

## 평가지표에 따른 제어기 설계 영향 분석

(A Analysis on the Effect of the Controller Design due to Performance Index)

유항열\* · 이정국 · 이금원 · 이준모

(Hang-Youal Yoo · Jung-Kuk Lee · Keum-Won Lee · Jun-Mo Lee)

(관동대학교 IT공학부(E.mail : kwlee@kwandong.ac.kr))

### Abstract

Among various modern control theories, PID control has been well used for several decades. PID algorithms needs some tuning methods are used for selecting PID parameters. But in some cases various kinds of performance indices are used instead of well-known tuning rules, and so variable type of performance index must be tested so that controllers , output characteristics and disturbance rejection property meets some specifications.

In this paper, linear combinational type of performance using error signal, time, control input and robustness is used to the PID control of air conditioning system. By the 2 DOF PID parmters minimizing perfromacne index, controllers, output characteristics and robustnesss properties are analyzed. Simulations are done with MATLAB m file and mdl files.

**Keywords** : PID, parameter tuning, performance index, 2 DOF(degree of freedom), robustness

### 1. 서 론

다양한 현대제어이론들이 연구되어 실용화되고 있으나 아직도 산업현장에서는 PID( Proportional, Integral and Derivative) 제어가 많이 사용되고 있기 때문에 이에 대한 연구가 필요하다. PID제어기에 있어서 파라미터 튜닝법은 많이 제시가 되어 있고,[1]-[3] PID제어기의 구조 자체를 개량하여 보다 사용하기 쉽고 성능을 높이려는 시도를 해 오고 있다.[4][5] PID 제어기는 일반적으로 구조가 단순하고, 하드웨어적으로 구현이 쉽고, 동조할 계수가 적어서 다루기가 용이하고, 대부분의 산업공정에서 그 값싼 제작비용에 비해서는 강인함을 보이는 장점을 가지고 있다.

일반적으로, 빌딩의 공조제어로는 제어 루프의 대부분이 실내의 온도 제어이고, 프로세스 제어의 형태이다. 그러나 공조제어는 실내 기온을 측정된 것으로 실내를 환기하고 있기 때문에, 동작점이 수시로 변동한다는 점이 기타 화학, 철강 등의 프로세스 제어와는 다른 특징이 있다. 따라서 PID제어기 설계를 위해서는 현장에서 얻은 데이터를 기준으로

하여 목적을 잘 설정하여 강인하면서도 유연하게 대응할 수 있는 조정법이 필요로 되어 최근에 많이 연구가 되고 있다.[3][5]

본 논문에서는 플랜트의 전달함수를 1차지연 + 지연시간계로 하여 공조시스템을 표현하고, 오차신호, 제어입력, 시간 및 견실안정성을 사용하여 평가지표를 만들고 이들의 선형조합으로 전체적인 평가지표를 만들어서 공조시스템에 대한 PID제어기를 설계시 이들 평가지표의 영향을 분석하고자 한다. 특히 견실성의 지표의 경우는 각 파라미터에 대한 불확실성 구조를 정하고 평가지표를 통하여 최적의 조합을 찾아내고 이를 시뮬레이션을 통하여 제어기 또는 출력에 대한 영향을 분석한다. 특히 외란입력에 대하여 외란억제 특성도 분석한다.

### 2. 본 론

#### 2.1. 문제 설정

대상 플랜트의 전달함수는 다음과 같이 설정한다.

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1 + T_p s} e^{-L_p s} \quad (1)$$

이 플랜트는 액츄에이터 및 센서를 포함한 식으로서 공조제어 시스템의 밸브개폐를 모델링 한 것이다. 여기서  $T_p$ 는 공조기의 시간변화율에 관여하는 시정수이고 느리기 때문에 수십초에 달하고,  $L_p$ 는 온수 또는 냉수밸브와 열유입량 사이의 지연 시간을 나타내며  $K_p$ 는 플랜트의 직류이득이다. 특히 이 시스템에서는 제어목적이 조작량이 작고 오차가 적어야 하는 것 외에 진동성분이 적어야 하기 때문에 이를 실현하도록 제어기는 설계되어야 한다.

본 공조시스템은 진행속도가 느려서 기존의 PID제어기 많이 사용되는 PID제어기 전달함수는 다음과 같이 설정된다.

