

차분격자볼츠만법에 의한 저Mach수 영역 edge tone의 유체해석

강 호 근^{*1}, 김 정 환^{*2}, 김 유 택^{*3}, 이 영 호^{*4}

Fluid analysis of edge Tones at low Mach number using the finite difference lattice Boltzmann method

H. K. Kang, J. H. Kim, Y. T. Kim and Y. H. Lee

This paper presents a two-dimensional edge tone to predict the frequency characteristics of the discrete oscillations of a jet-edge feedback cycle by the finite difference lattice Boltzmann method (FDLBM). We use a new lattice BGK compressible fluid model that has an additional term and allow larger time increment comparing the conventional FDLBM, and also use a boundary fitted coordinates. The jet is chosen long enough in order to guarantee the parabolic velocity profile of the jet at the outlet, and the edge consists of a wedge with an angle of $\alpha = 23^\circ$. At a stand-off distance w , the edge is inserted along the centreline of the jet, and a sinuous instability wave with real frequency f is assumed to be created in the vicinity of the nozzle and to propagate towards the downstream. We have succeeded in capturing very small pressure fluctuations result from periodically oscillation of jet around the edge. That pressure fluctuations propagate with the sound speed. Its interaction with the wedge produces an irrotational feedback field which, near the nozzle exit, is a periodic transverse flow producing the singularities at the nozzle lips.

The lattice BGK model for compressible fluids is shown to be one of powerful tool for computing sound generation and propagation for a wide range of flows.

Key Words: Edge음(Edge Tone), 차분격자볼츠만법(Finite Difference Lattice Boltzmann Method), BGK모델(BGK Model)

1. 서 론

환경문제의 관심과 더불어 고속 교통수송기관이나 고성능 계산기의 냉각용 팬 뿐만 아니라 각종 유체기계나 그 덕트로부터 발생하는 유동소음은, 최근

들어 공학분야에서 중요한 문제로 대두되고 있으며, 그 발생원(source)이나 저감대책에 대하여 많은 관심이 증폭되고 있다. 유체의 비정상 운동, 또는 유체와 물체의 간섭에 의하여 발생하는 유동소음의 연구는 공학적으로 관심이 매우 높으며, 이전부터 이론 및 실험, 또한 최근들어 수치해석 방법등을 통하여 많은 연구들이 수행되어져 왔다.

흐르는 유체중에 물체가 존재할 때, 흐름과 물체의 간섭에 의해 유동소음(aero-acoustic)이 발생한다. 이러한 유동소음의 한 종류인 edge tone은 노즐로부터 나온 분류(jet)와 edge의 상호작용으로 인한

*1 정회원, 경상대학교 기계항공공학부

*2 비회원 한국해양대학교 연구원

*3 비회원 한국해양대학교 기관시스템공학부

*4 정회원, 한국해양대학교 기계·정보공학부

*E-mail : kang88@gachuk.gsu.ac.kr

음압의 차에 의해서 소음이 발생하며, 이 음압은 다시 상류의 분류에 영향을 미친다. 즉, 어떠한 조건하에서, 피드백 메카니즘에 기인한 주기적인 운동이 발생하며, 이로 인한 압력파가 발생한다. 이와 같은 피드백(feed back) 메카니즘을 갖는 edge tone 현상은 이론검증이나 실험은 예전부터 연구되어져 왔다.^{[1]-[3]} 특히, Powell(1953)^[4]에 의해서 처음으로 주요한 특성들이 체계화 되었다. 유속 U_0 를 갖는 분류의 섭동(perturbation)은 결국 훨씬 더 하류쪽에 와류(vortex)를 발생시킨다. 이러한 분류는 상속도 c_p 와 더불어 하류로 흘러가며, 노즐출구와 거리 w 떨어져 있는 edge에서 만난다. 여기서 와류는 edge와 상호작용을 하며, 분류의 상류측으로 음압파를 방출한다. 여기서, 주어진 jet-edge계에서 주파수 f 는 노즐출구와 edge사이의 노즐출구에서의 분류의 속도 U_0 과 그 거리 w (stand-off distance)에 의존한다(Fig. 1). 또한 이와 비슷한 현상으로는 cavity 흐름에서도 발생하며, 소위 cavity tone이라 불려진다.

