

2상태 동적 설비교체 모형

The Two-State Dynamic Equipment Replacement Model

장현기*, 김창은**

Hyun-Ki Jang, Chang-Eun Kim

Myung Ji University

Key Words : 설비교체, 2 상태, 동적설비교체, 의사결정트리, 교체정책

ABSTRACT

Replacement problems can be classed as either deterministic or stochastic. Deterministic problems are those in which the timing and the outcome of the replacement action are assumed to be known with certainty.

Before proceeding with development of replacement models it is important to note that preventive replacement actions, that is, ones taken before equipment reaches a failed state, require two necessary conditions: ① The total cost of the replacement must be greater after failure than before. ② The failure rate of the equipment must be increasing. Equipment is subject to failure. On failure, one of two possible actions can be taken : repair or complete replacement of the failed equipment. In this paper, we proposed optimal overhaul, repair, replacement maintenance model with two-state.

1. 서 론

설비교체문제는 확정적 설비교체 문제(Deterministic Replacement Problem : DRP)와 확률적 설비교체 문제(Stochastic Replacement Problem : SRP)로, 유한계획기간문제(Finite Time Horizon)와 무한계획기간문제(Infinite Time Horizon)로 구분할 수 있다. 유한계획기간 문제는 종료시기를 알 수 있는 특정 프로젝트나 사업을 대상으로 하며, 무한계획기간 문제는 계속적으로 사업이 진행되면서 설비에 대한 교체문제를 다루는 것이다.

이러한 유한계획기간문제를 모델화하는 연구는 Terborgh[13]에 의해 최초로 제안되었으며 이후 Smith[12]에 의해 개선되었으며 Bellman[3]은 동적계획법을 이용한 모델을 제시하였으며, Dreyfus[6]는 더욱 일반화한 유한계획기간 설비교체문제를 제시하였다.

Kusaka[9]는 진부화 상태를 일정하게 파악할 수 있는 기준을 도출하여 연속적으로 설비교체시기의 순서를 결정하지 않고서 현설비의 교체 여부를 결정하는 방법을 제시한 후, 계획기간 동안 설비교체 횟수의 상한을 결정하는 방법을 제시하였다. Kusaka 와 Hisatoshi[9]는 관리한계방침(control limit policy)을 사용해서 유한계획기간에 대한 설비의 경제적 교체시기를

* 명지대학교 산업공학과 박사과정

** 명지대학교 산업공학과 교수

결정하는 방법을 제시하고, 이 방침이 최적이라는 충분조건을 보인 후 관리한계방침의 편리성과 실효성을 강조하였으며, Sethi와 Chand[11]는 의사결정 대안이 하나일 때 어떤 예측기간에 대해 현시점에서의 현설비의 교체에 대한 의사결정이 예측기간이 길어지더라도 계속 최적으로 남게 되는 예측기간을 구하여 현시점에서 운용비용이 최소가 되도록 최적의사결정을 구하는 동적계획법 알고리즘을 제시하였다. Chand 와 Sethi[5] 현시점에서 운용비용이 최소가 되도록 최적의사결정을 구하는 무한계획기간 설비교체 동적계획법 알고리즘을 제시했다. 이들은 대안이 여럿 일 때의 의사결정방법을 다루었으며 어떤 예측기간에 대해 현시점에서 현설비의 교체에 대한 의사결정이 예측된 기간이 길어지더라도 계속 최적으로 남게 되는 예측기간을 구하였다. Chand 등[4]은 설비교체시에 이에 관련된 셀업비용이 존재하고 셀업비용은 학습효과로 인해 설비교체 횟수의 비증가함수라는 것을 가정해서 무한계획기간을 대상으로 예측계획기간에 대한 의사결정 기간을 구할 수 있는 동적계획법알고리즘을 개발하였으며, Bean 등[1,2]은 무한계획기간 문제를 유한계획기간 문제로 절단하는 것이 더 실용적인 것으로 고려했으며, 계획기간을 절단함으로써 발생하는 오차의 한계를 구하고 이 한계에 수익과 비용요소를 포함시켰다. Wagner[14]는 경제적 설비교체 의사결정문제에서 후보설비들의 반복성에 대한 가정을 배제한 동적계획법(Dynamic Programming)모형을 개발하였으며, Oakford 등[10]은 Wagner의 경제적 설비교체 의사결정 문제를 더욱 일반화하였다.

