

근사신뢰도기법을 이용한 효율적인 공력 형상 설계에 관한 연구

김 수 환^{*1}, 권 장 혁^{*2}

Study of the Efficient Aerodynamic Shape Design Optimization Using the Approximate Reliability Method

Suwhan. Kim and Jang-Hyuk Kwon

The conventional reliability based design optimization(RBDO) methods require high computational cost compared with the deterministic design optimization(DO) methods. To overcome the computational inefficiency of RBDO, single loop methods have been proposed. These need less function calls than that of RBDO but much more than that of DO. In this study, the approximate reliability method is proposed that the computational requirement is nearly the same as DO and the reliability accuracy is good compared with that of RBDO. Using this method, the 3-D viscous aerodynamic shape design optimization with uncertainty is performed very efficiently.

Key Words: 신뢰성 최적 설계(Reliability based Design Optimization), 근사신뢰도(Approximate Reliability), 공력 형상 설계(Aerodynamic Design Optimization)

1. 서 론

지금까지 많은 분야에 걸쳐 수치해석을 이용한 최적 설계 기법이 사용되었다. 기존에 사용되는 최적 설계 기법은 특정 목적 함수와 여러 제약 조건들이 결정된 상태에서 최적의 성능을 가지는 형상 혹은 운용 조건 등을 찾아내는 것이 목표가 되었다. 하지만 이러한 설계 기법의 경우 설계 형상이나 설계 조건 등의 작은 변화에 매우 민감하게 성능 저하가 일어날 가능성이 있었다. 이러한 예측 못한 현상들을 줄이기 위해 최적의 성능뿐만 아니라 성능의 강건성 등을 고려한 최적 설계 기법들이 제안되었다. 이런 기법들 중에 대표적인 기법으로 강건성(robust) 최적 설계 기법과 신뢰성(reliability) 최적 설계 기법을 들 수 있다.

강건성 최적 설계 기법은 제품의 운용 조건이나 또는 공정 오차로 인한 형상 변화에 대한 성능 저하를 최소화시키기 위한 설계를 수행하는 기법이다. 이 기법은 일반적으로 성능지수와 성능지수의 민감도의 조합을 통해 하나의 새로운 목적함수의 구현을 통해 최적화를 수행한다[1-2]. 따라서 기존의 최적 설계 기법과 비교하여 간단한 목적함수의 변환을 통해 구현이 가능하므로 비교적 간단하게 접근이 가능한 장점이 있다.

신뢰성 최적 설계는 제품의 운용 조건이나 작은 형상 변화에 따른 제품의 불량 감소를 최소화하는 설계 기법이다. 이 기법은 여러 불확실한 조건 변화에 대해 적어도 제품의 기본 성능은 만족하도록 제품 불량에 대해 여분을 주도록 설계하는 기법으로 강건성 최적 설계와 달리 제약 조건의 변화를 통해 최적 설계를 수행한다[3]. 이 때, 제품의 불확실성에 대한 고려를 해주기 위해서는 기존의 결정론적인 접근 방법이 아닌 확률론적인 접근방법이 필요하다. 그러므로 확률론적인 접근을 위해서는 추가적인 노력

*1 학생회원, KAIST 기계공학과 항공우주공학전공

*2 정회원, KAIST 기계공학과 항공우주공학전공

*E-mail : suwhan@kaist.ac.kr

이 필요하다. 이러한 이유로 강건성 최적 설계 기법과는 달리 설계에 대한 접근이 어려우며, 신뢰성을 해석하기 위해 수 배에서 수십 배의 추가적인 노력이 필요하다.

본 연구에서는 기존의 신뢰성 설계 기법의 많은 필요 계산량을 개선하고자 하였으며, 이를 이용해 비교적 계산이 많이 걸리는 3차원 점성 유동장을 이용한 공력 형상 최적화를 수행하고자 하였다.

2. 신뢰성 최적 설계

2.1 신뢰성 해석

일반적인 최적화 문제는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & g(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

식(1)과 같은 최적화 문제를 신뢰성 최적화 문제로 다음과 같이 변환이 가능하다.