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s \quad (2)$$

여기에서,  $k_p$ ,  $k_I$ ,  $k_D$ 는 PID제어기의 비례, 적분, 미분 Gain이다.

## 2.2. 2자유도 제어기

제어기 구조는 그림 1과 같이 2 자유도 형태를 취하며 제어기 구조는 적당한 평가지표에 입각하여 결정하며 이 때 평가지표에 따른 제어기의 영향을 분석한다.

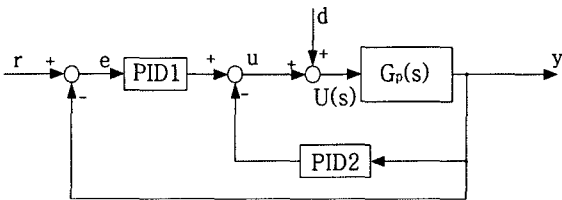


그림 1. 2자유도 PID 제어시스템 블록도.

## 2.3. 평가지표

빌딩의 공조제어 등의 경우는 다양한 형태의 평가지표가 필요한데, 최적화에 사용하는 평가지표들을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$ISTE = \int_0^{\infty} t^2 2e^2 dt \quad (3)$$

$$ISC = \int_0^{\infty} (u - u_0)^2 dt \quad (4)$$

$$ISTC = \int_0^{\infty} \left( \frac{du}{dt} \right)^2 dt \quad (5)$$

$$IHS = \|W(s)T(s)\|_{\infty} \text{ or } \|G_p WS/K_p\|_{\infty} \quad (6)$$

여기서  $S$ 는 감도함수이고,  $T$ 는 상보감도함수이다. 지표 중에 오차시간자승적분(ISTE)는 시간의 제곱가중을 함으로서 결과적으로는 감쇠가 강한 응답을 얻을 수 있고, 제어입력의 에너지를 최소화하기 위한 제어입력자승적분(ISC)이 있으며,  $u_0$ 는 기준이 되는 제어입력이다. 제어입력의 변동에 대한 제약을 주는 제어입력변화율자승적분(ISTC)이 있고, 마지막으로 견실성능을 확보하기 위해서  $H_{\infty}$  norm과 관계되는 견실성 지표 IHS는  $K_p$ 나  $L_p$ 가 불확실한 경우에 급셈형 불확실성 대한 지표이고,  $T_p$ 의 변동에 대해서는 small gain 정리 등을 써서 견실안정 지표를 얻어서 사용할 수 있다.[6]-[8]

최종적인 평가지표는 식 (7)과 같이 이들 지표들의 선형조합형태로 한다.

$$J = ISTE + w_1 ISC + w_2 ISTC + w_3 IHS \quad (7)$$

여기에, 가중치는 제어목적에 따라 설계자가  $w_1 = 0 \sim 5$ ,  $w_2 = 0.1 \sim 2.5$ ,  $w_3 = 1 \sim 20$ 와 같이 적당히 선별한다.[3]

## 2.4. 견실성 지표

견실성 지표의 경우는 플랜트의 파라미터 중에서 불확실성의 구조를 선택하여 견실안정지표를 유도하여 한다.

### $K_p$ 변동

이 때 대상 플랜트는

$$G_p = G_p(1 + \Delta W) \quad (8)$$

로서 급셈형 불확실성으로 나타낼 수 있으며 이 때 견실성지표는  $\|WT\|_{\infty}$  와 같이 나타낼 수 있다.

### $L_p$ 변동

이 때 대상 플랜트는

$$G_p = G(1 + \Delta W) \quad (9)$$

로서 곱셈형 불확실성으로 나타낼 수 있으며 이 때 견실성지표는  $\|WT\|_\infty$  와 같이 나타낼 수 있다.

### $T_p$ 변동

이 때 대상 플랜트는

$$G_p = \frac{1}{1 + (T_{p0} + 0.2\Delta)s} \quad (10)$$

로서 곱셈형 불확실성으로 나타낼 수 있으며 이 때 견실성지표는 small gain정리에 따라 견실안정지표는  $\|G_p WS/K_p\|_\infty$  와 같이 나타낼 수 있다.

## 3. 시뮬레이션 및 고찰

### 3.1 가중치에 의한 영향

가중치  $w_1$ ,  $w_2$  및  $w_3$ 에 따라서 제어기 성능이 영향을 받는다. 그림 2는  $w_1$  및  $w_2$ 가 동시에 작고 큰 경우에 대한 제어기 성능을 보여 주고 있다.

