

스치는 유동이 존재하는 원형 천공의 음향 임피던스 측정 방법 개선

이성현¹⁾, 이정권¹⁾, Keith Peat²⁾

¹⁾ 한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터

²⁾ AAE Dept., Loughborough University, UK

Modification of the experimental method for measuring acoustic impedance of perforated elements with grazing flow

Seong-Hyun Lee¹⁾, Jeong-Guon Ih¹⁾ and Keith Peat²⁾

¹⁾ NoVIC, Department of Mechanical Engineering, KAIST, Science Town, Daejeon, 305-701, KOREA

²⁾ Dept. of Aeronautical & Automotive Engineering, Loughborough University, UK

irony00@kaist.ac.kr

Abstract

Perforated elements are extensively used in mufflers for the intake and exhaust systems of various fluid machines. Perforated elements are usually exposed to grazing flow or cross flow. For analyzing performances of mufflers, the impedance of perforated elements with mean flow is very important. The impedance of perforates under both conditions are measured with different experimental setups. Even if there is no flow, the preceding experimental method for grazing flow shows different values with both theoretical ones and measured under cross flow setup. Using high-order analysis considering phase differences, the experimental method for grazing flow can be modified. The acoustical impedance of perforated impedance contains interaction effects between orifices. After correcting these effects, the measured impedance with grazing flow setup show similar results with both theoretical impedance and measured ones under cross flow setup.

1. 서론

천공요소는 자동차의 배기 소음기, 공조기의 소음기, 그리고 제트 엔진의 관 내부의 안감 (lining) 등에 널리

사용된다. 이러한 천공 요소는 유동과 소음원이 동시에 존재하는 환경에서 사용되며, 유동장의 변화에 따라서 그 음향 특성이 변하게 된다. 천공요소가 접하게 되는 유동은 일반적으로 스치는 유동 (grazing flow) 및 통과하는 유동 (cross flow)의 두 가지 형태로 구분할 수 있다. 유동이 없는 경우의 임피던스는 이론적으로 제안된 바 있고, 스치는 유동이 있는 경우에 대한 임피던스 모델은 실험적으로 제안되어 왔다. [1-5] 유동이 존재하는 경우, 실험을 통하여 얻은 데이터를 바탕으로 회귀분석 (regression)을 수행하여 실험적 모델을 제안하였기 때문에, 그 실험의 정확성이 매우 중요하다. 본 연구에서는 스치는 유동이 존재하는 천공요소의 음향 임피던스를 측정함에 있어서, 보다 정확한 결과를 얻을 수 있는 개선 방법을 제안하고자 한다.

2. 선행 음향 임피던스 측정법

스치는 유동이 존재하는 천공요소의 음향 임피던스에 대한 연구는 여러 연구자들에 의하여 실험적으로 수행되어 왔다. [2-4] 천공요소를 주관 (main duct)의 벽면에

수평으로 위치시키고 공동 (cavity)으로 덮어 씌운 후에, 공동 내부에서 평면파가 전달한다는 가정 하에서 천공이 위치한 지점의 관 내부와 공동의 끝 부분에 마이크로폰을 설치하고 주파수 응답함수를 측정하여 임피던스를 나타내었다. 그림 1은 천공요소의 임피던스를 측정하는데 사용한 실험 장치를 보이고 있다.

그림 2에서 나타낸 천공요소 부근의 모델링에서, 주파수 응답함수로부터 임피던스를 구하는 과정은 다음과 같다. 관 내부에 위치한 마이크로폰으로부터 얻는 음압이 천공요소 부근의 음압과 같다고 가정하고, 천공요소에서 공동 내부의 마이크로폰이 있는 위치까지 평면파가 전파한다고 가정한다. 이 때 마이크로폰을 공동의 정 중앙에 위치시켜서 횡 (transverse) 방향 모드의 영향은 제거하였다. 천공의 지름과 천공판의 두께가 관내에 전파하는 음파의 파장 보다 상대적으로 작다고 하면, 천공내의 유체 입자들은 동일한 위상을 갖고 운동하는 질량 요소로 볼 수 있으므로, 다음과 같이 천공요소에서 사단자 정수로 구성된 전달행렬식을 구할 수 있다:

$$\begin{Bmatrix} p_D \\ u_D' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_{C0} \\ u_{C0}' \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

여기서 p 는 음압을, u' 는 천공 면적에 대한 입자의 평균 속도를 나타낸다. 한편, 공동 내부에 평면파가 전파한다고 가정하면 전달행렬은 다음과 같다:

$$\begin{Bmatrix} p_{C0} \\ u_{C0}' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kL_C & j\rho_0 c_0 \sin kL_C \\ j\frac{1}{\rho_0 c_0} \sin kL_C & \cos kL_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_{C1} \\ u_{C1}' \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

천공 임피던스를 $\rho_0 c_0$ 로 나누어 준 무차원 (normalized) 임피던스를 구해보면 아래와 같다:

$$Z_n = Z / \rho_0 c_0 = \frac{[H_{12} - \cos kL_C]}{j \sin kL_C}. \quad (3)$$

위의 관계로부터 두 마이크로폰 사이의 주파수 전달 함수를 측정하여 천공요소의 임피던스를 구하였다.