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mu) \\ \text{s.t.} \quad & P(g(x) \leq 0) \leq \Phi(-\beta) \end{aligned} \quad (2)$$

위 식에서 설계 변수 x 는 평균이 μ 이고 표준편차가 σ 를 가지는 확률 변수이며, $f(\mu)$ 는 설계변수의 평균에 대한 목적함수를 의미하고, P 는 설계 변수 x 에 대해 한계상태함수(limit state function) g 가 0보다 작을 확률을 의미한다. 이 때, Φ 는 누적확률함수로서 신뢰도지수(reliability index) $-\beta$ 에 대한 확률을 나타낸다. 신뢰성 최적 설계는 한계상태함수를 만족하지 못할 확률이 누적확률함수에 의해 정해진 특정 확률보다 작을 경우 설계가 실패한 것으로 간주한다.

위와 같은 확률변수들을 다루기 위해서는 한계상태함수에 대한 확률 $P(g(x) \leq 0)$ 를 계산하여야 한다. 확률 P 를 계산하기 위한 방법으로 Monte Carlo Simulation이나 SOSM(second order second moment), FORM(first order reliability method), SORM(second order reliability method) 등이 존재한다. 본 연구에서는 위의 방법들 중에서도 일반적으로 많이 사용하는 FORM을 사용하였다[3].

FORM은 한계상태방정식은 1차의 정확도로 근사화하여 현재 설계점에서 가장 가까운 최대 위반 가

능점(most probable point : MPP)를 찾는 기법으로 일반적으로 다음과 같은 최적화 문제를 통해 MPP를 구한다.

$$\begin{aligned} \min \quad & g(u) \\ \text{s.t.} \quad & \|u\| = \beta_i \end{aligned} \quad (3)$$

위 식에서 u 는 확률변수 x 가 표준 정규 확률분포 공간으로 변환된 변수로서 다음과 같이 정의된다.

$$u = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (4)$$

또, β_i 는 설계자에 의해 주어진 신뢰성 레벨로서 β_i 가 클수록 큰 신뢰성을 갖는다.

2.2 신뢰성 최적 설계

앞 절에서 언급한 것처럼 식(2)의 신뢰성 최적 설계를 수행하기 위해서는 식(3)과 같은 최적화 문제의 해석이 필수적이다. 즉, 식(2)의 제약조건을 해석하기 위해 매번 식(3)의 신뢰성 해석을 수행해야 한다. 이와 같은 과정을 표현하면 Fig.1과 같다.

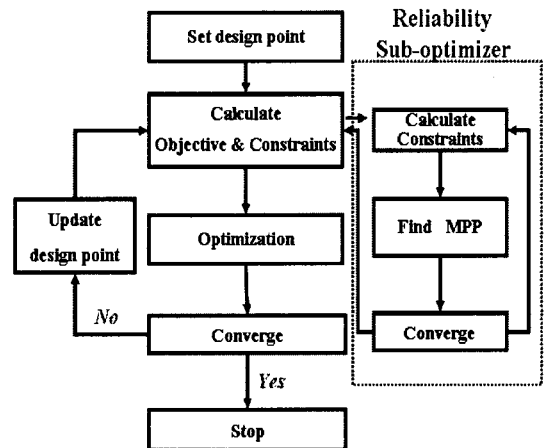


Fig. 1 일반적인 신뢰성 설계 기법

Fig.1을 보면 신뢰성 최적 설계의 경우 크게 메인 최적화 부분과 하위 신뢰성 해석 부분으로 나눌 수 있다. 이러한 설계 구조의 경우 한 번의 최적 설계를 수행하기 위해서는 매우 많은 하위 신뢰성 해석을 수행해야 되는 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해 이중 구조가 아닌 단일 구조의 신뢰성 설계 기

법들이 제안되었다. 단일 구조의 신뢰성 기법들로는 Traditional Approximation Method(TAM), Single Loop Single Vector(SLSV), Safety-Factor Approach(SFA), Sequential Optimization and Optimization Assessment(SORA) 기법들이 제안되었다[4]. 이러한 기법들은 정확한 신뢰성 설계를 이용한 최적화 수행이 아닌 근사화된 신뢰성 해석 결과를 수행하는 기법이다. 즉, 이중 구조를 이용할 경우 정확한 신뢰성 해석을 수행하고 그 결과값을 사용하여 최적화에 응용하는 반면, 단일 구조의 경우 신뢰성 설계의 반복 계산을 지양하고 수렴되지 않은 신뢰성 해석 결과를 수행하여 최적화를 수행한다. 이러한 근사화를 통해 전체 계산량의 감소를 얻을 수 있었다. 단일 구조 기법의 전체 과정은 Fig.2와 같다.

