MIMO LTI 채널에서의 블라인드 신호분리시의 식별성에 대한 고찰

A Consideration on the Identifiability for Blind Signal Separation in MIMO LTI Channels

권순만*, 김석주*, 이종무*, 김춘경*, 조창희*
(Soonman Kwon, Seog-Joo Kim, Jongmoo Lee, Choon-Kyung Kim, Changhee Cho)

Abstract - A blind separation problem in a multiple-input-multiple-output (MIMO) linear time-invariant (LTI) system with finite-alphabet inputs is considered. A discrete-time matrix equation model is used to describe the input-output relation of the system in order to make full use of the advantages of modern digital signal processing techniques. At first, ambiguity problem is investigated. Then, based on the results of the investigation, a new identifiability condition is proposed for the case of an input-data set which is widely used in digital communication. A probability bound such that an arbitrary input matrix satisfies the identifiability condition is derived. Finally, Monte-Carlo simulation is performed to demonstrate the validity of our suggestions.

Key Words : MIMO, Blind processing, Identifiability, Ambiguity, Wireless channel

1. 서론

휴대폰을 비롯하여 우리의 일상생활에 무선통신이 급속히 확산되면서 관련기술도 급속히 발전하고 있다. 특히 마이크로프로세서에 기반한 고급 디지털 신호처리 기술이 가능하게 되면서부터 전통적인 무선신호처리 기술의 한계를 극복하기 위한 여러 가지 개념의 신호처리 기법들이 소개되고 있다 [1],[2]. 기존의 전통적인 무선신호 처리 기법에서는 대부분의 경우 미리 정해진 훈련용 신호열(training sequence)을 이용하여 무선 전파 채널의 파라미터들을 추정한 후 이것을 이용하여 신호추정을 행하게 된다. 이러한 경우 전달하고자 하는 정보외의 데이터들의 전송이 필요하며 결국 채널의 전송효율이 저하되게 된다. 또한 훈련용 신호열이 결정되어 있지 않거나 이용할 수 없는 환경에서는 이 기법들을 이용할 수가 없게 된다.

블라인드 신호처리 기법은 이러한 경우에 대한 해법의 하나로서 시도된 것으로서 채널 추정을 통하지 않고 채널을 블랙박스로 둔 채 수신된 신호로부터 송신정보를 직접 추정해내고자 하는 방법이다. 이러한 기법들에서는 추정을 위해 주어진 여러 가지 정보들을 이용하게 되는 데 대표적인 것이 송신데이터의 통계적인 특성이나 집합적인 성질을 이용하는 것이다 [3],[4].

본 논문에서는 다중 센서어레이(sensor array)를 이용하는 다중입력다중출력(Multiple-Input-Multiple-Output; MIMO) 디지털 무선전송 시스템에서의 블라인드 신호식별시의 식별성 문제를 다룬다. 디지털 신호전송은 일반적으로 정해진 성운도(constellation map) 또는 정보집합 (예를 들면, BPSK, QPSK 등)을 이용하므로 이 정보집합의 유한한 속성도 블라인드 신호식별을 위한 좋은 정보가 된다. 휴대폰 통신 시스템을 비롯한 실제 무선통신 응용시스템에서의 채널특성은 전송신호의 주파수 대역의 관점에서 보면 아주 천천히 변화하는(slowly time-varying) 채널 특성을 나타내므로 한 번의 신호처리에 이용되는 유한한 샘플을 얻는 시간동안에는 채널이 거의 변화가 없는 (piece-wise constant) 것으로 가정할 수 있으며 따라서 이 논문에서는 선형시불변(Linear Time-Invariant; LTI) MIMO 시스템에 대한 블라인드 신호처리의 경우에 대해 논하기로 한다.

2. 본론

2.1 시스템 모델

다음 식으로 입출력 관계식이 주어지는 이산시간 MIMO LTI 시스템을 고려해 보자.

$$Z = AS + W \tag{1}$$

이 식에서 Z, A, S, W 는 각각 측정값, 시스템, 입력, 잡음 매트릭스를 나타낸다. 이러한 시스템의 대표적인 예는 다수의 단말기로부터 동시에 송신되는 무선신호를 다수의 센서어레이 안테나를 이용하여 수신하는 기지국(base station)에서의 신호추정의 경우를 들 수 있다. 대부분의 실제 시스템에서는 채널 매트릭스 A는 임의의 Full-rank 복소수 매트릭스로 가정될 수 있으며 전송정보인 S 매트릭스도 Full-rank

* 정 회 원 : 한국전기연구원 계측제어연구그룹

로서 그 원소들이 유한한 크기(cardinality)를 가지는 정수 집합에 속한다.