3. 개선된 음향 임피던스 측정 방법

선행 연구자들 [2-5]에 의하여 사용되어온 실험방법에 대한 검증울 수행하기 위하여, 그들이 사용했던 실험장치를 이용하여 유동이 없는 경우에 대한 실험을 수

행하고, 그 결과를 이론적 해석 값 [6, 7]과, 통과하는 유동이 존재하는 천공의 임피던스를 측정하기 위한 실험장치 [8]에서 유동이 없는 경우에 측정한 값과 비교하여 보았다. 두 가지 서로 다른 실험장치에서 유동이 없는 천공요소의 임피던스 측정값은 서로 같은 값을 갖고, 이론 값과도 일치하여야 한다. 하지만, 그림 3에서 보이는 바와 같이 지름이 4mm, 두께가 1mm, 천공율이 15.4%인 천공요소의 임피던스에 대한 두 경우의 측정 값과 이론값은 리액턴스 (reactance)에서 서로 다른 양상을 보이고 있다. 같은 천공 요소에 대한 두 가지 실험 장치에서 얻는 임피던스 값이 다르게 나타나는 것은 측정 방법상에 개선이 필요함을 의미하고, 이를 위하여 스치는 유동 측정 방법에서 사용된 두 가지 가정에 대한 검증울 수행하고자 한다. 첫번째 가정은, 천공 요소를 덮어씌운 공동 내부에서 평면파가 전파한다는 가정이고, 두번째는 천공을 설치한 내부 관 벽면의 한 지점에서 측정한 음압 값이 천공 전체면의 음압 값과 같다는 가정이다. 3.1절은 이러한 가정을 검증하고자 공동 내부에서의 고차 모드의 전파 및 천공의 각 열에 따른 위상 차이를 고려하여 전달 함수를 구하는 것에 대한 설명이다.

이론 값과 측정 값 사이에 발생하는 차이는 천공간의 상호작용 (interaction)의 영향에 의한 것으로 볼 수 있다. 일반적으로 천공요소의 임피던스는 하나의 천공의 임피던스를 천공율로 나누어 구하게 된다. 이론 값도 이러한 방법으로 구하게 되므로, 상호작용에 의한 리액턴스의 감소는 설명하지 못한다. 따라서 이론 값과 측정 값 사이의 차이는 3.2절에서 상호작용에 대한 함수를 고려함으로써 설명하고자 한다.

3.1. 공동 내부에서의 전달함수 개선

스치는 유동 실험방법에서 사용하였던 공동 내부에서 평면파가 전파한다는 가정에 대한 검증울 수행하였다. 이를 위하여 공동 내부에서의 고차 모드의 전파를 경계요소법을 사용하여 고려하였다. 공동 단면의 각 변의 길이를 b, w 라 하고 차수를 m, n 이라 하면 공동 내부에서의 측방향 파수는 다음과 같이 정의 된다:

$$k_{z,m,n}^2 = k_o^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{w}\right)^2 \quad (4)$$

여기서,

$$k_o = \frac{\omega}{c_o} = \frac{2\pi f_{m,n}}{c_o} \quad (5)$$

축방향 파수를 이용하여 공동 내부에서의 음압과 속도를 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$p_2(z, x, y) = \sum_{m=0}^6 \sum_{n=0}^3 \{A_{m,n} e^{-j k_{z,m,n} z} + B_{m,n} e^{+j k_{z,m,n} z}\} \times \cos\left(\frac{m\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{h}\right) \quad (6)$$

$$u_2(z, x, y) = \sum_{m=0}^6 \sum_{n=0}^3 \frac{k_{z,m,n}}{\omega \rho_o} \{A_{m,n} e^{-j k_{z,m,n} z} - B_{m,n} e^{+j k_{z,m,n} z}\} \times \cos\left(\frac{m\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{h}\right) \quad (7)$$