기존의 설비교체 모델에서는 일반적으로 의사결정시점에서 설비는 항상 작동가능상태(Good)라고 가정하였으므로 설비를 점검할 경우 현설비를 계속 사용하거나, 분해점검(overhaul)을 한 후 사용하거나, 새로운 신설비로 교체하는 3가지 방법중 한 가지 방법을 선택해야 만 했다.

그러나 현실적으로 의사결정시점에서 설비의 상태가 반드시 작동가능 상태라고 보장할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 의사결정 시점에서의 설비의 상태를 작동가능상태(Good)인 경우와 작동불가능상태(Fail)인 경우로 구분하여 설비가 작동가능 상태라면 기존의 방법과 동일한 대안을 선택할 수 있으나 만일 설비가 작동 불가능 상태라면 수리한 후 사용하거나 신설비로 교체하는 두 가지 의사결정 대안중 한가지를 선택하는 보다 현실적인 설비교체 모델을 정립하고자 한다.

따라서 본 논문에서는 설비의 수리 및 교체에 시간 및 비용이 발생한다는 가정하에 설비 점검시 설비의 상태가 정상 및 고장의 두 가지 상태가 가능한 설비교체 모형을 모형화하고자 한다.

2. 2 상태 설비교체모형

2 상태 설비교체 모형에서는 설비교체 문제에서 설비의 상태가 사용가능상태인가 사용불가능 상태인가의 두 가지 가능한 상태가 있으며, 그 상태는 알 수 있다고 가정한다. 또한 설비가 교체될 경우 교체된 설비는 교체전의 설비와 동일한 신제품의 상태라고 가정하였다. 또한 분해점검(Overhaul)이란 장비가 완전히 고장나기 전에 행하는 보수행동이고 수리(Repair)란 설비가 완전히 고장난 후 취하는 보수행동이므로 분해점검의 간격사이에서도 수리가 발생할 수 있다고 가정하였다.

본 장에서 사용될 기호를 설명하면 다음과 같다.

I : 주기 시작에서 설비의 상태(사용가능(Good) 또는 사용불가능(Fail))

J : 주기 끝부분에서 설비의 상태로(사용가능(Good) 또는 사용불가능(Fail))

a : 주기의 시작에서 취해지는 의사결정(분해점검(Overhaul : O), 수리(Repair : r), 교체(Replace : R))

P_{IJ}^a : 대안 a 가 선택될 때 설비가 한 주기내에서 I상태에서 J상태로 갈 확률

C_{IJ}^a : 대안 a 가 선택될 때 설비가 I상태에서 J상태로 가는 주기당 소요 비용

C_0 : 분해점검(overhaul) 비용

C_r : 수리(repair) 비용

C_R : 교체(replacement) 비용

C_f : 설비가 주기동안 고장으로 인한 생산손실비용

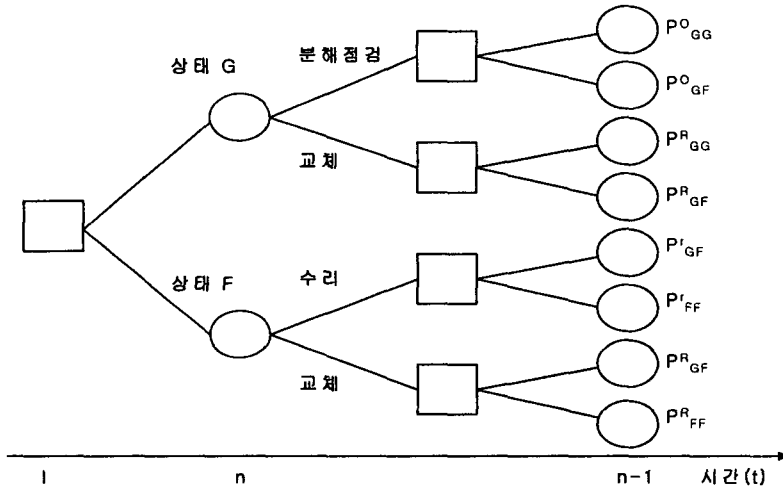
따라서 본 모델의 목적은 이러한 행동과 관련된 비용을 극소화하고, 시간의 주기가 다음의 n 주기로 넘어가는 것을 최소화하기 위한 설비에 대한 분해점검, 수리, 교체정책을 결정하는 것이다.