본 논문에서는 (1)에서 나타낸 모델에 대해 측정값 Z로부터 S의 유한성을 이용하여 A와 S를 분리해내는 블라인드 신호 분리 문제를 다룬다. 식 (1)의 매트릭스 방정식에서 직감적으로 알 수 있듯이 S의 유한성에만 기초하여 두 매트릭스를 분리할 경우 필연적으로 유일해가 아닌 다수의 해가 존재할 수 있다. 이러한 식별성 문제에 대해 일반적인 해석은 어렵다. 따라서 본 논문에서는 어떤 특정한 S에 대해 조사해 보고자 한다.

먼저 집합 θ를 $\theta=\{+1, -1\}$이라 두고 다른 집합 $\aleph$를 $\aleph=\{a+jb \mid a,b\in\theta\}$로 정의하자. 또한 어떤 집합 $\mho$의 원소들로서 구성된 $m\times n$ 크기의 모든 매트릭스의 집합을 $\Upsilon_{m\times n}(\mho)$로 표시하기로 하자.

본 논문에서 대상으로 하는 S는 $S \in \Upsilon_{d\times N}(\aleph)$인데 이것은 디지털 통신에서 많이 사용되고 있는 QPSK의 경우를 나타내고 있으며 M개의 단말기로부터 송신되는 신호를 N개의 안테나로 수신하는 것을 의미한다.

2.2 식별성 고찰

식별성 고찰에 대해 잡음 매트릭스 W는 전혀 무관하므로 편의를 위해 (1)에서 제외하면 (1)은

$$Z=AS=(AT)^{-1}(TS)\equiv\bar{A}\bar{S} \tag{2}$$

로 다시 쓸 수 있다. 여기서 T는 임의의 $d\times d$ Full-rank 매트릭스이고 $\bar{S}\in\Upsilon_{d\times N}(\aleph)$이다. 식(2)는 Z를 만족하는 다른 쌍의 해인 $\bar{A}=AT^{-1}$과 $\bar{S}=TS$가 존재함을 의미한다. 그런데 직관적으로 하나의 가능한 T는 순서와 위상만을 바꾸어주는 형태를 생각할 수 있는데 이러한 애매모호함(ambiguity)은 적절한 코오딩을 통해 해결 가능하므로 실제 디지털 통신에서 블라인드 신호 분리 시에 문제가 되지 않는다. 문제가 되는 것은 그 외의 가능한 T로서 지금부터 이러한 것에 대해 살펴보기로 한다.

먼저 (2)로부터, A와 $\bar{A}$는 모두 임의의 Full-rank 매트릭스이므로 결국

$$TS=\bar{S} \tag{3}$$

의 관계식을 얻을 수 있다.

앞에서 설명한 블라인드 분리시의 유일해의 존재유무는 이 (3)에서의 T에 대한 해에 의해 결정된다. 따라서 지금부터 유일해가 존재하기 위한 충분조건을 제시하고 이 충분조건이 충족되는 확률을 조사해 보기로 한다.

먼저 충분조건을 설명하기 위해 몇 가지 필요한 정의를 설명한다.

정의 1 : (시스템 식별성) 시스템 Z=AS 에서 A와 S의 해들 사이에 오직 순서(ordering)와 위상(phase)에 있어서의 차이만이 존재할 때 이 시스템은 "*식별가능하다*"라고 말한다.

정의 2 : 어떤 $d-$vector $\boldsymbol{a}$의 등가 클래스(equivalent class)를 $\xi(\boldsymbol{a})=\{+\boldsymbol{a},-\boldsymbol{a},+j\boldsymbol{a},-j\boldsymbol{a}\}$로 정의한다.

정의 3 : (요소단위 (α,k)-회전) 어떤 벡터의 "*요소단위 (α,k)-회전*"이란 그 벡터의 k 번째의 원소가 α만큼 위상이 변화되는 연산을 말한다.