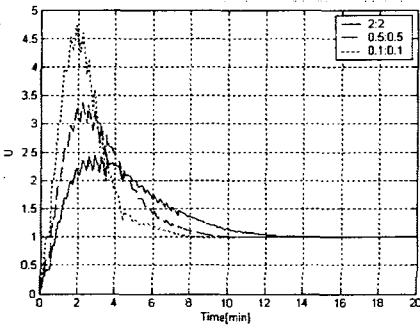


그림 2. 가중치에 따른 제어입력(상대적으로 작거나 큰  $w_1$  및  $w_2$  경우).

그림 3은  $w_1$  및  $w_2$ 가 서로에 비해 상대적으로 작고, 큰 경우에 대한 제어입력의 모양이다.

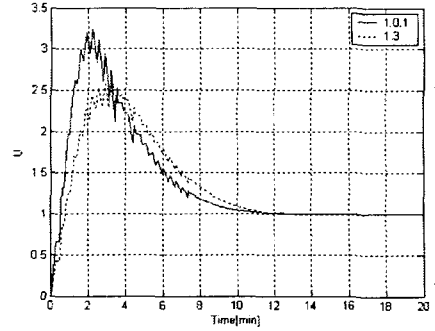


그림 3. 가중치에 따른 제어입력( $w_2$ 가 상대적으로 작거나 큰 경우).

### 3.2 구조에 따른 영향

평가지표는 동일하게 사용하여도 그림 1의 제어기 구조에 따라 식 (7)의 평가지표값이 달라지며 최적의 제어가 이에 따라 선정되어야 한다.

그림 4는 제어기 구조에 따라 단위계단 입력에 대한 추종성을 보여주고 있다.

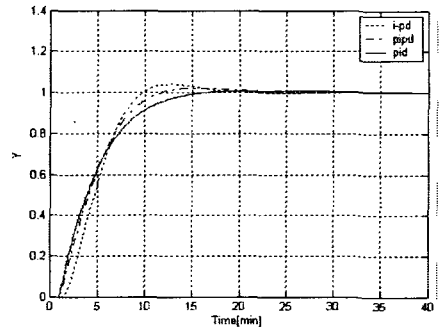


그림 4. 출력추종 특성.

그림 5는 그림 1의 블록도에서 1분후에 외란입력이 들어갈 때 외란영향 제거효과를 제어기 구조에 따라 보여주고 있다.

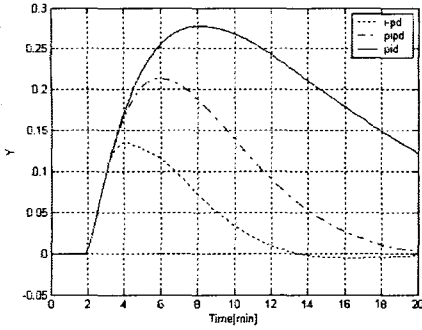


그림 5. 외란정정 특성

### 3.3 견실성해석에 따른 영향

#### $T_p$ 변동

$T_p = 8 \sim 12$  [min] 으로 변할 때의 각 구조의 평가지표와 이에 따른 제어기를 보여주고 있다.

표 1.  $T_p$ 의 불확실성에 대한 파라미터 동조.

	$k_{P1}$	$k_{I1}$	$k_{D1}$	$k_{P2}$	$k_{I2}$	$k_{D2}$
PID	2.07	0.22	0.01	-	-	-
PI-PD	0.91	1.16	-	4.18	-	0.37
I-PD	-	1.65	-	6.83	-	2.05

표 2.  $T_p$ 의 불확실성에 대한 추종응답특성 성능지표.

	ISTE	ISC	ISTC	IHS	J
PID	21.95	23.71	27.21	0.2	77.19
PI-PD	16.51	26.23	5.84	0.19	64.33
I-PD	20.08	28.20	4.87	0.16	69.5516

#### $L_p$ 변동

$L_p = 0.8 \sim 1.2$  [min] 으로 변할 때의 각 구조의 평가지표와 이에 따른 제어기를 보여주고 있다.

표 3.  $L_p$ 의 불확실성에 대한 파라미터 동조.