그러나 edge tone을 포함한 유동소음의 수치계산은, 소음장의 압력의 변동이 유체의 압력변동에 비해서 매우 작을 뿐만 아니라 음파의 축정범위가 광범위하게 미치기 때문에 넓은 계산영역을 설정할 필요가 있는 등의 이유로 인하여 계산기에 걸리는 부하가 매우 커서 직접계산이 곤란하였다. 최근에 이르러 계산기의 비약적인 발달로 유동소음의 직접계산이 수행되어지고 있으며, edge tone의 수치계산 사례도 보고 되었다.^[5]

한편, 실린더 주위의 흐름에 기인한 유동소음(aeolian tone)도 예전부터 많은 연구자들에 의해 연구되어져 왔다. 그중에서 Strouhal (1878)은 직경 d 의 실린더로부터 방출된 소음의 주파수 f 는 $fd/U_0 = const$ 와 같이 일정흐름의 유속 U_0 에 관계한다는 것을 실험적으로 보여주었다. 또한 Rayleigh (1896)는 실린더에서 유체음의 발생은 실린더 후류에서 발생하는 와열(Karman vortex street)의 불안정성에 관계한다는 것을 보고하였다. 이러한 것은 소음 주파수 f 는 실린더 후류에 생성되는 와의 발산하는 주파수와 동기한다는 사실이 알려져 있다. 지금까지 차분격자볼츠만법(Finite Difference Lattice Boltzmann Method)에 의한 유동소음의 연구로는 Aeolian tone의 수치계산이 행하여졌다.^[6] 이 결과, Karman와열의 발생주기와 같은 2중극음(dipole

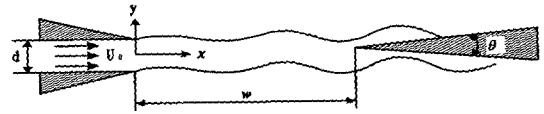


Fig. 1 Schematic of the edgetone configuration

sound)을 모사하였으며, 양호한 정도에서 음장의 직접계산이 가능하다는 것이 확인되었다.

본 연구에서는 수치계산방법으로서 차분격자볼츠만방법을 이용하여 aeolian tone보다 더 복잡한 음의 발생 메카니즘을 갖는 edge tone의 직접계산을 수행하여, edge tone의 발생 메카니즘과 그 소음의 전파 과정을 해석 고찰하고자 한다.

2. 수치해석 기법

FDLBM의 기초가 되는 이산화 BGK방정식은, 시간 t , 위치 x 의 격자점에서 일련의 입자운동(충돌과 병진)을 갖는 속도분포함수 $f_i(x, t)$ 를 이용한 형태로서

$$\frac{\partial f_i(x, t)}{\partial t} + c_{ix} \frac{\partial f_i(x, t)}{\partial x_a} = \Omega_i \quad (1)$$

와 같다. 여기서, c_i 는 입자의 속도를 나타낸다. 식 (1)의 우변 Ω_i 는 충돌에 의한 입자분포의 변화를 나타내는 충돌연산자(collision operator)이며, 충돌시에 질량, 운동량 및 에너지가 보존되는 규칙을 따른다. 충돌은 입자간의 상호작용에 의한 운동의 변화이기 때문에, Ω 는 입자분포함수 f 의 합으로 나타낸다. 그러나, 이와 같은 Ω 를 이용한 충돌연산은 복잡하기 때문에 다음과 같은 충돌항을 간략화 시킨 방법(BGK 모델)이 가장 널리 이용된다.

$$\Omega_i = -\frac{1}{\phi} [f_i(x, t) - f_i^{(0)}(x, t)] \quad (2)$$

여기서 $f_i^{(0)}$ 는 국소평형분포함수를 나타내며, ϕ 는 1 타임스텝에서 입자분포가 평형상태에 도달할 때까지 걸리는 시간에 해당하며, 일반적으로 단일시간완화 계수라 불려진다.

