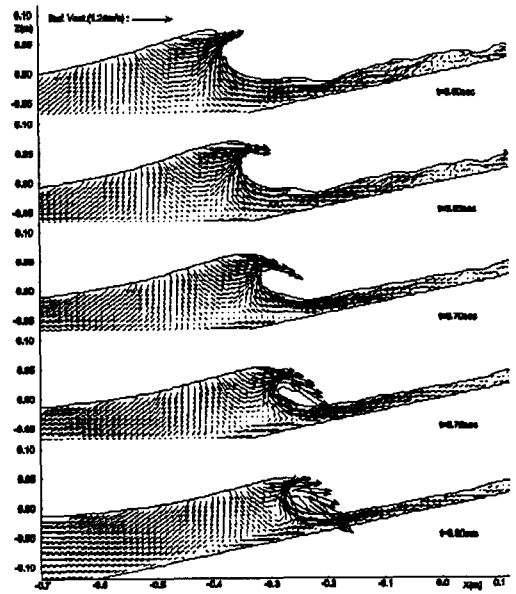


그림 (6) Variation of velocity vectors (case 3, by [marker+segment] method)

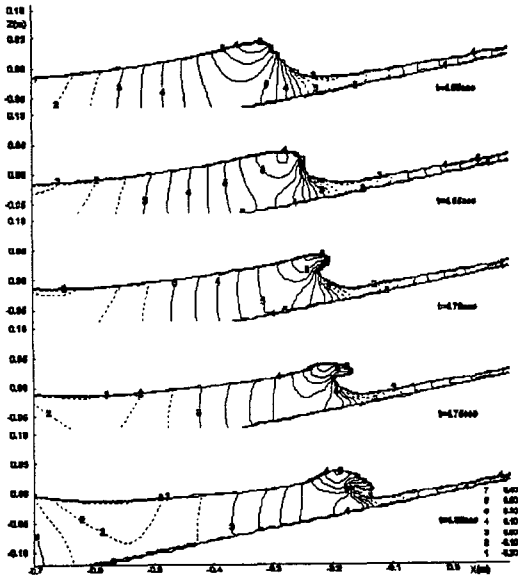


그림 (5) Variation of pressure contours (case 2, by [marker+segment] method)

3.2 혼합 기법에 의한 쇄파 시뮬레이션

혼합기법에 의해 다양한 쇄파 현상을 시뮬레이션 하였다. 모두 9가지의 파에 대하여 계산하였고, 계산된 모든 파는 그림2에 spilling breaker와 plunging breaker로 분류하였다. 이것은 battjes가 정의한 surf 상사계수(ξ_0)의 천이 값과 잘 일치한다.

$$\xi_0 = \frac{m}{(H_0/L_0)^{1/2}}$$

surging or collapsing if $3.3 < \xi_0$
 plunging if $0.5 < \xi_0 < 3.3$
 spilling if $\xi_0 < 0.5$ (3)

그림(3)과 그림(4)는 Hino가 실험한 데이터와 case(2)와 case(3)의 파형을 비교한 그림이다. 실험에서 보여진 파가 부서지기 시작하는 부분을 제외하고는 결과가 잘 맞다는 것을 알 수 있다. 그림(5)은 압력 contour이고 그림(6)는 속도vector이다. 파가 부서지기 시작할 때 과정에서 가장 큰 압력 값과 속도 벡터를 갖는다

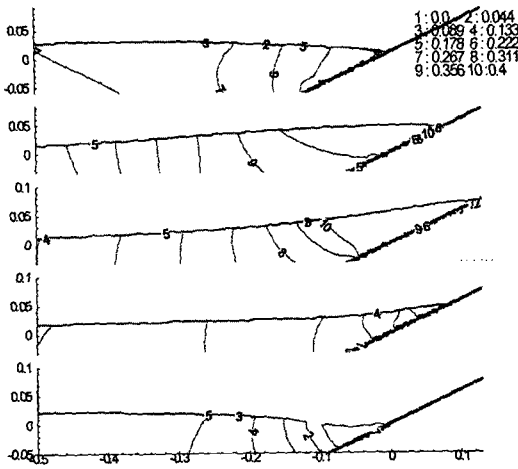


그림 (7) Variation of pressure contours (solitary wave, $H=0.027$ by marker-density method)