이 연산자를 $\Im$ 로 표시하면 어떤 벡터 x상의 이 연산은 $\Im(\mathbf{x};\alpha,k)$로 표시할 수 있다. 여기서 표시의 편의를 위해여 벡터 $\tilde{\mathbf{x}}_k(\alpha)=\Im(\mathbf{x};\alpha,k)$로 표시하자. 그러면

정의 4 : 벡터 x에 대한 어떤 등가 클래스 $\chi(\mathbf{x},\theta)$는 다음과 같이 정의된다.

$$\chi(\mathbf{x},\theta)=\{\xi(\mathbf{x}),\xi(\tilde{\mathbf{x}}_1(\theta),\cdots,\xi(\tilde{\mathbf{x}}_d(\theta)\}.$$

$\chi(\mathbf{x},\theta)$의 각 원소들로부터 각각 하나씩의 벡터들을 추출하여 구성된 모든 가능한 벡터 집합을 등가 클래스 $\mathcal{L}(\mathbf{x},\theta)$라고 표시하자. 그러면 이 등가 클래스의 크기(cardinality)는 $|\mathcal{L}(\mathbf{x},\theta)|=|\aleph|^{d-1}$이 된다.

정의 5 : 어떤 벡터 집합 $O(S)$는 S의 서로 다른 모든 column 벡터들의 집합으로 정의한다.

이제 $\aleph_\phi=\{e^{j\phi}, e^{j(\phi+\pi/2)}, e^{j(\phi+\pi)}, e^{j(\phi+3\pi/2)}\}$라고 두자.

정리 1 : (식별성 충분조건) Full-rank인 $A\in\Upsilon_{M\times d}(\Delta)$와 $S\in\Upsilon_d\times N(\aleph_\phi)$를 가진 선형 시스템 Z=AS 에서 $\boldsymbol{a}\in O(S)$인 어떤 벡터에 대해 $\mathcal{L}(\boldsymbol{a},\frac{\pi}{2})$ 또는 $\mathcal{L}(\mathbf{x},-\frac{\pi}{2})$의 어떤 원소가 $O(S)$의 부분 집합이면 이 시스템은 식별가능하다.

증명 : 식(3)에서 S와 $\bar{S}$의 column 벡터들을 재배치하여 다음의 매트릭스 식을 얻을 수 있다.

$$T\,[S_{d+1}\,S_{N-d-1}]=[\bar{S}_{d+1}\,\bar{S}_{N-d-1}]. \tag{4}$$

여기서 S_{d+1}은 식별성을 만족하기 위해 필요한 $d+1$개의 column 벡터를 모아 놓은 부분 매트릭스를 나타내며 S_{N-d-1}은 그 나머지 부분이다. 따라서 이제부터 문제는

$$TS_{d+1}=\bar{S}_{d+1} \tag{5}$$

을 만족하는 T에 대해 조사하면 된다. 이것에 대한 증명의 나머지 부분은 생략한다.

이 충분조건을 만족시킬 수 있는 가장 적은 column 벡터의 수는 $d+1$개이다.

S의 원소들이 확률적으로 모두 동등한 발생 확률을 가진다고 가정하면 어떤 임의의 매트릭스가 위에서 설명한 충분조건을 만족할 확률은 얼마나 되는지를 조사해 보자. d의 값의 변화에 따라 실제의 정확한 값의 계산은 아주 복잡한 문제가 되므로 여기서는 어떤 상한값(bound)를 제시하기로 한다.

정리 2 : (확률적 Bound) 동일한 발생확률을 가진 원소들로 구성된 임의의 S가 정리 1에서 제시한 충분조건을 만족시킬 사건 B의 확률 $P_r(B)$은

$$P_r(B)\geq 1-[(d+1)(1-4^{1-d})^M]^{2\times 4^{d-1}} \tag{6}$$

으로 나타낼 수 있다.

증명 : 생략.

이 bound를 기준으로 하여 확률이 0.9999이상이 되는 경우에 대해 d와 N의 값을 계산해 보면 다음 그림 1과 같이 표

시된다. 그림 1에서 점선은 [4]에서 제시된 조건에 대한 경우를 나타낸다.