또한, 연속체로서의 거시적(macroscopic) 상태에서의 유체의 변수들은 미시적(microscopic) 상태에서의 입자분포 c_i 를 갖는 분포함수 f 로부터 다음과 같은 관계가 있다.

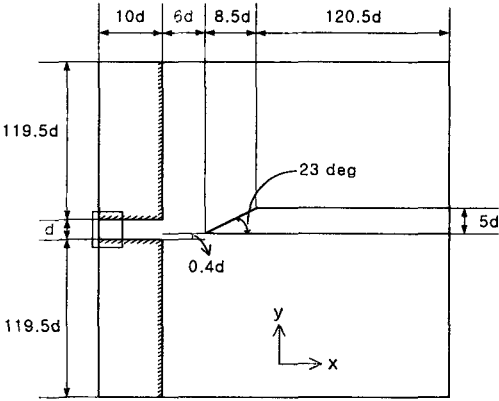


Fig. 2 Edgetone geometry for the simulation

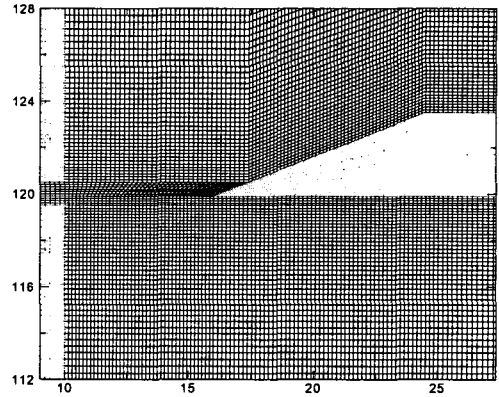


Fig. 3 Computational mesh

$$\text{밀도: } \rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{(0)} \quad (3)$$

$$\text{운동량: } \rho \mathbf{u} = \sum_i f_i \mathbf{c}_i = \sum_i f_i^{(0)} \mathbf{c}_i \quad (4)$$

$$\text{에너지: } \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e = \sum_i \frac{1}{2} f_i c_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} f_i^{(0)} c_i^2 \quad (5)$$

여기서 e 는 단위질량당의 내부에너지를 나타낸다.

한편, 계산의 안정성 및 연산시간의 단축을 목적으로 하여, 점성계수 ν 와 완화계수 ϕ 를 이용하여 이산 BGK방정식 (식(1))에 2차항을 추가하면,

$$\frac{\partial f_i(x, t)}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i(x, t)}{\partial x_\alpha} - \frac{Ac_{i\alpha}}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (f_i(x, t) - f_i^{(0)}(x, t)) = -\frac{1}{\phi} (f_i(x, t) - f_i^{(0)}(x, t)) \quad (6)$$

와 같이 변경되어질 수가 있으며, 이 때의 점성계수와 완화계수의 관계는 다음과 같이 정의된다.

$$\nu = \frac{2}{D} \rho e (\phi - A) \quad (7)$$

위의 식에서 임의의 계수 A 를 적당히 바꿈으로서, 매우 적은 동점성 계수에서의 흐름에 대해서도 완화계수 ϕ 를 충분히 크게 설정할 수가 있어 계산의 안정화 및 연산시간의 단축을 도모할 수가 있다.

3. 해석방법

본 연구에서는 Fig. 2에서 나타난 바와 같이 계산 설정을 하였으며, edge근방의 격자를 밀집시간 2차원 물체적합좌표(body fitted coordinate)를 이용하고 있다. 격자수는 x 방향으로 301, y 방향으로 301의 총 90601개를 발생하였다.(Fig.3) 노즐직경 d 를 대표길

이, 분류의 평균유속 u 를 대표속도로 하였으며, 계산 영역은 $145d \times 140d$ 을 설정하였다. 노즐출구로부터 edge선단까지의 거리는 $6d$ 를 주었으며, edge는 선단의 각도가 23° , x 방향의 길이 $8.5d$ 를 주었다.