아래 첨자 2는 공동 내부를 의미하고, 아래 첨자 1, 3은 각각 공동의 바닥면과 천공요소를 의미한다. 그림 3는 모델링에 사용된 천공요소와 공동의 바닥면 (bottom)을 나타내고 있다. 각각의 면을 63개의 요소로 나누어서 다음과 같은 경계 조건을 설정하였다:

$$\begin{aligned} p_2(0, x_q, y_q) &= A_{3q} + B_{3q}, & \text{on opened part} \\ u_2(0, x_q, y_q) &= \frac{k_o}{\omega \rho_o} (A_{3q} - B_{3q}), & \text{on opened part} \quad (8) \\ u_2(0, x_q, y_q) &= 0 & \text{on closed part.} \\ u_2(l, x_q, y_q) &= 0, & \text{on overall area} \\ p_2(l, x_q, y_q) &= 2A_1 & \text{on the midpoint} \quad (9) \end{aligned}$$

천공 요소를 통하여 가진 되는 부분은 각 열 (column) 간의 위상차이를 고려하였다. 이러한 방법으로 두 마이크로폰 간의 전달 함수를 고차 모드를 고려하여 구하고, 그 값을 이용하여 천공의 임피던스를 구하였다.

3.2. 천공간의 상호작용 고려

유동이 없는 무한히 얇은 판에 존재하는 천공간의 상호작용은 Fok [9]에 의하여 제안된 바 있다. 하나의 천공의 유효지름에 대한 천공의 지름 비를 이용하여 상호작용을 다음과 같은 함수로 나타내었다.

$$\begin{aligned} \psi(\xi) &= 1 + a_1 \xi + a_2 \xi^2 + a_3 \xi^3 \dots \quad (10) \\ a_1 &= -1.40925; & a_2 &= 0; \\ a_3 &= +0.33818; & a_4 &= 0; \\ a_5 &= +0.06793; & a_6 &= -0.02287; \\ & \vdots & & \vdots \end{aligned}$$

여기서, $\xi = d/D$ 로 정의 되며, d 는 천공의 지름이고, D 는 천공의 유효면적에 대한 지름을 의미한다. 이 함수를 이용하여 천공의 컨덕턴스를 다음과 같이 나타낼 수 있다;

$$K(\xi) = d \psi'(\xi). \quad (11)$$

이를 이용하여 천공 요소의 종단 보정 길이 (end correction length)를 구하고, 그로부터 임피던스를 얻을 수 있다.

4. 측정 결과 및 고찰

그림 4은 공동 내부에서의 고차 모드 전파 및 위상 차이를 고려하고 난 후에 스치는 유동 실험장치에서 측정된 결과와 통과하는 유동 실험장치에서 측정된 결과를 보이고 있다. 두 경우가 유사한 값을 양상을 보이고 있다. 스치는 유동 실험장치를 사용하여 보다 정확한 임피던스 값을 얻기 위해서는 공동 내부에서의 고차모드 전파와 천공의 위치에 따른 가진 되는 음압의 위상차이를 고려해 주어야 한다는 것을 알 수 있다.

그림 5는 이론 값에 천공간의 상호작용에 의한 영향을 고려한 결과를 측정 값들과 비교한 것이다. 이론 값에 상호작용을 고려하면, 측정을 통하여 얻은 음향 임피던스값과 유사한 양상을 보이는 것을 알 수 있다.

5. 결론

스치는 유동 실험 장치와 통과하는 유동 실험장치에서 유동이 없는 경우에 측정된 값들과 이론 값을 비교함으로써, 실험방법의 개선 방향에 대한 연구를 수행하였다. 스치는 유동 실험장치의 경우에 선행 연구자들이 사용하였던 가정을 실제로 적용함으로써 그 가정에 의하여 발생하는 차이를 살펴 보았으며, 이론 값에는 천공간의 상호작용을 고려함으로써, 측정값과의 차이에 대하여 고찰하여 보았다. 향후에는 유동이 존재하는 경우에 천공간의 상호작용에 대한 연구를 수행하고, 실험 중에 적용하는 가정들에 대한 고찰을 통하여 유동에 접하는 천공요소의 임피던스에 대한 정확한 분석을 수행할 수 있을 것이다.