Gupta[7]의 연구에서는 주기의 시작인 I 시점이나 주기의 끝인 J 시점에서의 설비의 상태는 항상 작동가능(Good)상태라고 가정하였다. 따라서 현 설비의 계속사용, 분해점검, 신설비로의 교체의 3가지 대안중 1가지를 선택하는 의사결정 모델이었다. Gupta 의 모델을 그림으로 나타내면 다음의 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 설비가 정상상태인 Gupta모델의 의사결정트리

그러나 의사결정 시점에서 설비가 반드시 작동가능상태라는 보장이 없으므로 본 논문에서는 의사결정시점의 설비의 상태를 작동가능상태(Good)인 경우와 작동불가능상태(Fail)인 경우로 구분하였다. 만일 설비가 작동가능상태라면 현 설비를 계속 사용하거나 분해점검을 하거나 새로운 신설비로 교체하는 대안중 하나를 선택할 수 있으며, 설비가 작동불가능상태라면 수리하거나 새로운 설비로 교체하는 대안 중 하나를 선택해야 한다. 이러한 의사결정관계를 정리하면 다음의 <그림 2>와 같다.



<그림 2> 2상태 설비교체 모형의 의사결정트리

<그림 2>의 I상태에서 출발하고 n 을 주기로 하는 최소의 기대 총비용을 $f_n(I)$ 이라 정의하고, n 번째 주기의 시작에서, 첫번째 설비교체의사결정에 소요되는 비용은 C_{IJ}^a 라고 하면, a 대안이 선택될 경우 확률 P_{IJ}^a 를 가진 J 상태의 결과를 얻게 된다. 만일 대안 a 가 선택된다면 대안 a 로 부터 얻어질 기대 비용은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sum_{J=1}^N C_{IJ}^a P_{IJ}^a \cdot \dots \dots \dots (1)$$

여기서 N 은 마지막 주기에서의 가능한 상태 수로 생각할 수 있다. 주기의 마지막에서 운영될 수 있는 $(n-1)$ 주기를 가진 상태 J 에 놓이게 되므로 남아있는 시간들에 걸쳐 기대되는 극소 총비용은 $f_{n-1}(J)$ 이다. 즉, 확률 P_{IJ}^a 를 갖는 상태 J 에 있고 기대비용은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sum_{J=1}^N P_{IJ}^a f_{n-1}(J) \cdot \dots \dots \dots (2)$$

따라서 상태 I에서 시작하고, n주기로 가며, 대안 a를 취하고 상태 J를 얻는, n주기에 걸친 기대 총비용은 첫 번째 결정에서의 기대비용과 기대되어지는 미래 비용의 합이므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N C_{ij}^a P_{ij} + \sum_{j=1}^N P_{ij}^a f_{n-1}(J) \cdot \dots \cdot \dots \cdot (3)$$

따라서 기대 총비용을 극소화하기 위해서는 상태 I에서 n주기로 갈 때 최선의 대안 a를 선택해야 하므로 이를 위해서는 위의 식을 극소화해야만 한다. 극소 총 기대비용 $f_n(I)$ 와 최선의 대안 a의 결과는 다음의 순환 관계식으로부터 구할 수 있다.

$$f_n(I) = \min_a \left[\sum_{j=1}^N C_{ij}^a P_{ij} + \sum_{j=1}^N P_{ij}^a f_{n-1}(J) \right], n \geq 0 \cdot (4)$$

위의 식을 초기상태 $f_0(I) = 0$ 가지고 반복적으로 해서 풀면 기대 총비용이 최소가 되는 의사결정 대안을 선택할 수 있다.