계산조건으로서 Reynolds수는 $Re=1000$, 초기유입 속도 $U_0=0.1, 0.2$ 및 0.3 ($e=0.5$)을 주었다. 경계조건으로서 물체상에서는 점착조건(no slip)과 단열조건(adiabatic)을 적용하였으며, 노즐부의 좌단은 일정유속 흐름을 주었으며, 노즐이외의 계산영역의 상단, 하단 및 우단의 유체부는 정지유체를 가정하였다. 유체부의 전 격자에서 초기조건으로서 평형상태의 정지유체를 가정하였으며, $t>0$ 에 있어 노즐부의 좌단으로부터 일정유속의 흐름 $u_i(t=0) = (U_0, 0)$ 을 주었다. 기초방정식의 이산화 방법은 식(6)의 시간항을 2차정도의 Runge-Kutta법, 공간을 3차정도의 풍상차분법(UTOPIA)를 이용하였다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서 적용하고 있는 FDLBM에서의 압력 p 는 밀도 ρ 와 내부에너지 e 를 이용해 $p = \rho e$ 로 주어지며, 시간은 무차원시간 $T(=Ut/d)$ 로 표시된다. 따라서 본 연구에서는 초기상태의 유체의 압력을 기준압력 $p_0 = \rho_0 e_0$ 와 같으며, 기준압력과의 차를 무차원화 시킨 $\Delta p = (p - p_0)/p_0$ 를 변동압력으로 이용하였다.

Fig. 4에 표시한 바와 같이 최초 노즐로부터 나온

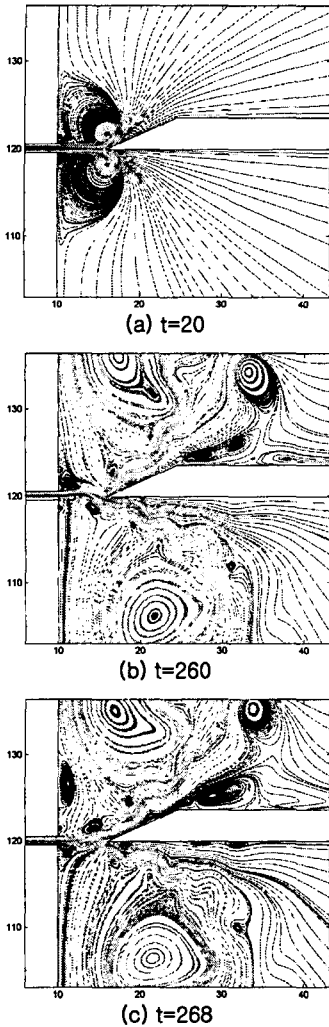


Fig. 4 Streamlines around the wedge

분류는 초기조건으로서 교란이 없는 일정유속을 주었기 때문에, edge에 충돌하여 분류가 상하로 균등하게 나뉘어진다.(Fig. 4(a)) 그 후, 분류가 변동을 시작하여, edge에 충돌하면서 상하방향으로 주기적으로 변동한다. 이러한 변동은 노즐 출구의 상하벽면 근방으로부터 발생하는 와(vortex)의 주기와 같으며, 이 와에 의해 분류의 변동이 발생한다고 생각되어진다. 노즐출구의 상하벽면 근방으로부터 발생하는 와는 상하교대로 발생하며, 분류의 영향을 받아 edge방향으로 이동한다. 이때 와는 와의 회전에 의해 분류의 형상으로 파형된다. 그 결과, 와가 edge의 선단을 통과한 부근에서 와의 회전에 의해 분류

가 방향을 바꾸며, edge의 편측으로 흘러들어간다. 이러한 와는 상하교대로 발생하고 있기 때문에, 분류도 edge의 상하에 교대로 변동한다. 이 분류의 변동에 의해 분류가 edge에 닿은 면에서는 압력의 상승이, 반대측에서는 압력의 감소가 주기적으로 발생한다. 이 결과 edge의 상하에서 역 위상을 갖는 압력파를 발생한다.

