

기대손실함수를 이용한 다특성치 공정능력지수에 관한 연구

A Study on Multiple Characteristics Process Capability Index using Expected Loss Function

김 수 열 *

조 용 육 **

박 명 규 *

Abstract

Process capability indices are widely used in industries and quality assurance system. When designing the parameter on the multiple quality characteristics, there has been a study for optimization of problems, but there has been few former study on the possible conflicting phenomena in consideration of the correlations among the characteristics. To solve the issue on the optimal design for multiple quality characteristics, the study propose the expected loss function with cross-product terms among the characteristics and derived range of the coefficients of terms. Therefore, the analysis have to be required a multivariate statistical technique. This paper introduces to multivariate capability indices and then selects a multivariate process capability index incorporated both the process variation and the process deviation from target among these indices under the multivariate normal distribution. We propose a new multivariate capability index MC_{pm}^{++} using quality loss function instead of the process variation and this index is compared with the proposed indices when quality characteristics are independent and dependent of each other.

1. 서 론

공정능력(Process Capability)이란 제조공정이 제품의 설계과정에서 설정한대로 얼마나 균일한 제품을 생산할 수 있는지를 반영하는 공정의 고유능력 즉, 균일성을 의미한다. 이처럼 고유능력을 평가하기 위하여 다양한 통계적 기법들이 제안되어 왔으며, 이를 공정의 변동과 제품의 규격한계 등으로 공정능력을 평가하는 것을 공정능력분석(process capability analysis)이라 하고, 이를 정량적으로 표현한 것이 공정능력지수(Process Capability Index)이다.

* 명지대학교 산업공학과

** 인덕대학 산업공학과

대부분의 전통적인 공정능력지수들이 산포에 의해서 공정을 평가하는 것에 대한 한계점에 봉착하면서, 목표치로부터 공정의 평균이 얼마나 접근하고 있는가를 반영하기 시작하였다. 하지만 이것 또한 의사결정에 따른 비교기준이 명확하지 않기 때문에 목표치로부터의 품질변동을 평가하여 고객의 요구를 반영하면서 단위에 무관하고 비교기준도 명확한 공정 평가 척도가 요구되어졌다. 그리고 최근에는 공정의 산포에 의해서 공정능력을 평가하기보다는 목표치로부터 품질의 변동에 따른 경제적손실(비용적 측면)까지도 고려하여 보다 유용한 정보를 많이 제공할 수 있는 공정평가척도들이 대두되고 있으며 그 응용분야를 확장시키고 있는 실정이다.

또한 제품의 품질은 그들 특성 각각의 성능보다는 오히려 결합된 성능에 의해 영향을 받는다는 것이다. 하지만 지금까지도 꼭넓게 쓰이고 있는 대다수의 공정능력지수들은 1개의 특성치(단일특성치)에 대한 통계적 공정관리나 공정평가의 척도들이다. 특히 품질특성치가 계측기에 의해 자동적으로 측정되는 경우, 측정치간의 시간간격이 짧아지면서 이들간에는 서로 종속적인 관계가 성립되며 특성치들간에는 서로 독립적 이라기 보다는 오히려 관련이 있어서 결합적으로 분포되어 있다고 가정하는 것이 보다 현실적일 것이다. 이렇듯 단일 특성을 갖는 변수이기보다는 2개 이상의 특성치를 가지는 다특성의 공정이 많아지고 이들은 서로 독립적 이라기 보다는 여러 품질특성치간에 상관관계를 가지는 종속적인 경우가 많이 있다는 것이다[5]. 지금까지의 연구들이 특성치간의 상관관계를 무시하고 서로 독립이라는 가정하에 적용되어 왔기 때문에 현장과의 차이를 유발할 수 있으며 단일 특성인 경우의 변동조차 하나의 지수로 표현하는 것은 매우 위험한 일이라고 할 수 있을 것이다. 결국 기존의 통계적 공정관리(SPC)방법으로는 다특성의 문제를 해결하기엔 한계가 있다고 판단되었으며, 특히 오늘날엔 다특성치에 관한 품질관리의 중요성은 더욱 커져가고 있다고 할 수 있다.

본 연구에서는 다특성치 문제에 있어서 특성치들 간의 관계를 무시하고 특성치들은 서로 독립이라는 가정 하에 진행되어온 기존의 연구에서 벗어나 현실적으로 많은 다특성치 문제에 있어 특성치들간의 상관관계를 고려한 새로운 평가척도를 제시하고자 한다. 또한 각 특성치와 특성치들간의 상관관계를 고려하여 다특성치 손실함수를 단일 특성치 종류의 조합에 따라 몇가지의 모형으로 구분하고, 다특성치의 상관관계를 고려한 기대 손실을 최소화하는 방법을 제시하고자 한다.