3. 수치예

수치예를 위한 기본적인 가정은 다음과 같다.

① 주기의 시작(I)에서의 설비의 상태는 정상상태(G)와 고장상태(F)중 한가지이며 주기의 끝(J)에서의 설비의 상태 역시 정상상태와 고장상태중 한가지이다.

② 의사결정주기에서 취할수 있는 대안은 3가지만 존재한다.

즉, a = 분해점검(Overhaul : O), 수리(repair : r), 교체(Replace :R)

③ 만일 설비의 상태가 정상상태(G)라면 분해점검(O)과 교체(R)중 한가지 대안의 의사결정을 할 수 있으며 설비의 상태가 이상상태(G)라면 수리(r)와 교체(R)중 한가지 대안의 의사결정을 할 수 있다.

주기의 시작(I)과 끝(J)에서의 확률값은 다음의 <표 1>과 같다고 가정한다.

<표 1> 주기의 처음과 끝에서의 설비의 상태에 대한 확률(P_{ij}^a)

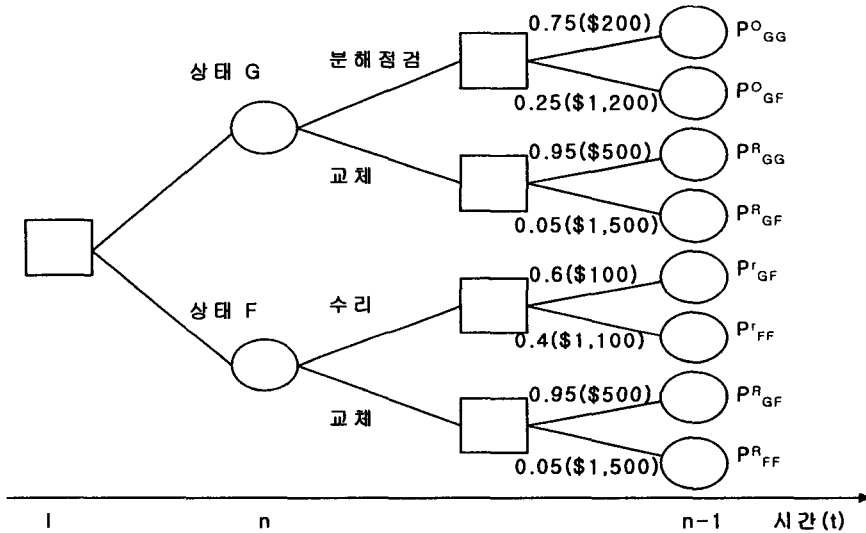
주기의 처음(I)에서의 설비의 상태	의사결정	주기의 끝(J)에서의 설비의 상태	
		정상상태	고장상태
정상상태	분해점검(O)	$P_{GG}^O = 0.75$	$P_{GF}^O = 0.25$
	교체(R)	$P_{GG}^R = 0.95$	$P_{GF}^R = 0.05$
고장상태	수리(r)	$P_{FG}^r = 0.60$	$P_{FF}^r = 0.40$
	교체(R)	$P_{FG}^R = 0.95$	$P_{FF}^R = 0.05$

또한 주기당 변이비용 (C_{ij}^a)은 다음의 <표 2>와 같다고 가정한다.