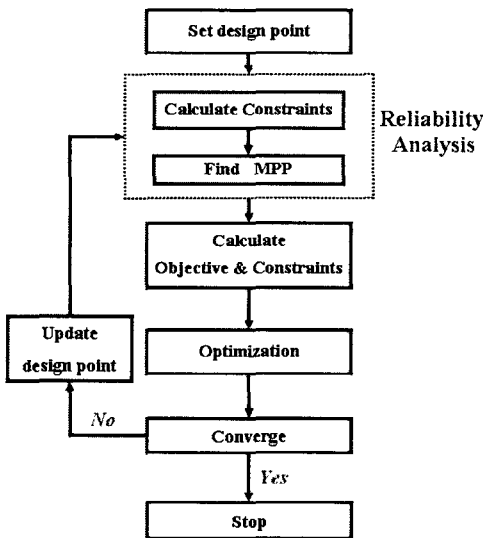


Fig. 2 단일구조의 신뢰성 최적 설계

2.3 근사 신뢰성 최적 설계

단일구조의 신뢰성 최적 설계 기법은 근사 신뢰도 지수를 사용하여 설계가 진행된다. 이 때, 메인 설계 과정 중에 MPP에 대한 민감도 값을 이용하여 제약 조건의 민감도를 해석한다. 또, 신뢰성 해석 과정 중에도 다시 MPP에 대한 민감도 값을 해석하여 MPP를 갱신하는 과정을 거친다. 이와 같이 두 루틴에는 공통적으로 MPP에 대한 민감도 값을 동시에 필요로 하지만 서로 간의 민감도 값에 대한 교류는 없다. 즉, 각 루틴마다 필요할 때, MPP에 대한 민감도를 새로 구하므로 불필요한 추가적인 MPP 계산과정에

포함된다는 점에 착안을 하여 신뢰성 해석 부분의 MPP 해석을 메인 루틴의 MPP 민감도를 사용함으로써 조금 더 계산효율을 높일 수 있다. 뿐만 아니라 각 과정의 목적함수 및 제약 조건을 근사된 식을 사용하고 trust region 기법을 사용하여 안정성을 증대시켰다. 전체 과정은 Fig. 3과 같다.

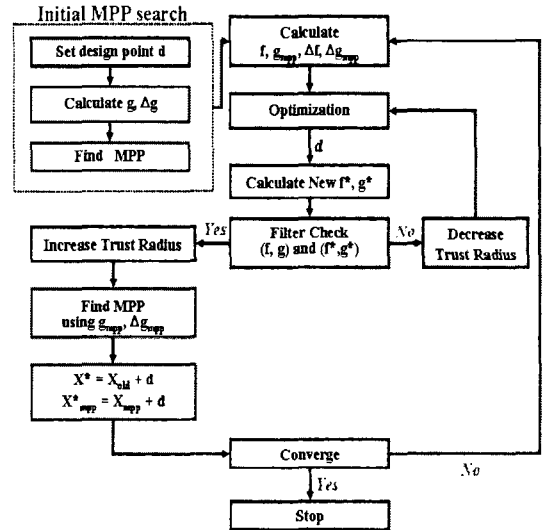


Fig. 3 근사 신뢰성 최적 설계

2.4 근사 신뢰성 기법의 성능 시험

본 연구에서 제안된 기법의 성능을 시험하기 위해 다음과 같은 문제에 대한 최적화를 수행하였다.