2. 공정평가척도에 관한 이론적 고찰

2.1 전통적인 6σ 개념의 공정능력지수

Juran[10]은 「공정능력이란 그 공정이 관리상태에 있을 때 각각의 제품의 변동이 어느 정도인가를 나타내는 정보의 양」이라고 정의하였으며, 공정능력이라는 말 대신에 자연공차라는 용어를 사용하고, 보통 6σ 라고 정의한 바 있다. 대표적인 단일특성값을 갖는 공정능력지수는 [표 1]과 같다.

구 분	기호	공정능력지수의 모형	비 고
산 포 에 의한 공정평가	C_p	$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma}$	규격의 폭과 공정의 산포간의 평가방법: Kane(1986)
	C_{pk}	$C_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right\} 1 - K C_p$	공정평균의 치우침을 고려한 평가방법: Kane(1986)
	C_{pm}	$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \cdot \frac{C_p}{\sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2}}}$	목표치로부터 공정의 평균을 고려한 평가방법: Chan, Cheng, Spiring(1988)
	C_{pmk}	$C_{pmk} = \frac{\min (USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$ $= \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2}}}$	목표치와 공정의 치우침을 동시에 고려한 평가방법: Pearn, Kotz, Johnson(1992)
기대손실 에 의한 공정평가	C_{pm}^+	$C_{pm}^+ = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E[L(x)]}}$	이차손실함수의 기대손실을 이용한 평가방법: Bolyes(1991)

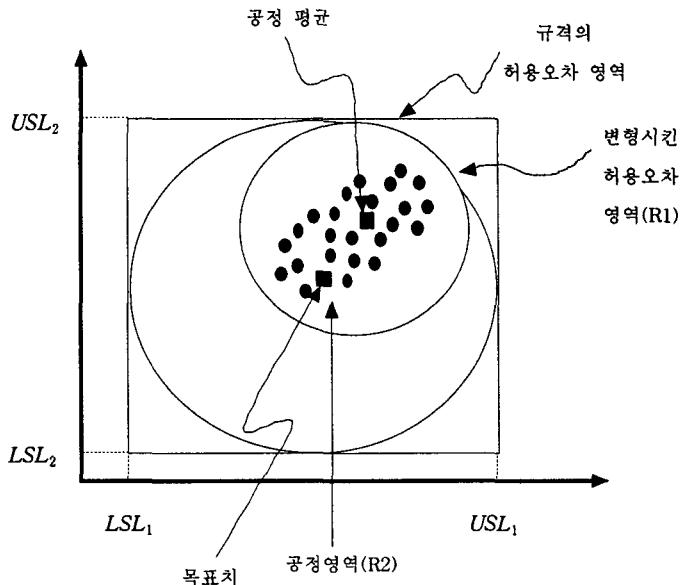
[표 1] 단일특성을 갖는 공정능력지수

[표 1]은 단일특성치에서 공정능력을 평가하는 구분에 따라 공정능력지수들의 모형을 정리한 것이다[1][2][7].

2.2 다특성치 공정능력지수

2.2.1 MC_{pm}

다특성치 공정능력지수(Multivariate Capability Index) MC_{pm} 은 Taam, Subbaiah, Liddy에 의해 제안된 다특성치 공정능력지수로서, 산포에 의한 단일특성치 공정평가척도인 C_{pm} 을 벡터량으로 확장한 개념이며 목표치를 고려한 다특성치 공정능력지수이다[16].

[그림 1] MC_{pm} 에서의 변형시킨 규격의 허용오차영역

[그림 1]을 보면, 안쪽의 작은 타원형(R_2)은 공정의 데이터가 이변량 정규분포(bivariate normal distribution)를 따를 경우 신뢰구간 99.73%내에 있을 공정분포의 영역(process region)을 의미하고 바깥쪽의 사각형은 규격한계를 나타내는 규격의 허용오차 영역(engineering tolerance region)을 나타낸다. 이 원래의 규격 허용오차 영역 내에 존재하면서 목표치를 중심으로 한 최대의 타원형 면적(R_1)이 변형시킨 허용오차 영역(modified tolerance region)이다.