참고문헌

1. K. N. Rao and M. L. Munjal, "Experimental evaluation of impedance of perforate with grazing flow," J. Sound. Vib. **108**, 283-295 (1986).
2. J. W. Kooi and S. L. Sarin, "An experimental study of the acoustic impedance of Helmholtz resonator arrays under a turbulent boundary layer," AIAA Paper 81-1998 (1981).
3. A. Cummings, "The effects of grazing turbulent pipe-flow on the impedance of an orifice," Acustica **61**, 233-242 (1986).
4. R. Kirby and A. Cummings, "The impedance of perforated plates subjected to grazing gas flow and backed by porous media," J. Sound. Vib. **217**, 619-636 (1998).
5. S.-H. Lee and J.-G. Ih, "Empirical model of the acoustic impedance of a circular orifice in grazing mean flow," J. Acoust. Soc. Am. **114**, 98-113 (2003).
6. T. H. Melling, "The acoustic impedance of perforates at medium and high sound pressure levels," J. Sound. Vib. **29**, 1-65 (1973).
7. M. S. Howe, *Acoustics of Fluid-Structure Interactions* (Cambridge university press, 1998), Chap. 5.3.
8. 이성현, 이정권, "통과하는 유동이 존재하는 천공 요소의 음향 임피던스 측정," 한국음향학회 추계학술발표대회 논문집 (2003).
9. V. A. Fok, *Doklady Akademii nauk SSSR* **31**. (1941, in Russian) Alternatively, see S. N. Rachevkin, *A Course of Lectures on the Theory of Sound*, London: Pergamon Press (1963).

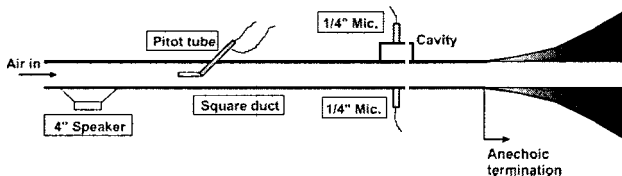


그림 1. Experimental Setup

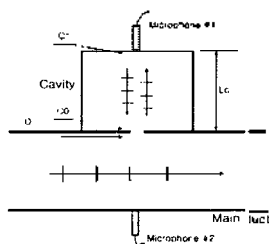


그림 2. 천공요소와 공동 부근의 모델링

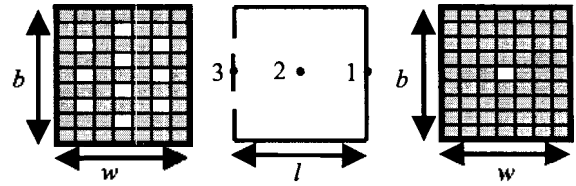


그림 3. 고차 모드 전파를 고려하기 위한 모델링

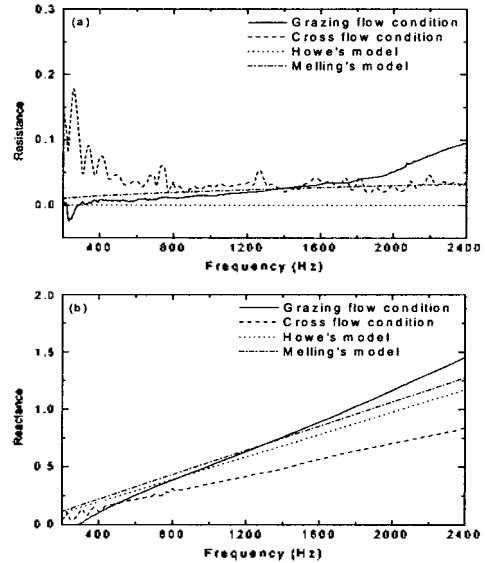


그림 4. 유동이 없는 경우의 천공 임피던스 측정값 및 이론값. (a) Resistance, (b) reactance.

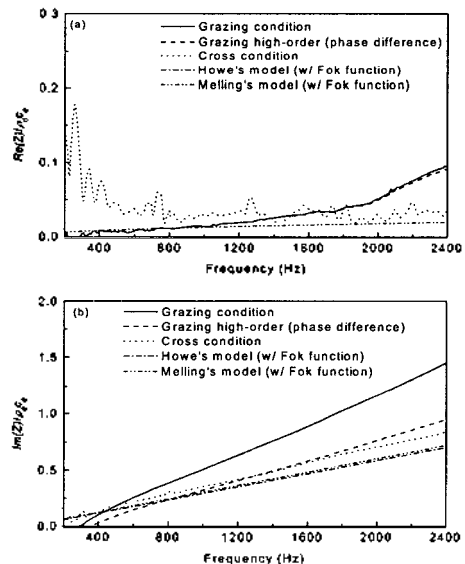


그림 5. 공동 내부의 고차 모드의 전파를 고려하고 이론 값에 상호작용을 고려한 후의 천공의 임피던스. (a) Resistance (b) reactance.