Fig. 5는 한 주기내에서의 두개의 다른 시간에서 ($t=260$ 및 268) 순시적 와류 분리현상을 보여주고 있다. 와류의 회전속도에 의해 edge에서 분류가 방향을 바꾸며, 그 분류가 닿는 면은 압력이 증가하며 그 반대편은 압력이 감소한다. 이와 같은 와류의 이탈 메카니즘에 의해 생성된 압력차는 유동소음의 원

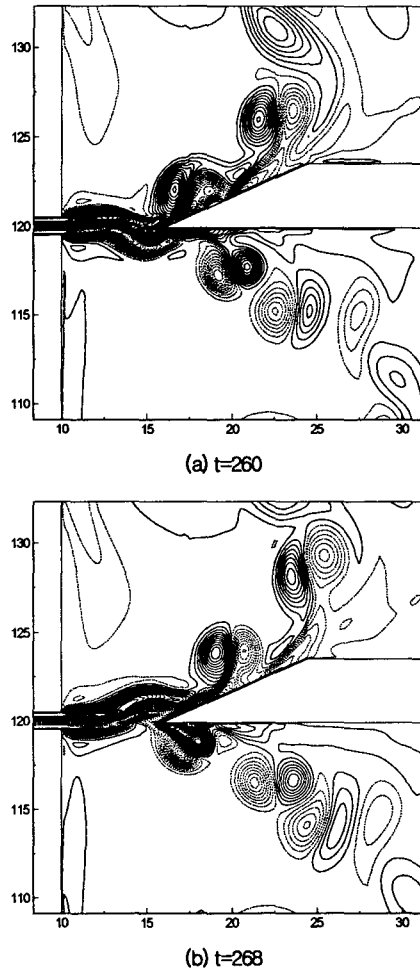


Fig. 5 Vorticity contours at two different instants ($U_0=0.2$)

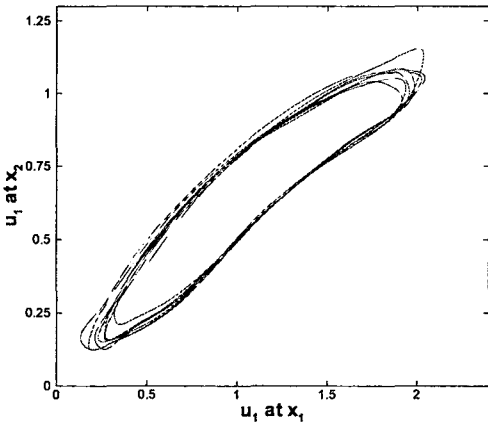


Fig. 6 Phase diagram ($U_0=0.2$)

인이 될 것으로 추측할 수 있다.

Fig. 6은 $x_1 (= 2w/5)$ 및 $x_2 (= 1w/5)$ 의 위치에서 분류의 변동속도를 나타내고 있다. 위의 그림에서 노즐로부터 나온 분류는 주기적으로 변화하고 있는 것을 알 수가 있다.

다음은 유동조건의 변화에 따른 유동소음의 전파 특성을 고찰하기 위하여 무차원화된 시간 $t = 260$ 에서 각각의 유동조건 ($U_0 = 0.1, 0.2$ 및 0.3)에 대하여 압력변동의 변화를 살펴보았다(Fig. 7). 각각의 그림에서 알 수 있듯이 압력변동 크기는 분류의 속도에 비례하여 커지며, edge부근에서 상하교대로 (+) 및 (-)

의 압력파가 wedge를 중심으로 상하대칭으로 전파하고 있는 것을 알 수가 있다.