따라서 MC_{pm} 은 일반적으로 다음 두 영역의 비율로서 나타낸다.

$$MC_{pm} = \frac{R_1 \text{면적 또는 부피}}{R_2 \text{면적 또는 부피}}$$

$$= \frac{\text{변형시킨 규격 허용오차 영역의 면적 또는 부피}}{\text{공정 영역의 면적 또는 부피}} \dots\dots\dots (1)$$

공정이 다변량 정규분포(multivariate normal distribution)를 따른다면 위에 식(1)에서 분모의 R_2 면적은 이차식 $(x - \mu)' \Sigma_T^{-1} (x - \mu) \leq K(\%)$ 의 해 타원형의 형상을 띠게 된다. 따라서 MC_{pm} 은 식(14)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 MC_{pm} &= \frac{\text{변형시킨 규격 허용오차 영역의 면적 또는 부피}}{((X - \mu)' \Sigma_T^{-1} (X - \mu) \leq K(m)) \text{의 면적 또는 부피}} \\
 &= \frac{\text{변형시킨 규격 허용오차 영역의 면적 또는 부피}}{|\Sigma_T|^{\frac{1}{2}} (\pi K)^{\frac{m}{2}} [\Gamma(\frac{m}{2} + 1)]^{-1}} \\
 &= \frac{\text{변형시킨 규격 허용오차 영역의 면적 또는 부피}}{|\Sigma|^{\frac{1}{2}} (\pi K)^{\frac{m}{2}} [\Gamma(\frac{m}{2} + 1)]^{-1} [1 + (\mu - T)' \Sigma^{-1} (\mu - T)]^{\frac{m}{2}}} \quad (2)
 \end{aligned}$$

여기서 m 은 특성치의 수이고, Σ_T 는 평균제곱오차 매트릭스, Σ 는 분산-공분산 매트릭스, $\Gamma(a)$ 는 감마분포를 의미하며 $K(m)$ 은 “ 6σ ”의 개념으로 $\chi^2(m, 0.9973)$ 의 값을 말한다. 이 때 $MC_{pm} = 1$ 이면 공정의 평균과 목표치가 일치함을 의미하며 1보다 크거나 같으면 공정능력이 양호하다고 평가할 수 있다.

2.2.2 MC_p

MC_p 는 Chen에 의해 제안된 공정능력지수로서 규격의 폭과 공정의 양품률($1 - \alpha$ 의 비율)에 의해 평가하는 척도이다. 양쪽규격의 상한선(USL)과 하한선(LSL)이 주어지고 규격 폭의 중심(목표치 T)과 목표치를 중심으로 허용오차 폭의 $\frac{1}{2}$ 간격을 γ_0 , 즉 ($\gamma_0 = \frac{USL - LSL}{2}$)로 나타낸다. γ 는 규격내에서 공정의 양품률($1 - \alpha$ 에 대한 폭의 $\frac{1}{2}$ 간격의 값을 의미한다).

따라서 공정능력지수 MC_p 는 다음의 식(3)와 같다.

$$MC_p = \frac{\gamma_0}{\gamma} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

여기서 $\frac{\gamma_0}{\gamma} \geq 1$, (or $\gamma \leq \gamma_0$)이면 공정이 양호하다고 할 수 있다.

2.3 손실함수

Taguchi는 품질이란 “제품이 출하된 시점에서부터 성능특성치의 변동(Variability)과 부작용(harmful side effects) 등으로 인하여 사회에 미친 총손실(Total loss)”이라고 정의를 내리고 있다. 이러한 품질정의의 접근에 있어서 가장 핵심이 되는 것은 손실의 개념이다. 따라서 Taguchi의 품질특성에 따른 손실함수 $L(y)$ 와 기대손실 $E[L(y)]$ 를 정리하면 다음의 [표 2]와 같다[6].

[표 2] 특성치에 따른 손실함수와 기대손실함수

품질 특성	손실함수 $L(y)$	기대손실함수 $E[L(y)]$	비 고
망목	$k(y-t)^2$	$E[k(y-t)^2] = k[\sigma^2 + (\mu-t)^2]$	$k = \frac{A}{\Delta^2}$
망소	ky^2	$E[ky^2] = k(\sigma^2 + \mu^2)$	
망대	$k\left(\frac{1}{y^2}\right)$	$E\left[\frac{k}{y^2}\right] = k\left[\frac{1}{\mu^2} \left(\frac{3\sigma^2}{\mu^2} + 1\right)\right]$	

3. 기대손실함수를 이용한 다특성치 공정능력지수

3.1 연구의 범위와 가정

- (1) 품질특성치는 세 개 이상의 다특성을 갖는 연속적인 값을 갖는다.
- (2) 공정의 데이터는 다변량 정규분포(multivariate normal distribution)를 따른다.
- (3) 품질특성치의 상관관계를 고려한다.