그림 2에는 $d=4$ 인 경우에 대해 실제 값을 계산하였는데 그림에서 알 수 있는 바와 같이 정리 2에서 도출한 bound가 너무 여유가 많은 값임을 알 수 있다. 이 결과는 결국 실제로는 어떤 데이터 매트릭스가 쉽게 식별성을 만족할 수 있다는 것을 의미한다고 볼 수 있다. 이러한 해석에 대해 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 확인을 해 보기로 한다.

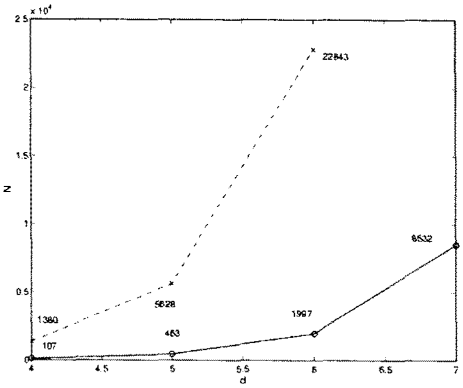

그림 1. d의 변화에 따른 확률이 0.9999가 되는 데 필요한 샘플의 개수

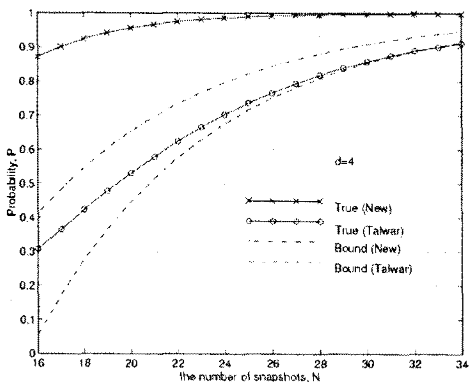

그림 2. $d=4$ 인 경우에서의 샘플링 개수(N)에 따른 실제 확률의 변화

2.3 컴퓨터 시뮬레이션

다음 그림 3은 컴퓨터 시뮬레이션의 결과를 나타낸다.

시뮬레이션에서는 $d=4$ 에 대해 각 포인트마다 10000개의 매트릭스들을 무작위로 발생시켜 계산하였다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 앞에서 제시한 식별성 조건을 만족할 확률이 N의 증가에 따라 쉽게 1에 접근함을 알 수 있다.

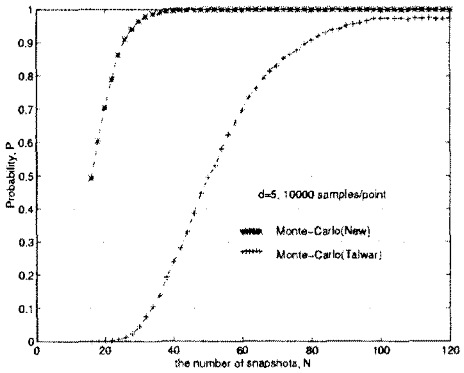

그림 3. 임의의 데이터 매트릭스가 식별성을 만족할 확률에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 결과

여기서 주목할 것은 앞에서 제시한 식별성 조건은 충분조건이기 때문에 실제로는 훨씬 적은 샘플 수로도 식별성을 만족할 수 있다는 것이다.

3. 결론

본 논문에서는 이산시간 MIMO LTI 시스템에서 입력데이터의 집합이 유한한 성질을 이용하는 블라인드 신호 처리 시에 생기는 식별성에 대한 해석을 다루었다.

식별성을 만족하기 위한 충분조건을 제시하고 임의의 데이터가 이 충분조건을 만족할 확률적인 해석을 하였다. 마지막으로 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통하여 이 충분조건에 대한 타당성을 확인하였다.

참 고 문 헌

[1] Yingbo Hua, "Fast Maximum Likelihood for Blind Identification of Multiple FIR Channels", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 44, no. 3, pp.661-672, 1996.

[2] Eric Moulines *et al.*, "Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, no. 2, pp.516-525, 1995.

[3] J. Mendel, "Tutorial on Higher-Order Statistics (Spectra) in Signal Processing and System Theory: Theoretical Results and Some Applications", Proceedings of IEEE, vol. 79, pp.278-305, 1991.

[4] Shilpa Talwar *et al.*, "Blind Separation of Synchronous Co-Channel Digital Signals Using an Antenna Array-Part I: Algorithms", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 44, no. 5, pp.1184-1197, 1996.