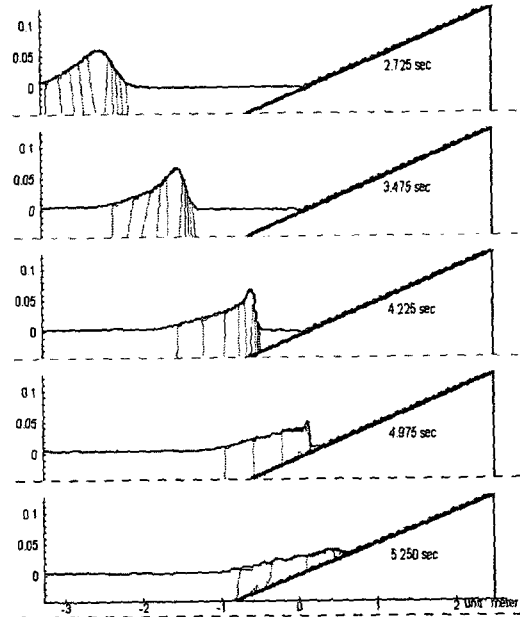


그림 (9) Variation of pressure contours (solitary wave, $H=0.059$, by marker-density method)

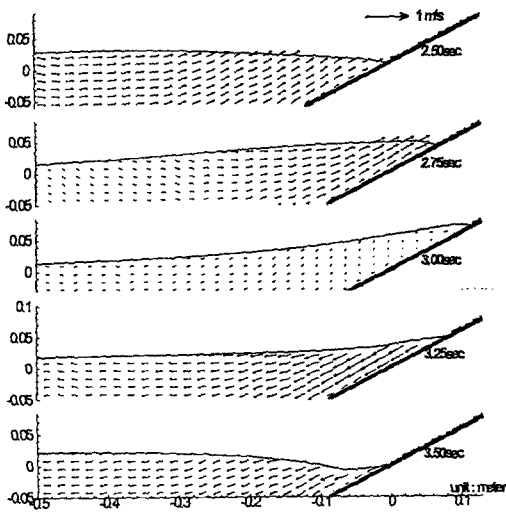


그림 (8) Variation of velocity vectors (solitary wave, $H=0.027$ by marker-density method)

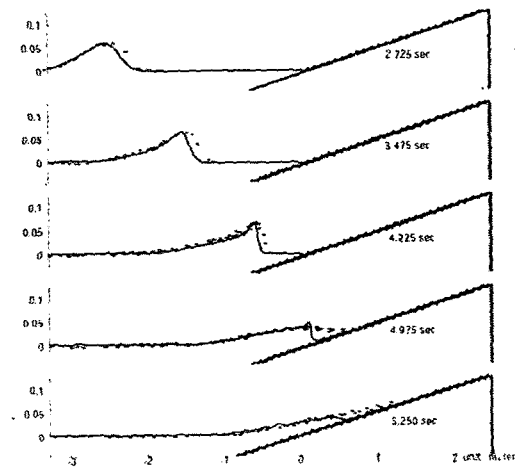


그림 (10) Comparison of free surface profile (solitary wave, $H=0.059$, by marker-density method)

3.3 밀도함수법에 의한 쇄파 시뮬레이션

혼합법이 어느정도는 쇄파 현상을 시뮬레이션하고 있지만 plunging jet이 다시 자유표면에 충돌한 후에는 믿을 만한 결과를 얻을 수 없다. 이러한 어

려움을 극복하기 위하여 밀도함수법을 적용하였다.

고립파의 쇄파현상을 파고와 수심을 변화시키며 계산하였고 3.2절에서와 같은 조건들 중에서 파고가 0.06m 그리고 0.10m인 두 가지 경우를 계산하였다. 그림 (7)은 파고가 낮은 고립파의 쇄파과정중의 압력분포이고, 그림 (8)은 속도벡터이다. Philp과 Pengzhi[9]가 실험한 데이터와 정량적으로나 정성적으로 잘 일치하는 것을 확인하였다. 그림 (9)는 파고가 높은 고립파의 압력분포이고 그림 (10)은 실험치와의 비교이다. 파가 해변에 도달한 이후 물체경계를 타고 오르는 부분을 제외하고는 정량적으로나 정성적으로 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

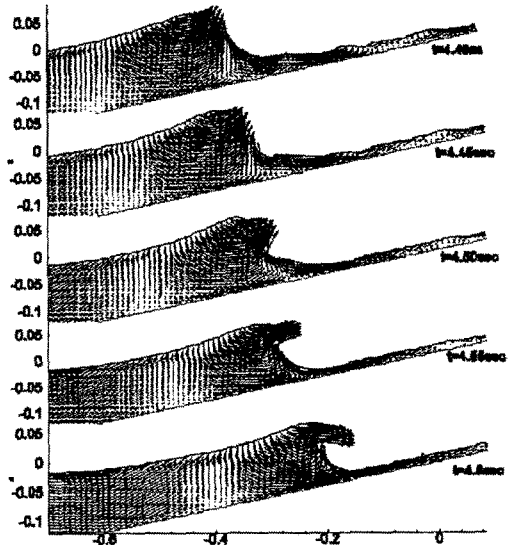


그림 (12) Variation of velocity vectors (case3, by marker-density method)