3.2 다특성치 공정능력지수 MC_{pm}^{++} 모형의 개발

서론에서도 언급했듯이 다특성치 문제에 있어서 품질 특성치들 간의 상관관계가 없다는 가정하에 진행되어온 기존의 연구에서 벗어나 현실적으로 많은 다특성치 문제에 있어 특성치들간의 상관관계를 고려한 새로운 평가척도를 제시하고자 한다. 또한 각 특성치와 특성치들간의 상관관계를 고려하여 다특성치 손실함수를 단일 특성치 종류의 조합에 따라 두 가지의 모형으로 구분하고, 다특성치의 상관관계를 고려한 기대 손실을 최소화하는 방법을 제시한다. 산포 대신 손실함수의 기대치를 이용함으로써 비용적 측면이 반영된 보다 경제적 척도인 새로운 다특성치 공정능력지수 MC_{pm}^{++} 를 개발하고자 한다.

3.3 다특성치 기대손실함수

다특성치 모형은 단순 이차손실함수를 확장하여 다특성치의 손실함수를 유도한 것이다. 다특성치일 경우는 품질 특성치의 수가 2개 이상이므로 품질 특성치와 목표치는 벡터(vector)량이 될 것이다. 특성치의 수가 m 개, 특성치를 y , 목표치를 t 라고 할 때 $y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$ 때 Taylor 급수로 전개하여 2차항까지 근사화하면 다특성치 손실함수 $L(y, t)$ 는 다음과 같다[8][14].

$$L(y, t) = L(t, t) + L'(t, t)(y - t) + \frac{1}{2}(y - t)^T L''(t, t)(y - t) + \dots \quad (4)$$

식(4)에서 2차항 까지만을 포함시켜 손실함수를 근사화시키면

$$L(y, t) = \frac{1}{2}(y - t)^T H_L(t)(y - t)$$

$$= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n k_{ij}(y_i - t_i)(y_j - t_j) \dots \quad (5)$$

이 된다. 이때 $H_L(t)$ 은 손실함수 $L(y, t)$ 를 위한 Hessian 행렬이고,

이 때

$$k_{ii} = k_i = \left. \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 L}{\partial y_i^2} \right) \right|_{y_i = t_i, i=1,\dots,m}$$

이고,

$$k_{ij} = \left. \left(\frac{\partial^2 L}{\partial y_i \partial y_j} \right) \right|_{y_i = t_i, y_j = t_j, i \neq j, m} \text{이다.}$$

따라서 손실함수 식(5)의 기대손실 $E[L(y, t)]$ 을 구하면

$$\begin{aligned} E[L(y, t)] &= E \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n k_{ij}(y_i - t_i)(y_j - t_j) \right] \\ &= E \left[\sum_{i=1}^m k_i(y_i - t_i)^2 \right] + E \left[\sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij}(y_i - t_i)(y_j - t_j) \right] \dots \quad (6) \end{aligned}$$

이 된다. 식(6)을 평균(μ)과 분산(σ^2)으로 각각 나타내면 식(7)과 같다.

$$E[L(y, t)] = \sum_{i=1}^m k_i [(\mu_i - t_i)^2 + \sigma_i^2] + \sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} [\sigma_{ij} + (\mu_i - t_i)(\mu_j - t_j)]$$

만약 y_i, y_j 가 서로 독립이라면 식(7)에서 공분산 σ_{ij} 의 값이 0(zero)가 되므로 모든 $i \neq j$ 에 대한 기대손실은 식(8)과 같다.

$$E[L(y, t)] = \sum_{i=1}^m k_i [(\mu_i - t_i)^2 + \sigma_i^2] + \sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} (\mu_i - t_i)(\mu_j - t_j) \quad (8)$$

또한 모든 i 에 대하여 $\mu_i = t_i$ 인 경우에는 식(9)와 같다.

$$E[L(y, t)] = \sum_{i=1}^m k_i \sigma_i^2 \dots \dots \dots \quad (9)$$

만일 두 개의 품질 특성치를 다시 고려하면 손실함수 $L(y_1, y_2)$ 는 다음의 식(10)과 같다 [9].

$$L(y_1, y_2) = k_1(y_1 - t_1)^2 + k_2(y_2 - t_2)^2 + k_{12}(y_1 - t_1)(y_2 - t_2) \dots \dots \quad (10)$$

본 연구에서는 상관관계를 고려한 다특성치 손실함수가 최소가 되는 기대손실함수를 제안하고자 한다.