	$k_{P1}$	$k_{I1}$	$k_{D1}$	$k_{P2}$	$k_{I2}$	$k_{D2}$
PID	1.98	0.21	0.01	-	-	-
PI-PD	1.46	0.56	-	1.56	-	0.01
I-PD	-	1.36	-	5.59	-	2.79

표 4.  $L_p$ 의 불확실성에 대한 추종응답특성 성능지표.

	ISTE	ISC	ISTC	IHS	J
PID	23.36	23.52	26.28	0.45	81.86
PI-PD	20.52	23.59	10.95	0.78	79.89
I-PD	26.78	26.54	3.33	1.09	91.02

#### $K_p$ 변동

$K_p = 0.8 \sim 1.2$  으로 변할 때의 각 구조의 평가지표와 이에 따른 제어기를 보여주고 있다.

표 5.  $K_p$ 의 불확실성에 대한 파라미터 동조.

	$k_{P1}$	$k_{I1}$	$k_{D1}$	$k_{P2}$	$k_{I2}$	$k_{D2}$
PID	2.07	0.22	0.01	-	-	-
PI-PD	0.95	1.07	-	3.82	-	0.01
I-PD	-	1.62	-	6.72	-	1.89

표 6.  $K_p$ 의 불확실성에 대한 추종응답특성 성능지표.

	ISTE	ISC	ISTC	IHS	J
PID	21.95	23.71	27.21	0.2	77.19
PI-PD	16.70	25.91	6.04	0.25	65.38
I-PD	20.51	27.97	4.70	0.24	71.10

## 4. 결 론

본 논문은 빌딩내 공조시스템을 제어대상으로 PID 제어기를 설계하였으며 특히 조작량, 시간, 조작량 변화율 및 견실안정성이 포함된 평가함수를 사용한 2자유도 PID 제어기에 대한 분석을 하였다. 특히 플랜트 파라미터 불확실성에 대한 불확실성의 구조를 정하고 이에 따른 견실안정의 지표를 각각 계산하여 사용하였다. 이에 따른 결론은 다음과 같다.

· 조작량의 변동율을 추가한 평가지표를 사용하여 진동이 적은 제어입력을 얻을 수가 있다.

· 지역 최소화값인 극소값을 피하기 위해서는 다양한 최적화 방법을 사용해야 한다.

· 대체적으로 1자유도에 비해 I-PD등 2자유도 경우가 더 좋은 경향을 보이고 있으며, 따라서 2자유도 경우를 적절히 선택할 필요가 있다.

· I-PD구조가 제어기 출력의 진동성이나 오버슈트 등 지표값이 적게 나와서 공조시스템에는 제일 적

합한 것을 알 수 있다.

. 건설성 중 건설안정에 대한 평가지표를 유도하여 평가지표에 선형조합형태로 삽입하였다. 특히 이 지표만 사용한 것이 아니기 때문에 전체평가지표의 최적화시에 적절한 가중치를 부가하여야 한다.

. 본 평가지표를 사용하는 방법은 기존의 PID 튜닝 법에 보조적으로 사용할 수 있다고 보여진다.

## 참 고 문 헌

- [1] K. J. Åström and T. Hägglund, *PID Controllers. Theory, Design, and Tuning*, Instrument society of America, 1995.
- [2] 重政, 芳谷, 大松, "셀프튜닝 PID 제어 방식 동향과 사례," *計測と制御*, Vol. 37, No.6, pp423-431, 1998.
- [3] Keisuke Ozawa, Yoshiyuki Noda, Takanori Yamazaki, Kazuyuki Kamimura and Shigeru Kurosu, "A Tuning Method for PID Controller Using Optimization Subject to Constraints on Derivatives of Control Input," *SICE* Vol.39. No. 3, pp259-265, 2003.
- [4] 荒木光彦, "2자유도 제어계-I-PID·微分先行型·I-PD 제어계의 통합적 관점 등에 대해," *시스템と制御*, Vol. 29, No. 10, pp649-656, 1985.
- [5] K. Kamimura et al., "A Comparison of Controller Tuning Methods from a Design Viewpoint of the potential for Energy Savings," *ASHRAE Transactions* Vol. 108, No. 2. pp155-165, 2002.
- [6] Doyle C. D. et al, *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [7] 延山英たく, "연속시간 유한 정시간 제어의 로베스트화," *計測と制御*, Vol.38, No.9, p547-552, 1999.
- [8] あざ井徹, "모델 불확실성," *計測と制御*, Vol. 42, No.7, pp603-608, 2003.