Minimize $\mu_1 + \mu_2$
 subject to $P(g_1 \leq 0) > \Phi(-3)$
 $P(g_2 \leq 0) > \Phi(-3)$
 $P(g_3 \leq 0) > \Phi(-3)$

$$g_1 = 1 - \frac{(x_1 + 4)^2 + (x_2 - 3)^2}{50}$$

$$g_2 = 1 - \frac{10x_2^3 - x_1^2x_2 - 2x_1}{10}$$

$$g_3 = 1 - \frac{80}{x_1^2 + 8x_2 + 5}$$

$$0 \leq \mu_1, \mu_2 \leq 10$$

$$\sigma_1 = 0.5$$

$$\sigma_2 = 0.4$$

식(5)는 정규분포를 따르는 두개의 설계 변수와 3개의 확률 제약 조건을 포함하는 문제이다. 위의 문제에 대한 최적화 결과는 Table 1-2와 같다. 이 때,

비교대상으로는 이중 구조(RBDO), 단일구조 기법 중에서 SORA 기법을 비교대상으로 삼았다. 표1은 각 알고리즘의 정확성을 비교한 표로서 각 기법들이 거의 동일한 결과를 주는 것을 볼 수 있다. 하지만 표2를 보면 단일구조(SORA)가 이중구조 기법에 비해 약 30% 이상의 계산감소를 얻을 수 있는 것을 볼 수 있다. 하지만 본 연구에서 제안된 알고리즘과 비교하면 몇 배 이상의 계산량 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 오히려 일반 최적화 결과(DO)와 비교해서도 거의 동일한 함수 계산량을 필요로 하는 것을 볼 수 있다. 즉, 필요 계산량은 일반 최적 설계와 거의 동일하면서 해석 결과는 신뢰성 설계에 비해 정확도가 크게 떨어지지 않는 우수한 결과를 얻을 수 있었다.

Table 1 각 기법의 수렴 결과 비교

	RBDO	SORA	Proposed
Objective	7.6078	7.6075	7.6074
Optimum	4.5709	4.5709	4.5709
	3.0368	3.0365	3.0365
MPP-1	3.0709	3.0709	3.0709
	3.0324	3.0321	3.0328
MPP-2	5.0275	5.0264	5.0261
	1.8938	1.8932	1.8931
MPP-3	5.8889	5.8886	5.8889
	3.6098	3.6099	3.6094

Table 2 각 기법들의 함수 계산 회수

	DO	RBDO	SORA	Proposed
f	31	29	34	23
g1	31	377	228	26
g2	31	377	228	26
g3	31	377	228	26

3. 공력 형상 최적 설계

3.1 유동장 해석

항공기 날개에 대한 공력 해석을 위해 3차원 점성 Navier-Stokes 방정식을 이용하였다. 초기 날개 형

상으로는 ONERA M6를 사용하였으며, 공력 해석 조건으로 마하수 0.8395, 받음각 3.06도, 레이놀즈수 11.7×10^6 를 이용하였다. 난류해석을 위해 Baldwin-Lomax 대수적 난류모형을 사용하였다.

3.2 최적 설계 조건

항공기 날개를 표현하기 위해 날개 위 5개의 단면에 대해 각 10개씩의 설계 변수를 분포시켰으며, 각 설계 변수는 Hicks-Henne 함수를 이용하여 형상 변형을 수행하였다. 즉 총 50개의 설계 변수를 사용하였으며, 형상 변형 조건으로는 각 국부 두께의 10%로 제한하였다. 각 설계변수는 정규분포를 따른다고 가정하며 각 설계 변수는 국부 두께의 0.2%의 표준편차를 갖는다고 가정하였다.

목적함수로는 항력 최소화를 수행하였으며 제약 조건으로는 양력 제약 조건과 모멘트 제약 조건을 사용하였다. 구체적인 식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize} && C_D \\
 &\text{subject to} && P(C_L \geq 0.16) > 99.87\% \\
 &&& P(C_M \leq -0.064) > 99.87\%
 \end{aligned} \tag{6}$$

각 설계 변수의 민감도 해석을 위해서는 Adjoint 민감도 해석을 수행하였다.

3.3 최적 설계 결과

3차원 공력 형상 최적화를 수행하기 위해 P4 2.4Hz 16대를 사용하였으며, 총 47512초가 걸렸다. 식(6)에 대한 최적화 결과는 표3과 같다. 항력은 초기 날개에 비해 약 16% 감소한 반면 양력 및 모멘트는 각각 2.3%, 4.4% 감소하였다. 뿐만 아니라 각 제약 조건에 대한 MPP에 대한 결과를 비교하면 양역의 경우 0.16 항력의 경우 -0.064에 정확히 일치한 것을 볼 수 있다. 즉, 각 MPP에 비해 3σ의 마진을 가진 해를 얻은 것을 알 수 있다.