우선 망소특성치 y_1 과 망목특성치 y_2 의 경우를 고려하면 손실함수는 다음과 같다.

$$L(y_1, y_2) = k_1 y_1^2 + k_2(y_2 - t_2)^2 + k_{12} y_1(y_2 - t_2) \dots \dots \dots \quad (11)$$

식(11)의 기대손실함수는 다음과 같다.

$$E(L(y_1, y_2)) = k_1 E(y_1^2) + k_2 E(y_2 - t_2)^2 + k_{12} E(y_1(y_2 - t_2)) \dots \dots \dots \quad (12)$$

식(12)의 각 모수에 대한 추정치를 대입하여 기대손실을 구하면

$$\begin{aligned} E[L(y_1, y_2)] &= k_1 \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_{1l}^2 \right] + k_2 \left[s_2^2 + (\bar{y}_2 - t_2)^2 \right] \dots \dots \dots \quad (13) \\ &\quad + k_{12} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_{1l} (y_{2l} - t_2) \right] \end{aligned}$$

이다.

3.4 다특성치 기대손실함수의 확장

품질 특성치의 총수가 m 개이고 망소(y_j), 망대(y_j), 망목(y_j) 특성치의 수가 각각 u, v, w 때 기대손실함수 $E[L(y)]$ 는 다음과 같다. 단 망대특성치 y_j 는 $\frac{1}{y_j}$ 로 변환하여 망소특성치로 간주한다.

특성치의 수가 3개 이상 일 때 상관관계를 모두 고려한 다특성치 손실함수는 다음 식 (14)와 같다.

$$L(y_i, y_j, y_p) = k_i y_i^2 + k_j \left(\frac{1}{y_j} \right)^2 + k_p (y_p - t_p)^2 + k_{ij} \left(y_i \frac{1}{y_j} \right) \dots \dots \dots \quad (14)$$

$$+ k_{ip} (y_i (y_p - t_p)) + k_{jp} \left(\frac{1}{y_j} (y_p - t_p) \right)$$

식(14)에 각 모수에 대한 추정치를 대입하여 기대손실을 구하면 다음 식(15)과 같다.

$$E[L(Y)] = \sum_{i=1}^u k_i \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_{il}^2 \right] + \sum_{j=1}^v k_j \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \frac{1}{y_{jl}} \right] + \sum_{p=1}^w k_p [s_p^2 + (\bar{y}_p - t_p)^2]$$

$$+ \sum_{i,j=1}^{u,v} k_{ij} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_{il} \frac{1}{y_{jl}} \right] \sum_{i,p=1}^{u,w} k_{ip} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_{il} (y_{pl} - t_p) \right]$$

$$+ \sum_{j,p=1}^{v,w} k_{jp} \left[\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \frac{1}{y_{jl}} (y_{pl} - t_p) \right] \dots \dots \dots \quad (15)$$

단, 아래첨자 i, j, p 은 각각 망소, 망대, 망목특성치를 의미한다.

$$i=1, 2, \dots, u \quad j=1, 2, \dots, v \quad p=1, 2, \dots, w$$

$$u + v + w = M$$

이상에서와 같이 특성치의 수를 확장하여 특성치가 세 개 이상이면서 각각의 상관관계를 고려한 기대손실함수를 구하여 보았다.

3.5 다특성치의 상관관계를 고려한 기대손실함수 MC_{pm}^{++}

기대손실함수를 이용한 다특성치 공정평가척도에 대한 모델링은 단일특성치의 C_{pm}^+ 에서 산포 대신 기대손실 함수를 이용하였듯이 다특성치의 모형에 있어서도 단일특성치의 C_{pm} 에서와 같이 다특성치 공정능력지수 MC_{pm} 에서 목표치로부터 멀어질수록 특성치에 대한 손실이 다특성치 손실함수에 잘 근사함을 보임으로써 산포 대신 손실함수를 이용한 새로운 다특성치 공정능력지수 MC_{pm}^{++} 모형을 도출할 수 있을 것이다. 따라서 이러한 개념들을 도입하여 다특성치 손실함수의 기대손실을 이용한 새로운 공정능력지수를 MC_{pm}^{++} 라 정의하고 그 모형을 다음의 식(16)과 같이 제안하고자 한다.

$$MC_{pm}^{++} = \frac{\text{변형시킨 규격허용오차영역의 면적 또는 부피}}{6\sqrt{E(L(Y))}} \dots \dots \dots \quad (16)$$

위에서 제시한 새로운 다특성치 공정능력지수 MC_{pm}^{++} 는 기존의 연구에서는 무시되었던 상관관계의 신중한 해석과 동시에 품질변동에 따른 손실에 보다 민감하게 반응할 수 있는 평가척도임에 그 의의가 있다.