한편, Fig. 8은 각각의 유동조건에 따른 소음특성을 고찰하기 위하여 음압의 변화를 각 경우별로 비교해보았다. 즉, 계산영역중의 3점에 있어서 압력의 시간변동을 나타내고 있다. 관측점은 edge선단을 기준점으로 하여 방사형으로 3개의 점을 선택하였다. A1은 edge선단으로부터 x 방향으로 $109d$, y 방향으로 $100d$ 떨어진 곳이며, A2는 edge선단으로부터 x 방향으로 $109d$, y 방향으로 $-20d$ 떨어진 지점이며, A3는 edge선단으로부터 x 방향으로 $0d$, y 방향으로 $-100d$ 떨어진 지점을 선택하였다. 압력파가 상하 대칭에서 방사형 모양으로 전파하고 있음을 알 수가 있다. 또한, 위에서 언급한 바와 같이 초기 분류속도가 작아짐에 따라 음압의 변동이 작다는 것을 뚜렷이 관측됨을 보여준다. 아울러, 이러한 점들에게 있어서 압력파의 변동의 크기는 edge근방의 압력변동에 비해서 미소하다는 것이 확인되었다.

Fig. 7 및 8로부터, feedback의 발생은 다음과 같은 요인 때문이라고 사료된다. (i)노즐출구의 상하벽면 근방으로부터 발생하는 와가 분류에 의하여 edge 방향으로 이동하여, edge의 근방에서 어떠한 이유로 인하여 와가 합체된다.(Fig.5) (ii) 그 결과 그때까지 보다 강한 와가 발생함에 따라, 이 와에 의해 유기되는 분류의 변동도 크게 된다. (iii) 그것에 수반되