<표 2> 주기의 전이에 따른 비용 (C_{ij}^a)

주기의 처음(I)에서의 설비의 상태	의사결정	주기의 끝(J)에서의 설비의 상태	
		정상상태	고장상태
정상상태	분해점검(O)	$C_{GG}^U = \$200$	$C_{GF}^U = \$1200$
	교체(R)	$C_{GG}^R = \$500$	$C_{GF}^R = \$1500$
고장상태	수리(r)	$C_{FG}^r = \$100$	$C_{FF}^r = \$100$
	교체(R)	$C_{FG}^R = \$500$	$C_{FF}^R = \$500$

위의 <표 1>과 <표 2>의 내용을 의사결정목으로 정리하면 다음의 <그림 3>과 같다.



<그림 3> 정상 및 고장상태에 따른 2 상태 의사결정과정

본 수치예의 최적대안은 4개의 미래주기 시간에 걸친 기대 총비용을 최소화하는 설비유지 정책을 결정하는데 있다. 위의 <그림 3>에서 원 O은 의사결정을 내리는 시점에서 설비의 상태를 의미하고 사각형 □은 우발적인 설비의 고장이 발생하거나 혹은 발생하지 않음을 의미한다. 만일 주기의 시작에서 설비가 정상상태이며, 분해점검 되었다면 그 주기내에서 발생하는 비용은 분해점검에 소요되는 비용 \$200 이다. 반면에 그 설비가 그 주기중에 고장이 발생한다면 그 비용은 \$1200 로 분해점검 비용과 생산에 대한 손실비용의 합을 의미한다. 다시 말하면, 설비가 주기의 시작에서 정상상태(G)일 경우, 마지막 주기가 정상상태(G)일 경우는 확률이 0.75 이고 그 결과 비용은 분해점검비용 \$200 이 소요된다. 만약 그 설비가 고장일 경우 그 비용은 \$1200 이 소요되고 이 사상이 발생할 확률은 0.25 이다.

$f_n(I)$ 의 값은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$f_n(I) = \min_a \left[\sum_{j=1}^N C_{Gj}^a P_{Gj}^a \right]$$

$$f_n(I) = \min_a \left[\sum_{j=1}^N C_{Gj}^O P_{Gj}^O \text{ 분해점검 } , \sum_{j=1}^N C_{Gj}^R P_{Gj}^R \text{ 교체} \right]$$

분해점검인 경우의 총비용은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N C_{Gj}^O P_{Gj}^O &= C_{GG}^O P_{GG}^O + C_{GF}^O P_{GF}^O \\ &= 200(0.75) + 1200(0.25) \\ &= \$450 \end{aligned}$$

반면에 교체인 경우의 총비용은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N C_{Gj}^R P_{Gj}^R &= C_{GG}^R P_{GG}^R + C_{GF}^R P_{GF}^R \\ &= 500(0.95) + 1500(0.05) \\ &= \$550 \end{aligned}$$

따라서 첫 번째 단계이고 설비가 정상상태인 경우의 의사결정은 다음과 같다.

$$f_1(G) = \min[\$450 \text{ 분해점검 } , \$550 \text{ 교체}]$$

마찬가지 방법으로 첫 번째 단계이고 설비가 고장상태인 경우의 의사결정은 다음과 같다.

$$f_1(F) = \min[\$500 \text{ , 수리 } , \$550 \text{ 교체}]$$

2단계에서 정상상태인 경우의 의사결정을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_2(G) &= \min [C_{GG}^O P_{GG}^O + C_{GF}^O P_{GF}^O + P_{GG}^O f_1(G) + P_{GF}^O f_1(F)] \text{ 분해점검} \\ &\quad [C_{GG}^R P_{GG}^R + C_{GF}^R P_{GF}^R + P_{GG}^R f_1(G) + P_{GF}^R f_1(F)] \text{ 교체} \\ &= \min [\$912.5 \text{ 분해점검 } , \$1002.5 \text{ 교체}] \end{aligned}$$

따라서 2단계에서는 설비의 상태가 정상상태인 경우에는 교체가 선택된다.

또한 2단계에서 설비의 상태가 고장상태인 경우의 의사결정을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f_2(F) = \min [\$970.0 \text{ , 수리 } , \$1002.5 \text{ 교체}]$$

위와 같은 계산방법으로 계산하면 n의 값이 4가 될 때까지 계속할 수 있다. 이런 과정을 계속하여 정리하면 다음의 <표 3>과 같다.