4. 추후연구과제

본 연구에서 제안한 새로운 다특성치 공정능력지수인 MC_{pm}^{++} 은 규격의 중심과 목표치 와의 치우침과 더불어 다수의 망대, 망목, 망소 특성을 갖는 목표치로부터의 공정의 평균이 얼마나 떨어져 있는가를 잘 반영하고 있으리라 기대한다. 또한 기존의 다특성치 공정능력지 수인 MC_{pm} 의 장점은 그대로 지니면서, 상관계수의 변화에 따라 일관성 있게 공정능력을

평가할 수 있는 척도라는 장점을 가지고 있다는 것이다. 공정의 산포에 의해서만 공정능력을 평가하는 방법들에 비해 손실함수를 이용하여 목표치로부터 품질의 변동에 따른 경제적 손실까지도 고려함으로써 보다 유용한 정보를 제공할 수 있는 공정평가 척도라고 할 수 있다. 향후에는 새로 제안된 공정능력지수의 수치예와 함께 실제 현장에서 검토될 수 있는 적용사례를 중심으로 연구가 계속되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] 구철본, 송서일(1992), “다구찌의 손실함수를 이용한 공정능력지수의 최적화에 관한 연구”, 「한국품질관리학회지」 Vol. 20, No.1
- [2] 구본철, 고수철, 김종수(1997), “손실함수에 의한 기대상대손실과 C_{pm} 의 관련성”, 「공업 경영학회지」 Vol.20, No.41
- [3] 김평구, 조중재(1998), “혼합정규공정하에서 손실함수를 이용한 공정능력지수”, 「품질경영학회지」, Vol.26, No.4
- [4] 이상복,(1997) “다구찌의 품질손실함수에 대한 분석”, 「품질경영학회지」, 제25권, 제3호
- [5] 백재욱, 조진남,(1999) “공정능력지수에 대한 비평과 올바른 공정능력분석 절차”, 「품질경영학회지」, Vol.27, No.2
- [6] 박성현, (2003) 개정판 「현대실험계획법」, 민영사
- [7] 정영배, “이차손실함수를 이용한 유동적인 공정수행척도”, 「공업경영학회지」 제18권, 제36호, 1995
- [8] 조용욱, 박명규,(2000) “특성치간의 상관관계를 고려한 다특성치 파라미터 설계”, 「안전경영과학회지」, 제2권, 제1호, pp.161-170
- [9] 조용욱, 박명규,(2001)“기대손실함수를 이용한 다특성치 강건설계”, 「산업경영시스템학회지」, 제24권, 제63집.

- [10] Juran, J.M., Ed.(1974), Quality Control Handbook, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, NY.
- [11] Hsiang, T.C. and Taguchi, G.(1985), "A Tutorial on Quality Control and Assurance-The Taguchi Methods", ASA Annual Meeting, Las Vegas, NV.
- [12] Kane, V.E.(1986), "Process Capability Indices", Journal of Quality Technology, Vol.18, No.1, pp.41-52
- [13] Chan, L.K, Chung, S.W, Spiring, F.A.(1988),"A New Measure of Process Capability : C_{pm} ", Journal of Quality Technology, Vol.20, No.3, pp.162-175,
- [14] Kapur,K.C. and Chen, G.(1988), "Signal-to-Noise Development for Quality Engineering", Quality and Reliability Engineering International, Vol.4, pp.131-141.
- [15] Pearson, W.L., Kotz, S. and Johnson, N.L.(1992), "Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices", Journal of Quality Technology, Vol.24, No.4, pp.216-231
- [16] Taam, W., Subbaiah, P. and Liddy, J.W.(1993), "A Note on Multivariate Capability Indices", Journal of Applied Statistics 20, pp.339~351
- [17] Braker, T.B.(1987), "Quality Engineering by Design : Taguchi's Philosophy", Quality Assurance, Vol.13, No.3, pp.72-80
- [18] Boyles, R.A(1991), "The Taguchi Capability index", Journal of Quality Technology, Vol.23, No.1, pp.17-26