Table 3 최적 설계 결과

	C_D	C_L	C_M
ONERA M6	1.159×10^{-2}	1.645×10^{-1}	6.741×10^{-2}
Designed	0.974×10^{-2}	1.607×10^{-1}	6.444×10^{-2}
MPP	-	1.600×10^{-1}	6.400×10^{-2}
Rate(%)	-15.96	-2.31	-4.40

Fig.4-5는 목적함수 및 MPP의 수렴곡선으로 MPP의 경우 제약 조건으로 제시한 1.6과 6.4에 근접해 가는 것을 볼 수 있으며 목적함수 값도 꾸준히 감소하다 약 26회의 반복 설계 후 수렴한 것을 볼 수 있다. Fig.6-7은 설계 전후 날개 위 압력분포로서 초기의 강한 λ -충격파가 많이 감소한 것을 볼 수 있다.

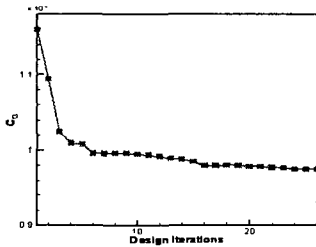


Fig. 4 목적함수 수렴 곡선

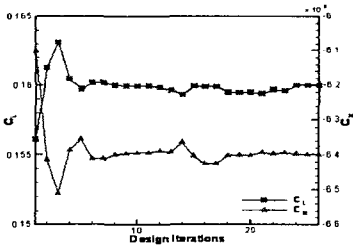


Fig. 5 MPP 수렴 곡선

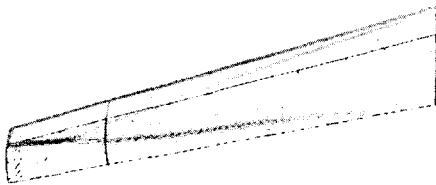


Fig. 6 설계 전 날개 위 압력 분포

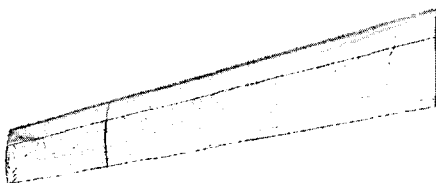


Fig. 7 설계 후 날개 위 압력 분포

4. 결 론

일반적인 신뢰성 최적 설계는 매우 많은 반복 계산을 필요로 하므로 점성 공력 형상 설계와 같은 한 번의 해석에 비교적 오랜 시간이 걸리는 문제에 대한 적용이 어려운 단점이 있었다. 이러한 단점을 해결하기 위해 일반적인 최적화 기법과 거의 동일한 함수 계산을 이용하여 신뢰성 설계와 같은 효과를 얻을 수 있는 근사 신뢰성 설계 기법을 제안하였다. 이러한 제안된 신뢰성 최적 설계 기법을 이용하여 3차원 날개 형상에 대한 공력 형상 최적화를 수행하였다. 향후, 근사 신뢰도 기법의 정확성을 높일 수 있는 추가적인 연구가 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] Putko, M., et al, "Approach for Uncertainty Propagation and Robust Design in CFD Using Sensitivity Derivatives", *AIAA* 2001-2528.
- [2] Huyes, L., "Probabilistic Approach to Free-Form Airfoil Shape Optimization Under Uncertainty", *AIAA Journal* vol.40, no.9, (2002).
- [3] Rackwitz, R., Fiessler, B., "Structural Reliability under combined Random Load Sequences", *Computers and Structures*, vol. 9, 489-494.
- [4] Du, X., Chen, W., "Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design", *ASME DETC2002* DAC34127.
- [5] Hicks, R., Henne, P.A. "Wing Design By Numerical Optimization," *Journal of Aircraft*, vol. 15, no. 7, (1978), pp. 407-412.
- [6] Sung, C.H., Kwon, J.H., "An accurate aerodynamics sensitivity analysis using adjoint equations", *AIAA Journal*, vol. 38, no. 2, (2000), pp.243-250.