<표 3> 의사결정단계에서의 기대비용

단계	4		3		2		1	
설비상태	정상	고장	정상	고장	정상	고장	정상	고장
의사결정	분해점검	수리	분해점검	수리	분해점검	수리	분해점검	수리
기대비용	\$1841.6	\$1900.3	\$1376.9	\$1435.5	\$912.5	\$970	\$450	\$500

결론적으로 주기가 4 인 경우 설비가 정상상태(G)에 있다면, 가장 좋은 의사결정은 분해점검을 하는 것이다. 그리고 그 결과로 얻어지는 총 기대비용은 \$1841.6 이다.

4. 결론

지금까지의 설비교체 문제에서는 의사결정시점에서 설비는 항상 작동가능상태(Good)라고 가정하였으므로 의사결정시 현실비를 계속사용하거나, 분해점검을 한 후 사용하거나 그리고 새로운 신설비로 교체하는 경우 중 한가지의 의사결정대안만을 선택할 수 있었다. 그러나 현실적으로 의사결정시점에서 설비의 상태가 반드시 작동가능 상태라고 보장할 수 없으므로 본 논문에서는 의사결정 시점에서의 설비의 상태를 작동가능상태(Good)인 경우와 작동불가능상태(Fail)인 경우로 구분한 설비교체 모형을 제시하였으며 모형의 타당성을 수치예를 통해 보임으로써 현실적으로 더욱 실용성 있는 모형을 제시하였다.

<참 고 문 헌>

- [1] Bean, J. C., Lohmann, J. R., and Smith, R. L., "Equipment Replacement under Technological Change," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 41, pp. 117-128, 1994.
- [2] Bean, J. C., Lohmann, J. R., and Smith, R. L., "A Dynamic Infinite Horizon Replacement Economy Decision Model," *The Engineering Economist*, Vol. 30, No. 2, pp. 99-120, 1985
- [3] Bellman R., (1955) "Equipment Replacement Policy", *Journal of Society Industrial Applied Mathematics*, Vol.3, pp.133-136
- [4] Chand, S., MaClurg, T., and Ward, J., "A Single Machine Replacement Model with Learning," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 40, pp. 175-192, 1993.
- [5] Chand, S., and Sethi, S., "Planning Horizon Procedures for Machine Replacement Models with Several Possible Replacement Alternatives," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 29, pp. 483-493, 1982.
- [6] Dreyfus S. E., (1957), "A Generalized Equipment Replacement Study, *Rand Repore* P-1039
- [7] Gupta, A.D. and Majumdar P.K., (1988), Overhaul and Replacement Decisions for Capital Equipment , *International Journal of Quality And Reliability Maintenance*, Vol.6, No.4, pp.8-18

-
- [8]. Kusaka, Y., "Equipment Replacement under Technological Advances," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 29, No. 2, pp. 133-154, 1985.
- [9] Kusaka, Y., and Hisatoshi, S., "Equipment Replacement with Consideration of Technological Advances-Determination of Replacement Times by Control Limit Policy-," *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 31, No. 3, pp. 389-411, 1988.
- [10] Oakford, R. Vo, Lohmann, J. R., and Salazar, A., "A Dynamic Equipment Replacement Economy Decision Model," *IIE Transaction*, Vol. 16, 1, pp. 65-72, 1984.
- [11] Sethi, S., and Chand, S., "Planning Horizon Planning Horizon Procedures for Machine Replacement Models," *Management Science*, Vol. 25, pp. 140-151, 1979.
- [12] Smith V. L., (1957), Economic Equipment Policies: An Evaluation, *Management Science*, Vol.4, pp.20-37
- [13] Terborgh, G., *Dynamic Equipment Policy*, McGraw-Hill, New York, 1949.
- [14] Wagner, H. W., *Principles of Operations Research*, 2nd Edition, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1975.