혼합법과 밀도함수법으로 계산한 파의 외형선을 비교한 그림 (3)과 그림 (4)는 밀도함수법이 혼합기법보다 실제 실험결과와 잘 맞는다는 것을 보여준다. 그림 (11)은 파가 부서질 때 압력이 높은 지역을 보여준다. 이것은 3.2절에서와 같은 경향을 보여준다. 그림 (12)는 밀도함수법에 의해 계산된 case3의 속도 vector들이다. 이전의 경우보다 5/3배 높은 파이기 때문에 plunging breaker의 확률이 전보다 높다. case2 보다 빠른 주기에서 plunging breaker가 발생하는 것을 볼 수 있다. 속도 vector 또한 파가 전복될 때 더 커진다.

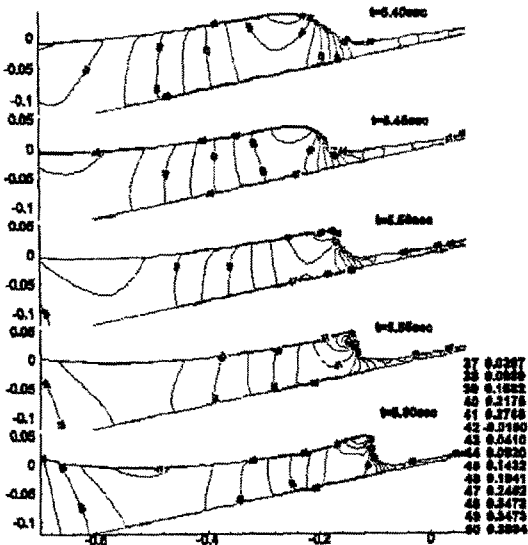


그림 (11) Variation of pressure contours (case2, by marker-density method)

4. 결 론

사각격자에서 hybrid 기법과 밀도 함수법을 이용하여 해변에서의 비선형 현상을 수치적으로 시뮬레이션 하였다. plunging breaker의 진화(발전)과정은 2차 plunging jet을 포함하여 수치적으로 시뮬레이션 하였다. 자유수면과 물체 경계에서의 근사치에도 불구하고 이러한 기법, 특히 밀도 함수법은 정량적으로나 정성적으로 좋은 결과를 주었다.

이러한 기법들은 복잡한 비선형 자유수면 현상을 포함한 실제적인 공학 문제에 적용할 수 있다. 더 좋은 결과를 얻기 위하여 표면장력과 점성응력, 난류모형 등을 고려하여야 한다. 또한 쇄파이후의 현상을 다룰 수 있는 기법을 고안해야 한다.

후 기

이 연구는 부분적으로 인하대학교와 황해권 수송 시스템 연구센터의 지원을 받았습니다.

참고문헌

- [1] Chen, G., Kharif, C., Zaleski, S. and Li, J., 1999, Two-dimensional Navier-Stokes Simulation of Breaking Waves, Physics of Fluids, Vol 11, No 1, pp.121-133.
- [2] Galvin, C.J., 1968, Breaker Type Classification on Three Laboratory Beaches, J. Geophys. Res., Vol 73.
- [3] Battjes, J.A., 1974, Surf Similarity, Proc. of 14th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.460-480.
- [4] Battjes, J.A. 1988, Surf-zone Dynamics, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol 20.
- [5] Smith, E.R. and Kraus, N.C. 1990, Laboratory Study on Macro-features of Wave Breaking over Bars and Artificial Reefs, Technical Report CERC-90-12, U.S. Army Engr. WES, Vicksburg, Mississippi, pp.307-323.
- [6] Hino, T., Miyata, H., Kajitani, H., and Kanai, M., 1984, A Numerical Solution Method for Nonlinear Shallow Water Waves (second report), J. Soc. Naval Arch. Japan, Vol 154, pp.29-39.
- [7] Monaghan, J.J., 1994, Simulating Free Surface Flows with SPH, J. Computational Physics, Vol 110.
- [8] Heo, J.-K. and Lee, Y.-G., 1996, A Numerical Simulation of Two-dimensional Nonlinear Waves in Surf Zone, Proc. KOJAM '96, pp.309-317.
- [9] Lin, P. and Liu, P. L.-F., 1997, A Numerical Model for Breaking Waves: The Volume of Fluid Method, Research Report , Center for Applied Coastal Research (1997)