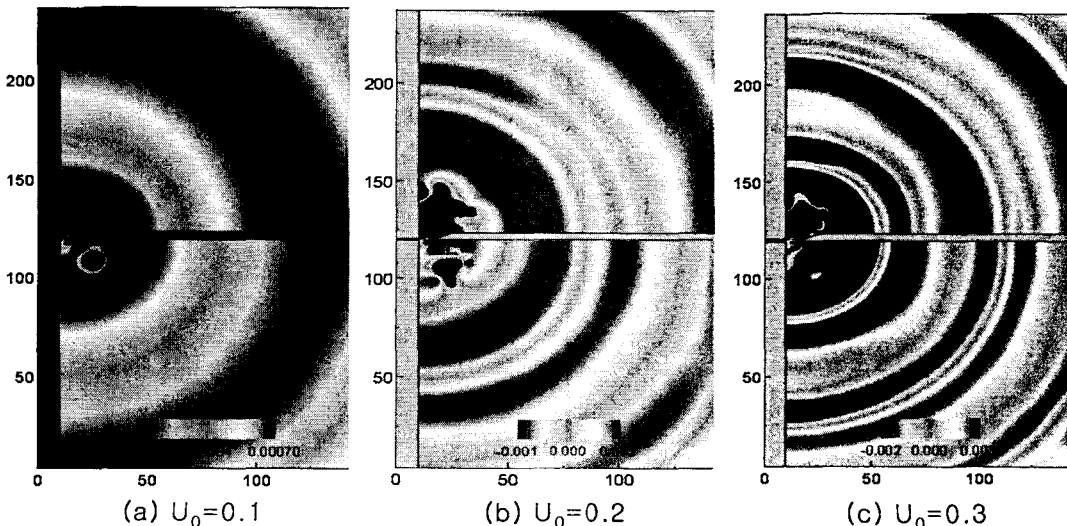


Fig. 7 Acoustic pressure distribution at three inflow velocity of the jet U_0

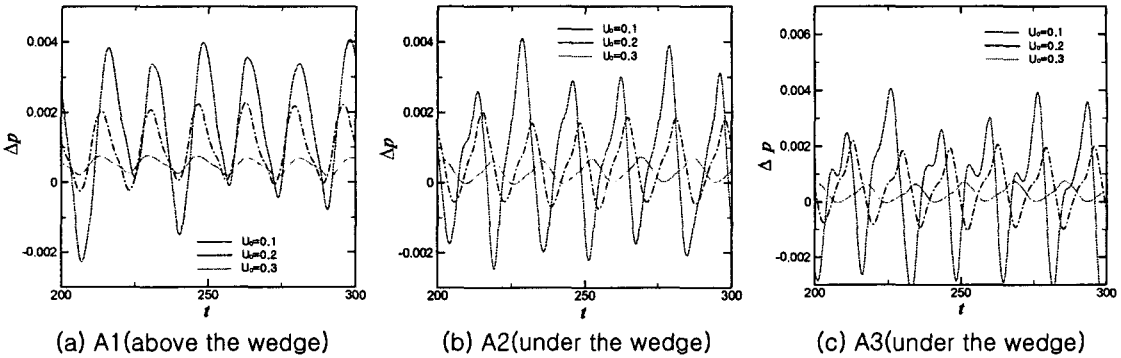


Fig. 8 Time variation of acoustic pressure at three different point

어, edge부근으로부터 발생하는 압력도 크게 된다. (iv) 발생하는 압력변동이 크게됨에 따라 노즐로부터 나오는 와의 주기 및 강도를 변화시킨다. 이상 (i)~(iv)의 변화가 일어난다고 사료된다. 즉, 와의 합체에 의해, 이제까지보다 더욱 큰 압력이 edge의 근방으로부터 발생하며, 그 큰 압력이 전파하여 상류층의 분류에 의한 와의 발생주기 및 강도에 변화를 미친다. 그 결과, 새로운 와가 방출되어 분류에 변화를 미치게 하며, edge근방에서의 압력변화를 유기하고, 압력이 다시 와의 방출에 영향을 미치는 feedback 구조를 갖는다고 사료된다.

5. 결론

본 연구에서는 차분격자볼츠만법의 21속도의 압축성 모델을 이용하여 2차원 edge음의 수치계산을 행하여, 분류와 edge의 상호간섭에 의해 발생하는 음파의 발생 메카니즘이 고찰되었다.

우선, 이러한 이 음파는 노즐출구의 상하 벽면근방으로부터 발생하는 와의 주기와 같이 발생하며, 분류가 edge에 충돌함으로써 edge 주위의 압력변동을 발생시키며, 이 결과 음파가 발생함을 확인하였다. 또한, 유체의 압력변동에 비해서 매우 작은 압력변동이 발생하며, 그 전파속도는 음속에 일치하고 있다. 음압의 변동성분은 유체의 압력에 크게 영향을 받지 않고 전파하며, 이러한 음압변동의 크기는 분류의 속도에 비례하여 증가하는 것을 확인하였다. 이러한 결과로부터, 노즐출구의 상하벽면 근방으로부터 발생하는 와가 edge근방에서의 합체에 의해 분

류의 변동이 변화하며, edge근방에서 발생하는 압력에 변화를 유발하며, 그 압력이 전파함으로써 노즐출구의 상하벽면 근방으로부터 새로운 와의 발생을 유기한다는 feedback 메카니즘에 의해서 일어난다고 사료된다.

참고문헌

- [1] Holger, D.K. et al., "Fluid Mechanics of the Edgetone," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.62-5, (1977), p.1116.
- [2] Crighton, D.G., "The Jet Edge-tone Feedback Cycle; Linear Theory for the Operating Stages," *J. Fluid Mech.*, Vol.234, (1992), p.361.
- [3] Brown, G.B., "The Vortex Motion Causing Edge Tones," *Proc. Phys. Soc.*, Vol. 49, (1937), p.493.
- [4] Powell, A., "On Edge Tones and Associated Phenomena," *Acustica* 3, (1953), p.233.
- [5] 土田, 외3명, "에지톤에서의 진동 모드 이동의 시뮬레이션," *日本流体力学会年会*, (2002), p. 286.
- [6] Kang, H.K. et al., "Numerical Simulation of the Far-field Acoustic Sounds by the Finite Difference Lattice Boltzmann Method," *5th Asian Compt. Fluid Dyn. Conf.* Vol.1, (2003).